学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

中小学生动手动脑小实验（全十册）

数学趣味游戏

BOOK

内部资料 非卖品

序言

编写该丛书的目的是培养广大中小学生动手动脑的习惯，通过各种形式的游戏和实验，学会手脑并用，全面提高中小学生的素质。

丛书紧密联系现行中小学教材，并适当予以延伸，以拓宽学生的知识面。趣味性是丛书最大的特点，所选素材力求生动活泼、形式多样、题材广泛，力戒死板单调，使广大中小学生能于轻松愉快中学习和掌握各科知识，收到课堂教学所不曾有的效果。丛书还注意从多角度启迪少年儿童的智慧，特别注重培养学生逆向思维和发散思维的能力。

丛书包括以下十本：《语文趣味游戏》、《数学趣味游戏》、《英语趣味游戏》、《物理趣味游戏》、《化学趣味游戏》、《生物趣味游戏》、《谜语趣味游戏》、《棋牌趣味游戏》、《制作趣味游戏》、《智力趣味游戏》。

《语文趣味游戏》包括字、词、句、标点诸方面的内容。通过各种形式的趣题，帮助学生掌握、巩固、归纳、总结已学过的语文知识。

《数学趣味游戏》包括 100 多道精选的数学趣题，这些趣题对中小学生的课堂学习将有很大的帮助。

《英语趣味游戏》将向大家介绍如何通过游戏来学习英语。不失为广大中学生和中学英语教师的良师益友。

《物理趣味游戏》、《化学趣味游戏》、《生物趣味游戏》主要是向中小学生介绍一些简便易行、富有启发性的小实验。一方面帮助中小学生巩固课堂上所学的知识，另一方面可培养中小学生做实验的能力。

《谜语趣味游戏》精选谜语 5000 条之多，分为字、自然、人体、地理、谜语故事等十余类，内容全面、新颖。

《棋牌趣味游戏》介绍了扑克牌和象棋的各种趣味玩法，生动活泼，于游戏中训练中小学生的思维能力。

《制作趣味游戏》一书将教你如何从身边取材，制作一些精美的装饰品和生动有趣的小玩具，通过这些小制作，你将拥有一双灵巧的手。

《智力趣味游戏》主要通过形式多样的智力题来培养学生的智力，读过这本书，你的脑筋将变得更加灵活。

由于编者水平有限，未免有不尽人意之处，恳请广大读者批评指正！

编者

1997.6

数学趣味游戏

1 对虾

外贸人员为出口对虾设计包装。如果对虾成对出售，每一对装一塑料袋，每两袋装一小盒，每两小盒装一中盒，每两中盒装一大盒。在四种包装上他应该分别写上几只装？

如果有一批对虾，装了大盒再装箱，装箱后余下一大盒、一小盒零一只，一共余下几只对虾呢？

2 蝉翼似的纸

一般的练习簿纸，厚约 0.08 毫米，和一根头发丝的直径差不多。如果有 0.01 毫米的纸，真可说是“薄如蝉翼”了。现在将一张这样的纸对折，再对折，再对折……共折 30 次，你知道这一“叠”纸一共有多高吗？

3 快菜

参观团来观摩朝红饭店的“快菜”——炒蛋。朝红饭店的同志问：“要炒几只蛋呢？”参观团的同志笑笑说，“那要看顾客胃口的大小啰，最少吃 1 只，最多吃 15 只，我们临时通知吧。不过，上菜速度是越快越好。”

朝红饭店的一位老厨师把 15 只鸡蛋分别打入四个盘子,悠闲地等待他们要菜。随便他们要吃几只蛋（1—15 的范围内），他都能保证快速上菜。

你想，厨师的四个盘里，各打了几只蛋？

如果你想出了答案，可以与同学来试验一下，他当观摩者，你做厨师，看你的方法对不对。

4 红绿灯

马路边的指挥灯（一般叫红绿灯）是由红、黄、绿三盏灯组成的。绿灯最高，黄灯居中，红灯最低。请你回答一下，由三盏灯的亮或暗，一共可以发出多少种信号，其中我们用了哪几种，它们的意义怎样？没有用的是哪几种？

提示：因为要你把三盏灯可能发出的信号全部找出，所以最好想一个排列的规则，以免遗漏或重复。我们假定：每天开绿灯要耗费 4 度电，开黄灯要 2 度电，开红灯要 1 度电。那么三种灯全部不开是 0 度电，全开要 7 度电。利用其他各种开法需要电的数目，可以对所有的开灯法进行编号，这样就可有效地避免遗漏或重复了。

5 机灵的小白鼠

大花猫是捕鼠能手，每天要抓到不少老鼠。但它在吃老鼠以前，先要叫老鼠列队报数。第一批吃掉报单数的；剩下的老鼠重新报数。第二批，花猫仍吃掉报单数的；第三批也是如此……最后剩下的一只老鼠可以被保留，与第二天抓来的老鼠一起重新排队报数。

后来，发生了一件极其有趣的事情。大花猫发现，一连好几天，最后被

留下的总是一只机灵的小白鼠。

大花猫就问小白鼠：“你想了什么办法，能每天都留下呢？”

小白鼠说：“尊敬的大花猫先生，每天排队前我都先数一数你抓到了多少只老鼠，然后，我站在一个相应的位置，就可以留下来了。”

大花猫听了小白鼠的详细回答，很感叹地说：“没想到，害人的老鼠里居然也有你这样聪明的小白鼠呀！”

小白鼠行了一个礼，恭敬地说：“尊敬的大花猫先生，不瞒您说，我并不是害人的老鼠，我是从科学家的实验室里溜出来玩的，您放我回去，好吗？”

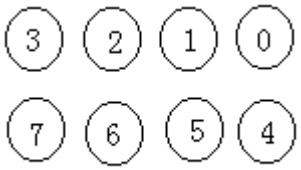
大花猫高兴地放它回去，临别的时候，大花猫还感谢小白鼠给它上了一节生动的数学课呢！

你知道吗，小白鼠每天应站在什么位置才能不被花猫吃掉。

（为了方便，我们假设第一天共有十只老鼠排队，第二天是二十只，拿出你的算术游戏子来试着排排看吧。）

6 一个古老的游戏

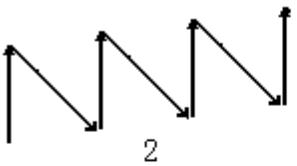
这是一个古老的游戏，原来的名字叫做“八仙过海”。论年纪，它恐怕比你爷爷的爷爷更老了，奇妙的是，其中的“诀窍”却是现代电子计算机的二进制。

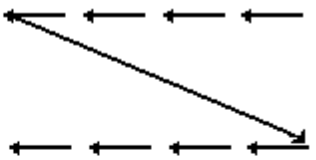


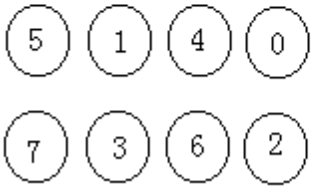
1

玩法如下：

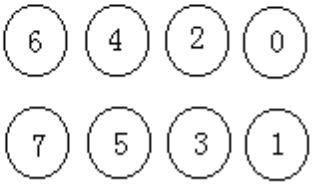
取算术游戏子（或纸片）0、1、2、3、4、5、6、7 共八枚，按图 1 放置。请小朋友（可以同时有好几个小朋友都参加玩）默记某一数字，但不要具体说出，只要告诉你他心中记的数字在上一排还是下一排就可以了。


2


3



4



5

你按图 2 所示的顺序把棋子收拾起来，再按图 3 所示的顺序摊放开，于是就成了图 4。请小朋友们再讲一次在上一排还是在下一排。

再按图 2 收，按图 3 放，成图 5。再请小朋友讲一次，你就可以猜出他心中默记的是什么数字了。

你想想看用什么办法算？

7 流向图

两个孩子在左岸，来了一队战士，需要渡河到右岸去。但只有一只小船，每次仅能载一个大人或两个孩子，应该怎样渡河呢？请你指挥吧！

你可能要提出问题：这队战士一共有多少人？当你做完这道题后，就会明白，这个数字对你指挥渡河来说，关系不大。

8 牧羊少年的鞭子

杂技团正在演出“绳鞭”，穿着牧羊少年服装的演员拿绳鞭一挥，就把对面助手手中的纸一劈两半。助手把手中留下的半张纸转过 90°，“啪”一声，纸又被劈掉一半……问劈了几鞭以后，助手手中剩下的纸是原来纸面积的 $\frac{1}{32}$ ？如果演员劈了十鞭，助手手中的纸剩下原来的几分几一？

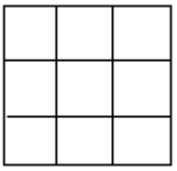
9 排课程表的数学

要排好课程表，并不是很容易的。某班上午的三节课为数学（s），语文（y），自然知识（z）各一节。但数学老师第三节课要出外听课；语文老师第二节要参加中心组备课；自然知识老师，一早要去记录和分析小气象台的数据，不能上第一节课。问课程表应怎样排法，才能保证老师们既能按时教课，又能完成其他工作？

10 著名的“九宫算”

我国古代劳动人民对数学的发展作出了许多重要贡献，有的成果还被编进美丽的神话传说中去。大约 2000 年前西汉的《大戴礼》中，就记载着这样一个故事：夏禹治水的时候，洛水里出现了一只很大的乌龟，龟背上有一张象征吉祥的河图洛书纵横图。图案用数字表示就是将 1 至 9 个整数填在方格里，而每一行、每一列、每一条对角线上的三个数字加起来都等于 15。

你知道这张图的填法吗？你当然可以用凑数的方法将它完成，不过，若用移动某几个数字的办法，可能更加明确简单，且容易记忆。



11 角上的重复

1）一个三角形，每边有四点，至少有多少点？

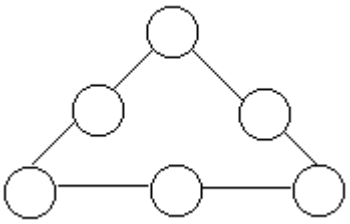
2）一个正方形，每边有四点，至少有多少点？

3）一个五角星，每两个不相邻顶点的连线上都有四点，共有多少点？

注意：第三个问题没有指明“最多”或“至少”有多少点，因此答案在一个范围内都是正确的，并不能确定具体数字。

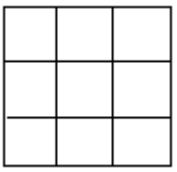
12 乘法填数

将 1、2、3、4、8、12 这六个数字填入圆圈，使每条线上三个数的乘积相等。



13 填成倍数

将 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数字填入各空格。这样，每一横行的三个数字组成一个三位数。如果要使第二行的三位数是第一行的两倍，第三行的三位数是第一行的三倍，应怎样填数？



14 有几种填法

把 1、2、3、4、5、6 填入表格内，要使得每一行右边的数字比左边的数字大，每一列下面的数字比上面的数字大，问有几种填法？

15 密码游戏

在这张纸上写着一段“密码”。你要翻译它的话，可以把图上的字抄在方格纸（如小楷簿等，格子必须是正方形的）上，再照另一张图画的方框（要用同样的方格纸），挖去♥部分，盖在有字的图上，这时你就可以在挖去的方孔里，从左到右，从上到下地念出九个意思连贯的字来。念完了这九个字，再把纸框顺时针方向转 90°，继续念下去。念完再转 90°，36 个字都念完了，就明白这句“密码”的意思了。

如果你能懂得设计这种纸框和书写“密码”的窍门，当然可以自己另行设计。

	♥				
			♥		
♥					♥
		♥			
	♥		♥		♥
♥					

富	放	老	多	师	不
少	采	同	学	学	的
了	作	课	都	的	，
喜	外	我	数	活	欢
学	们	听	参	讲	加
丰	动	座	，	陈	。

16　24 点（四人游戏）

取一副扑克牌，拿去其中 J、Q、K，并指定 A 代表 1。然后平均分给四个人，各人都把牌理成一叠，数字向下，放在面前。

一位小朋友喊：“一、二、三”，大家同时各翻出第一张。谁能运用加减乘除法先算出这四张牌是 24 点，就说声“有”。三人说了“有”后，第四人可指定三人中某人讲出算法来。如果他讲对了，第四人把这几张牌收进。如果他讲不出或讲错了，由他收进，继续游戏。

如果翻出的四张牌，四人都承认无法算得 24 点，则重来（翻过来放于各人牌尾）。

某人的牌先完，他就得胜，其余三人按牌有多少排名次（越少越好）。

17 人人都会变的魔术

小明变魔术，拿出一叠预先编好号码的纸，共有 20 张。他翻开第一张，上面写着 1，然后把第二张放在一叠的底下，又把第三张放底下。再翻开第四张，上面写着 2，然后把第五张放底下，第六张放底下……如此下去，翻完 20 张，张张连号。

表演完了，观众争论起来，有的小朋友认为，这算什么魔术，预先排好的嘛，人人会变。也有的小朋友认为不那么容易。

你赞成哪一种意见呢？我看你应该先试着变变看！

18 从谁开始

二十个小朋友坐成一个大圆圈，围住庄老师，要她出谜语给大家猜。庄老师说了第一个谜语：“千条线，万条线，掉进水里就不见。”二十个小朋友都举手要求回答。

庄老师说：“这样吧，第一个谜语我请某个同学回答，而下一个谜语就由他左邻第三个同学回答……这样轮流下去。但回答过的同学就不再计算在里面了，好不好呢？”

大家异口同声地回答：“好！”

只有小童站起来提了个附加要求，他希望回答第二十个谜语。

庄老师说：“好的，最后一个就留给小童。但为了做到这一点，我应该让哪一个同学来回答第一个谜语呢？”

19 分清奇偶数

你请一个同学在两张小纸片上分别写一个奇数与一个偶数，两手各握一张，不给你看见。

你再请他将右手中的数乘 2，左手中的数乘 3，把乘积相加的结果告诉你。如果是奇数，你即可猜出同学左手握的是奇数。若是偶数，你即可猜出同学左手握的是偶数。

这样猜肯定是正确的，你能说出为什么呢？

20 猜年龄

你请一位小朋友不要把年龄告诉你，由你来猜。但是你要他把年龄乘以 3，再加上 3，再除以 3，然后把答数告诉你。这时，你再把答数加上 2，就是他的年龄了。

例如，那位小朋友的年龄是 12（当然，他并没有告诉你），他只告诉你：

（他自己的年龄×3+3）÷3-3=10

那么，你就可以猜中他的年龄是 10+2=12 岁了。

请问，这是什么道理呢？

21 还是原来的数

你任意写一个三位数。把这三个数字再重复一遍，组成一个六位数。如 327，重复成 327327。

将此六位数除以 7，再除以 11，再除以 13，你会发现一个奇怪的现象，答数必定仍是你原先写的数字。

举例：32732÷7=46761

46761÷11=4251

4251÷13=327。

有的小朋友担心，三位数字重复成的这个六位数，除以 7，再除以 11 和 13，可能会除不尽。我们说，不会的。如果除不尽，一定是你哪一步算错了。你看了答案里的解释就会明白的。

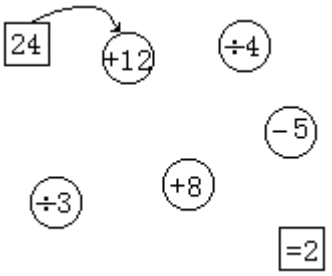
22 猜子游戏

取算术游戏子 0、1、2、3、4、5、6、7、8 各五枚（注意：规定 6 不能代替 9），数字向上，搅乱。你请小朋友秘密拿去一子。你在棋子中迅速地拿掉若干加起来是 10（或 20）的棋子（如 3 与 7；6、6 与 8 等），拿到后来，用 10（或 20）减去剩下的数，就是被藏起的子了。

如剩下 3 与 4，小朋友藏起的是 3（即：10-3-4=3）。剩下 6 与 9，藏起的是 5（即：20-6-9=5）。剩下 0，藏起的也是 0。

经过练习，你可以很熟练地算出，小朋友就觉得惊奇了。

23 连线游戏



小朋友，请把圆圈里的数字用线连起来。从上面的方格出发，线连到哪个圆圈，就按圆圈内符号与数字进行运算，但最后要等于下面方格里的数目，才算完成。谁连得又快又准确，谁取得胜利。

线连过后，你可以试写成一个算式，求出结果。请注意适当地加括弧。

小朋友，你还可以模仿这题，自己出题目进行游戏。

24　2520 的秘密

学者在一座埃及金字塔的墓碑上发现了一组象形文字，翻译出来原来是一个数字——2520。以后的研究引起了数学家的浓厚兴趣，原来古埃及人很早就知道了 2520 这个数的特性，它是 2、3、4、5、6、7、8、9、10 这九个自然数的最小公倍数。

我们可以试一试：2520÷7=360。

对其他八个除数，都可以不用具体计算就说明它们确实可以整除 2520 的，你能说明理由吗？

25 看球

哥哥给小琳出了一道题：有许多小朋友，排了队去看球。2 人一排多 1 人，3 人一排多 2 人，4 人一排多 3 人，5 人一排多 4 人，6 人一排多 5 人，7 人一排多 6 人，8 人一排多 7 人，9 人一排多 8 人，10 人一排多 9 人，问这些小朋友至少有多少？

这道题太复杂了，小琳越想越乱，他调皮地对哥哥说：“我不算了，我也去看球吧！”哥哥笑着对他说：“你如果也要去看球，那就好办啰。”小琳恍然大悟，很快就算了出来。

26 分图书

老师把画报 51 册，连环画 135 本，儿童读物 108 本，还有 315 张白纸交给小朱和小李，请他们把图书和纸平均分给三个班级。

小朱问：“如果分不均匀，怎么办？”

老师没有回答，小李满有把握地说：“不会分不均匀，我们去干吧！”

小李怎么知道这些图书和纸，可以平均分配给三个班级的？

27 预知差错

小陈是公共汽车售票员，她的票夹上有 5 分、1 角、1 角 5 分三种车票。

她习惯把硬币都放在车厢的小桌上，这样，就可以随时算出有没有差错。有一次她数了数桌上的硬币，是 36 分，她说：“今天我肯定出了差错了。”小陈还没有最后结帐就预知有差错了。她是怎样计算的？

28 你身上的计算器

张小华背诵九九乘法表，“9”的口诀记不牢。老师说：“那你就用计算器算吧。”小华诧异地问：“计算器，在哪儿呢？”老师笑笑：“你的手就是一架最简单的计算器啊！”

手怎么能代替计算器呢。你看，小华正在试着运算呢！你会吗？

29 奥妙在哪里

卫星小学为四年级同学代购 179 枝铅笔和 179 只笔套。铅笔 8 分一枝，笔套 3 分一只。去采购的小贺按营业员所开的发票付了款，共计 18.69 元。在回校途中，他发现营业员算错了。就返回店里。果然是营业员少算了一元钱，应该是 19.69 元。

营业员说：“让你多跑了路，费神一笔笔去算，麻烦你了。”

小贺说：“不要紧，我只走到半路，再说，我并没有进行具体核算，就知道它肯定错了。”

小贺的奥妙在哪里呢？

30 得 30 与让 30

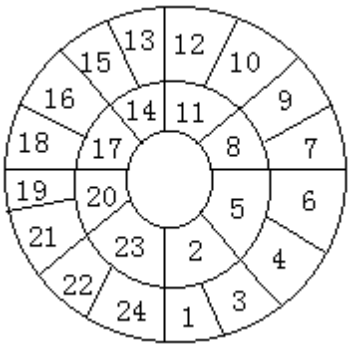
有一种游戏叫“得 30”。方法是：两人进行游戏，从 1 开始轮流报数。每人每次可报一个数，也可报两个数。如甲报：1；乙报：2、3；甲报：4、5；乙报：6、7；甲报：8；乙报：9……都是允许的。谁报到 30 谁胜利。

你知道取胜的办法吗？

如果改为“让 30”，即谁报到 30 谁输，那么取胜的方法应作什么改变呢？

31 巧妙的回答

上海体育馆有 24 个看台，分布在内外两圈。有一次，服务员正忙的时候，接到了工厂同志打来的电话，说是买了 500 张票，分在十二个看台，询问哪几个看台是在内圈？聪明的服务员说，只有将台数加上一个数，再被另一个数去除，能整除的就在内圈。工厂的同志满意地道了谢。



我们向服务员要来了体育馆的平面示意图，请你算一算，服务员说的是将台数加上几，再被几去除呢？

32 n^3+11n 必能被 6 整除

小朋友，你一定很关心中国科大少年班的同学们，很想知道他们做些什么数学题目吧。我们现在介绍一道少年班的试题，你也来试试看吧。

题目：

如果 n 是自然数，n^3+11n 必能被 6 整除。

33 小龙买早点

一天，小龙带若干钱上街买早点。如果他买尽可能多的大饼（每只 3 分），要剩下 1 分钱；如果买尽可能多的油条（每根 4 分），也要剩 1 分钱。他至少带了多少钱？

又有一天，小龙带若干钱上街买早点。如果买尽可能多的大饼，要多 2 分钱；买尽可能多的油条，要多 3 分钱，问这一天他至少带了多少钱？

34 仪仗队

一个旗手前头走，
仪仗队员雄赳赳。
六人一排真整齐，
八人一排没零头；
十人一排多两个，
只好去当护旗手。
问你至少多少人，
请你一个不要漏。

35 谁都不肯扮“特务”

王一、王二和王三是孪生三兄弟。有一次要做抓“特务”的游戏。三个人都不肯做“特务”，于是决定抽签。但他们三人又都说第一个抽签做“特务”的可能性最大，不肯先抽，争了半天，没有结果。后来王一说：“我们争不清楚，去问问同学吧！”他们知道你是数学爱好者，想请你说说，先抽

签做“特务”的可能性大，还是后抽的可能性大？

36 暗箱里摸东西

暗箱里有十只红袜和十只黑袜，至少拿出多少只，才能保证配成一双同样颜色的袜子？

如果是十只红手套和十只黑手套，至少要拿出多少只，才能保证配成一副同样颜色的手套呢？

37 猜对了一半

一阵阵“加油”、“加油”的喊声，把我引向游泳池边。这里，甲、乙、丙、丁四个班的代表队正进行班际接力比赛。我走到水花飞溅的池边，遇到了王一、严二、和王强等几个小朋友，我请他们对比赛的胜负进行猜测。

王一说：“我看甲班只能得第三名，丙班才是冠军呢！”

严二说：“丙班只能得第二名吧，至于第三名，我看是乙班。”

王强很干脆，他说：“丁班第二，甲班第一。”

比赛结束了，我又找到了这几个小朋友，他们发现，三人的预测都只猜对了一半。

你能推算出比赛结果吗？

38 有趣的算题

暑假结束了，陈老师问班里的同学们：“谁在假期里看过动画片《机器猫》？”有一半小朋友举起了手。她又问：“谁在假期里看过《舒克和贝塔》？”有五分之二的小朋友举起了手。陈老师发现，有 7 个小朋友两部动画片都看过了。

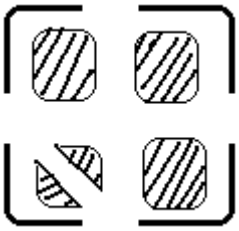
王小涛因假期里到海滨爷爷家去。两部动画片都没看，他还知道，有几个小朋友也这样。于是他问陈老师：“这两部动画片都没有看的同学，要不要举手让您数一数呢？”陈老师笑笑说：“不用了，有多少同学两部动画片都没看，我已经知道了。”

如果这个班有 50 个小朋友，你知道有几个同学两部动画片都没看吗？

39 不走重复的路

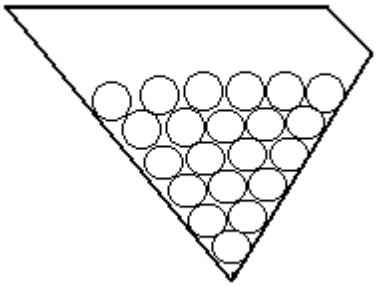
某工人新村的平面图如图所示。邮递员同志能否不经过重复的路走遍每家门口。他是否可以从东南西北四个入口任何一个入口进去，完成这样一次邮递路程？

提示：这个问题可以用“一笔画”来帮助解决。



40 药房里的故事

你到医药商店去买过药片吗？如果营业员为你数药片，他会拿出一个小巧的工具。这是一个等边三角形的无盖小盒，边上翻起一点，正好把药片挡



住。他把几十粒药片倒进小盒子，轻轻一抖，药片就在里面整整齐齐地排好了队。有趣的事情发生了，营业员并不像你想象的那样一五一十地数药片，他只要看一看就知道是多少。你懂得营业员的窍门在哪里吗？

比如说，现在药片排成了六排，你能不数就算出是多少粒吗？

41 有多少三角形

请你数一数。图中共有大小三角形多少个？不过为了不至于少算，最好先找个规律。

42 说大话的“建筑师”

放学了，女孩子们玩“造房子”。

小琴把一串钮扣抛到第 1 格，单脚跳进此格，捡起后回到起点；再抛到第 2 格，重复上述动作……跳了第 5 格，就算一圈结束了。

小琴向伙伴们说：“工人叔叔造高楼，我们也造大一点，跳 50 间算一圈，好不好？”

“好，”小姑娘们一致同意。

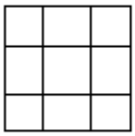
这话给哥哥听见了，他说：“你们大伙慢一点赞成，应该先算一算，如果每间房子向前伸 2 尺，钮扣每次都丢在正中的话，造一圈 50 间的‘房子’，一共要跳多少路呢？”

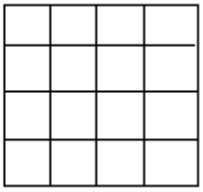
当结果算出来的时候，小琴伸了伸舌头，自己也笑了。

43 数正方形

用 24 根火柴搭成如左图所示的形状，可以得到许多正方形，请数一数，一共有多少个？

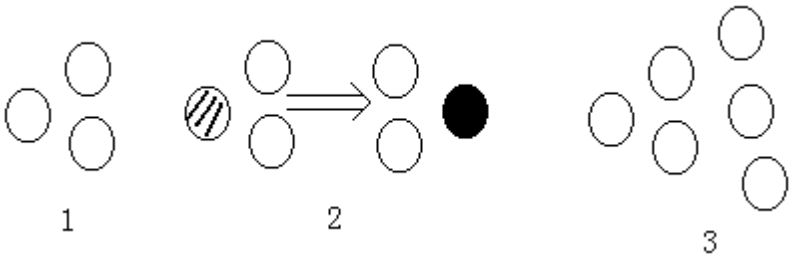
（你应该找一找规律，否则的话，我如果问你由 40 根火柴搭成的后图中有多少个正方形，你会搞胡涂的。）





44 箭头转向

3 枚棋子能组成一个三角形箭头，它有两个竖列（如图 1）。要使它从指向左变为指向右，最少要动几枚棋子呢？你一定可以很快答出：动 1 枚（如图 2，其中黑棋子表示阴影线棋子移到的新位置）。

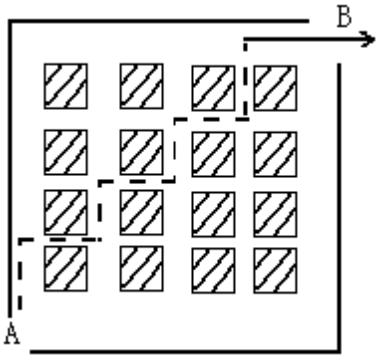


6 枚棋子也能组成三角形箭头的，它有三个竖列（如图 3），要使它转向最少要移动几枚棋子？

有四个、五个竖列的三角形箭头中分别包括几枚棋子？要使它转向最少要移动几枚棋子？

45 条条大路都能走

附图是某街区的平面图。一中队少先队员要从学校（A 点）走到博物馆（B 点）去，他们在讨论：如果不走远路，即只向东（在图上是向右）或向北（在图上是向上）走的话，有



多少种不同的走法？详细讨论的结果使他们大吃一惊：即使他们 50 名队员每人走一条不同的路线的话，还有一些路线没人使用。

他们讨论的第二个问题是：这么多路线中哪一条最近？

46 数麻球的数学

一群孩子经过饮食店，看见老师傅把刚炸好的麻球排成底边是正方形的“四棱锥”。他数也不数，就向他的助手报出这一堆麻球的只数了。

孩子们很奇怪，问道：“师傅，你是用什么方法数的，数得这么快？”

老师傅笑了笑，对自己的助手说：“来，你到那边桌上，把麻球一层一层地取下，每一层为一组，平铺开来，孩子们就会知道奥妙了。”

47　302 号秘密图纸

某城市公安机关得悉，有一个特务盗窃了一份绝密资料——302 号秘密图纸，正乘火车潜逃边防某地企图偷越出境。必须派一位精明能干的侦察员赶赴边防，截获图纸。上级机关把这项任务交给了某公安分局侦察小分队。这个小分队驻地离边防 400 公里。为了争取时间，必须乘摩托车火速出发。但他们只有 5 辆摩托车，每辆车只能装带 6 个小油箱，而每个小油箱的油也只能供行驶 40 公里。怎么办呢？侦察员们开动脑筋，很快就想出了一个好办法。他们派出了 5 个优秀的侦察员，驾驶着 5 辆摩托车飞驶边防，胜利地完成了任务，保卫了国家机密。

你知道他们是怎样顺利到达边防的吗？

48 从 1 到 10 亿

亲爱的小读者，要是问你

1+2+3+……+99+100=？

你们一定会很快地算出它们的和是 5050。

但是，如果要你们算一算从 1 到 1000，这 1000 个数的数字之和等于多少，你们可能会感到困难。现在要你们计算从 1 到 10 亿，组成这 10 亿个数的数字之和是多少，你们可能会长叹一声，觉得无从下手。不过，请不要着急！你们先仔细琢磨一下前面那道题目是怎样算出来的，然后再动脑筋，好好地想一想，办法总是有的。

49 白球和红球

四个同学在一起做数学游戏。小华、小军和小明把手放在背后。小虎拿了二只白球、三只红球给他们看，接着从背后给他们每人手中放一只红球，剩下的二只白球悄悄地藏起来。然后，允许他们每人看一下另外两个人手中拿的是什么颜色的球，但不准看自己手中的球。看过以后，小虎要他们迅速判断自己手中的是什么颜色的球。

小明第一个猜出了自己手中球的颜色。他是怎样判断出来的呢？

50 假慈善家

某资本主义国家有一个“慈善家”，他带了一些钱，假惺惺地要救济一批失业工人。他对第一个工人说：“我把我身上带的钱分一半给你，但我要从给你的钱中收回一元作为手续费。”这样一个一个地说过去。分过以后，这个“慈善家”手中还剩两元钱。你知道这个“慈善家”一共带了多少钱？他救济了几个失业工人？

51 谁说得对

有一只盛水的直圆桶，里面盛了一些水。张三说桶里的水比半桶水多，李四说比半桶水少。当时又没有任何测量用具，怎样才能断定他俩谁说得对呢？

52 百灵鸟错了

一只蜗牛蹲在墙下边，伸长脖子向站在墙头上的百灵鸟说：“这座墙高十尺，我白天向上爬三尺，夜晚又会溜下二尺。你说我几天可以爬到墙头上？”百灵鸟不假思索地说：“啊！这太容易了！白天往上爬三尺，夜晚滑下二尺，那一天只能爬上一尺。墙高十尺，十天就可以爬上墙头了。”

蜗牛一听乐了，笑着说：“百灵鸟啊百灵鸟，大家都说你‘百灵’，其实你并不灵，你错了！”

大家想想，百灵鸟的回答错在哪里？

53 算一算

将一个立方体六面都涂上红漆,再在每面切两刀,可得 27 个小立方体(如图）。请算一算小立方体中三面有红漆的有几个？二面有红漆的有几个？一面的呢？一面都没有红漆的呢？若每面切三刀得 64 个小立方体,情况又怎样呢？若每面切 n 刀得（n+1）3 个小立方体，结果又怎样呢？

54 巧分御酒

很久以前，有一位国王，为了奖赏屡建战功的三员大将，决定将 21 坛御酒赐给他们。但这 21 坛御酒中，有 7 坛是满的；7 坛只有半坛酒；还有 7 坛是空坛。遵照国王的旨意，把这些御酒赐给三位大将时，不但每人得到的酒应该一样多，而且连分到的御酒坛也应该一样多。国王还规定不能把酒从一个酒坛倒入另一个坛里。你能不能想出一个办法来帮他们分一分呢？

55 谁去合适

少先队夏令营正在进行侦察游戏。中队长接到大队部的命令，要他在编号为 A、B、C、D、E、F 的六个队员中挑选若干人去执行一项特别任务。大队部对人员配备提出了以下要求：（1）A、B 两人中至少要去一人；（2）A、D 不能同去；（3）A、E、F 三人中要派二人去；（4）B、C 二人要么都去，要么都不去；（5）C、D 二人中去一人；（6）若 D 不去则 E 也不去。

中队长开动脑筋，很快派出了符合要求的队员。请你想一想，该派哪几个队员去呢？

56 谁得了第一名

森林里正在开运动会。小鹿和斑马即将进行二百米赛跑。由于树林里树木繁茂，开辟不出一条长达二百米的跑道，这场赛跑只好在相距一百米的两棵大树之间进行。谁胜谁负，观战的动物们正在纷纷猜测。

大熊猫想，斑马一跳就是 3 米远，而小鹿一跳只有 2 米。但小鹿灵活，动作快，在斑马跳二次的时间里小鹿可以跳三次。唔，这样看来，它们的速度是一样的。那末，一定会同时跑到终点。

你说，大熊猫想得对吗？

57 次品在哪里

有 12 个外形完全一样的乒乓球，其中有一个重量不符合要求，不能用来作为国际比赛用球。要求用一台没有砝码的天平称三次，把这个次品乒乓球找出来，并要确定它比正品球重还是比正品球轻。

次品在哪里？你能找出来吗？

58 你能判断吗

期中考试后，分别取得数学、物理、化学和外语第一名的四位同学在一起议论。甲认为丁的外语考了第一名，乙认为丙取得了物理考试的第一名，丙认为甲不可能是数学考试的第一名，丁说乙肯定是化学考试第一名。

实际上，只有获得数学和外语考试第一名的两位同学的判断才是正确的，而另外两位同学的判断是错误的。

你知道这四位同学各获得了哪门功课的第一名？

59 三个人的年龄

甲、乙、丙三人在一起谈论自己的年龄。他们三人都说了三句话，但所说的都不是完全可靠的，三句中只有两句是正确的。

甲说：我比乙小 2 岁。乙 24 岁。乙比丙大三岁。

乙说：在三人当中，我的年龄并不是最小的。丙和我相差 3 岁。丙 25 岁。

丙说：甲 23 岁。乙比甲大三岁。我比甲还要小。

根据上述对话，你能推测出他们每个人的年龄吗？

60 通往“冠军”的道路

由各年级选拔出来的 50 个同学参加学校组织的羽毛球比赛。比赛章程规定每一个参加比赛的同学在第一次失败后就必须退出比赛。那末，为了得到冠军，总共必须进行几次比赛？

61 贪玩的小胖

今天是星期天。上午八点多钟，小胖就邀隔壁的小芳出去玩了。出门时，正好看到座钟的时针和分针重叠在一起。春光明媚，鸟语花香，两个好朋友玩得连吃饭都忘记了。一直玩到下午两点多钟才回家。回家一看钟，真巧！这时时针和分针正好成一条直线而指向相反。

请你算一算，小胖他们在外面玩了多少时间？

62 除法的秘诀

不许用笔算，请你迅速判断下列除法能否整除。

（1）7237641÷3；（2）834916÷4；

（3）9764528÷8；（4）42543873÷9；

（5）813263715÷11；（6）7485675÷5；

（7）12901÷7。

63 怎样填

有一个二十八位数，其中空了十位。这就是：

5□383□8□2□936□5□8□203□9□3□76

现在请你把 0、1、2…8、9 这十个数填到上面的空位中去。想想看，应该怎样填才能使得到的数能被 396 整除呢？

64　360 的约数有多少个

除夕晚会，热闹非常。猜谜语的，打乒乓的，做游戏的，……，把偌大的一个俱乐部挤得满满的。这时，小华、小军和小明正兴致勃勃的在“数学世界”游戏室做趣味数学呢！

他们拿到了一张数学卡片，上面写着一个数学题目：

360 的约数有多少个？

小华搔了搔后脑勺，想了想：360 的约数有 2、3、4、5、6、8……。哎呀！真多。到底有多少个呢？

小华、小军和小明凑在一起讨论了一下。“嗨！三个臭皮匠，顶个诸葛亮”。360 这个数共有 24 个约数！

爱动脑筋的少年朋友，你们晓得他们是怎样算的吗？

65 残缺不全的除式

一张被损坏的数学手稿上保留着下面这个残缺不全的除式。其中用方框表示的是模糊不清的数字。请你恢复这个除式的本来面目。

```
          □□8□□
□□□ ) □□□□□□□
      □□□
      ------
      □□□□
       □□□
      ------
       □□□□
       □□□□
      ------
          0
```

66 填算式

右边这个算式非常简单。你能不能动动脑筋，把 1、2、3，……9 这九个数分别填到每一个方框中，使算式成立呢？

```
      □□□
-)    □7□
-----------
      □□□
×)      □
-----------
   1 9 8 1
```

想想看，能有几种填法。

67 节日之夜的火炬灯

节日的夜晚，八一广场上灯火辉煌。李明和他的同学们高兴地在广场上欣赏着这迷人的夜景。忽然，小明神秘地眨了眨眼睛，对伙伴们说：“你们都闭上眼睛，听我出一道算题给你们算一算。看谁先算出来。”他接着说：“这广场上有很多明亮的火炬灯，我刚才数了数。如果七个一组去数，还余二个；九个一组去数，还余四个；五个一组去数，那么正好数完。你们知道共有多少火炬灯？”小强一听，笑着说：“唔，你出的这道题，有个很好听的名字，叫做‘韩信点兵’，我在著名数学家华罗庚写的《从孙子的“神奇妙算”谈起》那本书中曾读到过类似的问题。”接着，他迅速地说出了答案。

亲爱的读者，你能算出来吗？

68 有多少本书

学校图书馆新到了一批少年知识丛书。图书管理员张老师在认真地点着

数字。他先是二本二本地数，最后多出一本；他把这一本拿开，重新五本五本地数，又多出一本；他又把这一本拿开，再重新七本七本地数，仍多出一本；他又把这一本拿开，又继续九本九本地数，还是多出一本。想想看，这批书最少有多少本？

好学的人是不会墨守成规的。希望你也不要用前面用过的方法，应该闯出一条新路来。

69 神通广大的小明

初二数学课外活动小组里，小明正兴致勃勃地和同学们玩着猜数游戏。只见他对小红说："你心里先想好一个数，随便几位数都行，但不要告诉我。"小红点点头，她在心里记下了 8437 这个四位数。小明又说："你记住那个数。再把那个数减去它的各位数字的和。"小红心算了一下：8+4+3+7=22，8437-22=8415。"好，减好了。"小红告诉小明。小明又继续说："在你的最后结果中，你留下任何一位上的数，但不准留'0'这个数，然后把其余各位数字随便按怎样的顺序告诉我。我马上就可猜出你留下的是一个什么数。"小红听后，暗自留下一个数"4"，然后告诉小明：1，5，8。小明一听，几乎未加思索地脱口而出："你留下的数是 4。"站在旁边观看的同学听小明一报出数字，马上凑过去问小红对不对。小红瞪着一双大眼睛，又惊又喜地说："对！对！你是怎么猜出来的呢？"接着，其他许多同学也来让小明猜，照例每次都猜得丝毫不差。

同学们，你们知道小明是怎样猜的吗？

70 有趣的乘法

课外活动时，同学们最喜欢李老师给他们做数学游戏。这些数学游戏都很有趣，既可以增长知识，又可以培养思维能力。有一天，同学们围坐在李老师身旁，老师用树枝在地上写了一串数：1，2，3，4，5，6，7，9。他要张华从中任意报一个数给他。张华信口报了一个"3"。李老师就列了这样一个算式：

12345679×27，并要张华把这个乘积算出来。虽然张华还不明白这是什么意思，但还是认真地算了起来。咦！真奇怪！算出来的数竟全部是"3"——正好是他刚才报的数。

周明觉得挺有意思，于是他也给李老师报了一个数"5"，李老师又列了一个算式：

12345679×45。计算结果竟然也是由他所报的数"5"组成的。

这下子可热闹了。另外几个同学也接连报了几个数，由李老师列出算式，计算结果也都是一连串同样的数。

你知道李老师列算式的奥妙在哪里？你能说出其中的道理吗？

71 瞧这一家子

张老师一家四口人，爱人、儿子、女儿和他自己。今年张老师的年龄正好是一个完全平方数。表示他的年龄的两位数的数字之积正好等于他爱人的

年龄，数字之和等于他女儿的年龄。而他爱人年龄的数字之和又刚好等于他儿子的年龄。你瞧，这一家子的年龄是一个多么有趣的组合。请你细心地把它理出一个头绪来，并准确地判断出这一家四口人的年龄。

72 奇妙的数

初二（1）班数学小组的同学正在兴致勃勃地做着数学游戏。小张先在纸上写了一个任意的三位数 612，小李在该数的右边添上 054，这个数就成了 612054。小李断定，这个六位数一定能被 37 整除。同学们不信，纷纷验算起来。咦！真的，一点不错，商是 16542。小林又写了一个数 714，小李又在它的左边添上 285，得到一个六位数 285714，同学们一试，也能被 37 整除。小王心想，我写一个二位数试他一下。于是他写了一个二位数 21，小李在它的右边添上 452，成了 21452，又添了一个 3786，成了 213786，真有意思，竟都能被 37 整除。

同学们，你知道小李是根据什么规则添数的吗？为什么会有这种规则呢？

73 知其所以然

让你的同学想出任意一个不含相同数字的三位数，但不要告诉你。你再叫他从这个三位数中用每 2 个数字组成一个二位数，这样总共可以得到六个二位数，然后把这六个二位数相加，所得的和数告诉你。你在心中把这个和数除以 2，再除以 11，所得到的数一定是这位同学原先所想的三位数的数字之和。

你一定会觉得这个游戏顶好玩，也很容易做。但是请你千万记住，不但要知其然，更重要的是要开动脑筋，知其所以然。

74 几种砝码

水果商店里常常要把一筐筐的苹果拆开零售。已知每筐苹果一百斤，为了能用天平分别称出从 1 斤到 50 斤的各种不同的重量，并且为了使用方便，我们限定只能在天平的一个盘子上放砝码，另一个盘子上放苹果。请你设计一下，至少要配备多少种不同的砝码？

75 能办到吗

有一千斤苹果，要分放在十只大小不等的筐内。要求不论需要几斤，都可以马上拿出来而不需要重新过磅。请你精心安排一下，这十筐苹果每一筐各应放多少斤？

76 哪个大些

如果 a、b 两个字母都代表正数，你能迅速判断下列两式哪个大些吗？

$\frac{a^2+b^2}{a+b}$ 与 $\frac{a^2-b^2}{a-b}$

77 谁先到达

今天下午第四节课，是初一数学课外小组活动时间。王老师给大家出了一道数学题：昨天小明和小军从学校出发，走同一条路去青少年科技展览馆。小明一半时间行走的速度是 a，另一半时间行走的速度是 b；小军先以速度 a 走了一半路程，然后用速度 b 走完了另一半路程。请大家算算看，小明和小军谁先到达展览馆？

78 这是一个什么数

小芳正在桌子上玩着积木，一不小心把墨水瓶打翻了，流出来的墨水把爸爸放在桌子上的一篇数学论文印糊了。其中一个句子成了“自然数 62□□427 是 99 的倍数。”中间两个数字已看不清了。你能够用学过的数学知识把这个数求出来吗？

79 有用的多项式

李老师在黑板上写了一个整系数的多项式 f（x）。他对大家说：“今天是我儿子过生日。假如用他的岁数 A 替换这个多项式里的 x，那么这个多项式的值正好等于 A，就是 f（A）=A。而如果用 0 替换 x，那么这个多项式的值是一个大于 A 的素数 P”。李老师要求同学们根据这些条件，推算一下，他的儿子今年几岁？

80 小林几岁

一天，小林正在认真地做一道数学习题。我站在旁边看了看，这是一个关于 x 的多项式。我问：“这是老师布置的家庭作业吗？”小林笑了笑，说：“不是，这是我自己想出来的一个多项式。你看多有意思。我的年龄正好是它的根。如果我把我去年的年龄数代进去，多项式的值正好是 0。”我看了半天也看不出来。因为我还不知道小林几岁呢？我就在心中暗自想着：“这是个整系数多项式，用 7 代进去试试看，得 77，不对，太大了。”“我又换了一个大一点的数代进去，得 85，根本得不到 0。”我对小林说：“你在开玩笑吧？你今年不可能小于 7 岁，但用大于 7 的数代进去，哪能得到 0 呢？”小林有点得意地说：“我已经快上初中了，你怎么还用那么小的数代呢？你看，这不就行了吗？”

亲爱的读者，你知道小林几岁吗？

81 两道数学竞赛题

（1）证明四个连续的整数的积加上 1，是一个奇数的平方。

（2）把两个连续整数代入 x^5-x+1 中，其差必是 10 的倍数。试证明之。

82 巧妙的判断

利用数学定理和规则，我们往往可以把一些看来似乎无法解答的问题通过分析和归纳，最后得以解决。比如，我们大家都熟悉这样两条数学规律：（1）n 个连续整数的乘积一定可以被 n 整除；（2）四个连续整数的乘积一定可以被 2^3 整除。你能不能用这两条规律来判断一下，多项式 $x^9-6x^7+9x^5-4x^3$，当 x 为任何整数的时候，这个多项式能否被 8640 整除呢？

83 小马虎做作业

今天是星期天，小马虎照例玩了个痛快。吃过晚饭以后，他突然想起，数学作业还没有做完呢！小马虎忙把作业本翻开，一道题目出现在眼前：

已知方程 $4x^2-2ax+2a-3=0$ 没有实数根，化简代数式 $\sqrt{4a^2-12a+9}+|a-6|$。

小马虎眼珠一转，哟，怪容易的。便唰唰地写开了：

解：$\sqrt{4a^2-12a+9}+|a-6|=\sqrt{(2a-3)^2}+|a-6|$

$=2a-3+a-6=3a-9$。

做完了题目，小马虎把本子一合，又跑去看电视了。

你们看，小马虎做对了没有？

84 猴子分桃

著名科学家李振道教授回国讲学期间，给中国科技大学少年班的同学出了一道题——“猴子分桃”。

有五只猴子分一堆桃子，分来分去就是分不好。后来大家商量好了，先回去睡觉，等第二天再分。夜里，一只猴子偷偷起来，数了数桃子，然后吃掉一个，再把剩下的分成了五等分，它取走了自己应得的一份，就回去睡觉了。第二只猴子爬起来，也吃了一个桃子，剩下的正好分成五份，它也把自己的一份收了起来。第三、第四、第五只猴子都是这样，吃掉了一只桃子后正好可以分成五份。

你知道这堆桃子共有多少只吗？

85 万吨巨轮

上海港口停泊了四艘国产万吨远洋货轮。1981 年 1 月 1 日，它们同时离开了港口，其中一艘每隔 4 星期回港一次，一艘每隔 8 星期回港一次，另外两艘轮船则分别要每隔 12 星期和 16 星期才能回港一次。这四艘船要什么时候才能重新在港口会合？

86 惊人的数字

今天数学课，李老师给大家出了一个有趣的题目。他说：“地上有一张

纸，在这张纸上面先盖上两张和它一样的纸，再接着盖上 4 张。再盖上 8 张、16 张、32 张、64 张……。假如就这样连续盖了 31 次，你们看叠成的这个纸堆会有多高？可能你们会说，薄薄的纸盖这么三十几次哪里会很高？了不起桌子那样高，再高也不会比一个人高。不过，请大家不要急于下结论，还是先仔细算算吧！这是一个会使你们大吃一惊的数字。”

你说这堆纸会有多高？

87 巧算根式

请用最简单的方法算出下面这个根式的值。

$$\sqrt[3]{\frac{1\cdot 2\cdot 4+2\cdot 4\cdot 8+3\cdot 6\cdot 12+\cdots\cdots}{1\cdot 3\cdot 9+2\cdot 6\cdot 18+3\cdot 9\cdot 27+\cdots\cdots}}$$

88 炊事员老张买菜

炊事员老张去菜市场买回来 11 斤冬笋，13 斤萝卜，共用去人民币 3 元 1 角 6 分。如果已知冬笋和萝卜的单价以分为单位时都是整数。问你冬笋多少钱一斤？萝卜多少钱一斤？

89 小小图书室

小强、小华和小明等十个同学把平时爸爸妈妈给他们的零花钱都积蓄起来，准备等“六一”儿童节时，每人拿出同样多的钱来买一批图书，送给一年级同学办一个小小图书室。其他同学听到这个消息，也积极要求参加这一有意义的活动，于是又增加了 5 个同学。这时，如果还是照原定计划买同样数量的图书时，原来十个同学每个人就可以少出 1 元钱。想想看，原先他们计划每个人出多少钱？

90 棋子分堆

把许多围棋子分成五堆，从第一堆取出五分之一放入第二堆，再从第二堆取五分之一放入第三堆。如此继续下去，直到从第五堆取出五分之一放入第一堆为止。此时发现各堆的个数相等，都等于 A。你看原来各堆有多少个围棋棋子？

91 巧合

有一次上数学课，李老师为了培养同学们的心算能力，先在黑板上写了一个数，他叫小张用 6 去除，再把商加 35。小张心不在焉，却把那个数用 6 去乘，并减去 35。算法完全与李老师要求的相反。奇怪的是，当小张报出答数时，李老师竟点头表示赞许。原来小张的计算结果竟是对的。你能用心算算出李老师在黑板上写的是一个什么数吗？

92 小莉买花

小莉在花木商店买了 M 支花，用了 N 元钱（M、N 都是整数）。当她买好了花准备离开时，聪明的营业员对她说：“如果你能再买 10 支花，也就是说，如果你总共能买 2 元钱的花，那么价格可以优惠，这样你将可以从每购买一打（每一打为 12 支）花中节约 8 角钱。”小莉一听，高兴地按营业员的要求又买了几支花。

你能从这位营业员的话中推断出小莉起初买了几支花？用了多少钱吗？

93 有趣的数

有这样五个数，它们的总和等于 100。而且第一个数加 2 等于第二个数减 2，等于第三个数乘 2，等于第四个数除以 2，等于第五个数开平方。你能写出这 5 个数吗？

94 小狗的路程

小明和小芳赛跑，小芳年龄小些，小明让她先跑 5 分钟。已知小芳的速度是每分钟 10 米，小明的速度是每分钟 12 米。当小明开始跑时，他们家的小狗黑宝也开始向前追赶小芳，赶上小芳后又返回跑向小明。就这样不停地在小芳和小明之间来回奔跑，一直跑到小明追上小芳时才停下来。如果小狗每分钟可跑 20 米，你能算出小狗总共跑了多少路程吗？

95 总分为零的试卷

数学期中考试共出了 26 道试题。试卷上规定了评分标准：每一道题，若解答正确就得 8 分；若解答错误，不仅不给分，还要扣 5 分。由于小刚考前没有认真复习，对很多问题都还是一知半解的。因此考试时，他勉强做完了所有的题目，但结果却得了个零分。

你知道小刚做对了几题？做错了几题？

96 小胖的难题

一天，小胖妈拿出一篮子鸡蛋，准备送到五保户刘大娘家去。小胖看见这么多蛋，问道：“妈，这篮鸡蛋有多少哇？”妈妈笑嘻嘻地说：“蛋还不算多，不够半百。如果再加上 3 个，就正好是 5 的整倍数。如果吃掉 3 个，就成了 6 的整倍数了。小胖，你算算看，这篮鸡蛋有多少个呀？”小胖贪玩，平时学习总是马马虎虎的，这一下被妈妈难住了。还是请你来给小胖解围吧！

97 植树造林绿化祖国

植树节到了，市二中的同学踊跃参加植树造林活动。学校买来了一批树苗，规定按下列方法分给各班；第一班领出 100 棵，再领走余下的 $\frac{1}{10}$ ；接着

第二班领走 200 棵，再领走余下的，$\frac{1}{10}$……。如此继续下去，最后全部树苗被各班领完,而且各班所得到的树苗都相等。问共有多少棵树苗？多少个班？

98 分苹果

今天是六一儿童节。小强的妈妈买回来一篮子苹果，给他们兄弟三人。妈妈把一篮苹果的一半又一个给了小强，再把剩下的一半又一个给了小红。最后把剩下的一半又三个给了小弟弟。这样篮子里的苹果正好分完。你知道篮中原来共有几个苹果吗？

99 大娘卖鸡蛋

一天，一个老大娘提了一篮鸡蛋去赶集。路上碰到一个人，买了篮中鸡蛋的一半另半个。走到集上，第二个人又买了篮中鸡蛋的一半另半个。第三个人、第四个人都是照着这样的方法买的。第五次，大娘卖掉了篮中鸡蛋的一半另半个，正好卖完。

你知道大娘篮中原有多少个鸡蛋吗？

100 知青饮食店置办餐具

为了广开就业门路，某街道办事处组织一些待业知识青年办起了一个饮食店。在正式营业之前，他们根据这个饮食店的经营规模和营业时间，对就餐顾客的日平均人数作了估计，以便合理地置办一批餐具。最后他们按 8 人一只汤碗、一只碟子、一只饭碗、一只菜碗，10 人一只汤匙和 20 人一只酒杯提出了一个购买 208 件餐具的计划。

根据这些数学，你知道他们估计每天平均有多少顾客来用餐呢？

101 轮转的六位数

有一个六位数 labcde，乘以 3 后，变为一个新的六位数 abcdel，你能求出这个数吗？

102 原方程是什么

甲、乙两人同时解一个一元二次方程，甲抄错了常数项，解得的两个根是 7 和-2，乙抄错了一次项系数，解得的两个根是 1 和 6，求原方程。

103 粗心的小军

粗心的小军，在解方程组$\begin{cases} ax+by=2 \\ cx-7y=8 \end{cases}$时，不小心把系数 c 的值抄错了。因此所得的解为 X＝－2，y＝2。但是正确的答案应该是 X＝3，y=-2。

请你把方程组中 a，b，c 的数值求出来。再看看小军把 c 的值错抄成什么数了。

104 窍门在哪里

李老师在讲到“解方程”这一节课时，曾经说过，要求几个未知数，一般说来，必须列出几个方程。但在某些特殊情况下，比如说对未知数的取值有一定的条件约束，那么有时也可以用一个方程求出两个未知数来。有一次，李老师就举了一个有趣的例子。他说：“我的年龄是一个二位数，如果把这个二位数的个位与十位上的数字互换，除以 3，再加 34，正好又等于我的年龄。”接着，他根据这些条件列出了一个二元一次方程，并很快的算出了答案。

请你也来试一试吧！

105 采药老人的行程

一老汉上山采药，上午八时出发，下午六时才回到家。他去的时候，先走平路，然后爬山，到了山顶后就按原路下坡，再走平路，回到家。老汉边走边采药，因此在平路上每小时仅走 4 里，爬山时每小时走 3 里，下坡时每小时走 6 里，回到平路还是每小时走 4 里，请问这位采药老人共走了多少路程？

106 慧眼识真珠

下面列举的五组数中，只有一组不满足方程：187x-104y＝41。不准把每组数代入方程进行验算，你能一眼看出是哪一组数吗？

（1）x=3，y=5；（4）x＝314，y=565；

（2）x＝107，y＝192；（5）x＝419，y＝753。

（3）x=211，y=379；

107 繁忙的公共汽车

今天是星期天，小红和小芳兴致勃勃地去市郊参观八大山人旧居。宽敞的南莲路上行驶着各种车辆。小红发现每隔 4 分钟就有一辆公共汽车迎面开来，而每隔 6 分钟则有一辆公共汽车从后面超过他们。小红对小芳说：“假定我们和汽车都是匀速前进的，并且迎面开来的相邻两车的距离等于从背后开来的相邻两车的距离。你能算出公共汽车每隔多少分钟开出一辆吗？”

108 盐不用退了

小张是食堂的采购员。一天，他到商店买了 7 元 2 角钱的盐。回到食堂一称，发现多了 3 斤，他赶忙称出 3 斤盐、准备退回给商店。炊事员大李在一旁看到，就问他是怎么回事。小张就把情况说给他听了。大李一听，笑了起来。他说：“盐不用退了。现在每斤盐比原来便宜一分钱。你再算算看，

不是正好吗？”小张一听，按新的单价一算，不多不少，正合适。

你知道小张买了几斤盐？每斤盐的价格是多少？

答案部分

1 对虾

塑料袋 2 只装，小盒 4 只装，中盒 8 只装，大盒 16 只装。余下一大盒一小盒加一只，共有 21 只对虾：

$$16\times1+4\times1+1=21$$

注意 1、2、4、8 这一列数，如果包装规格更多的话还可以写下 16、32、64、……

2 蝉翼似的纸

对折后这“叠”纸有 2 张

再对折有 4 张

再对折后有 8 张……

折 30 次后，这“叠”纸有 2^{30}=1，073，741，824 张。每 100 张是 1 毫米，这“叠”纸共有 10737 米高，比世界最高峰（珠穆朗玛峰，高 8848.13 米）还要高，真是一个惊人的数字啊！

不过这仅是算算而已，这样的一张纸，对折几次以后，便小得不能再折了。所以像珠穆朗玛峰那样高的一“叠”纸，实际上是没有的。

3 快菜

我们从 1 到 15，逐一分析。

（1）必须有一只盘子是打上 1 个蛋，否则，顾客要吃 1 个蛋就无法应付了。

（2）也有一盘要打上 2 个蛋，理由同上。是不是要有 3 个蛋一盘的呢？不必了，因为把上面两盘倒在一起可得到 3 个蛋。

（3）第三盘要打上 4 个蛋，因为 2＋1 只有 3 个（上面两盘鸡蛋相加），满足不了要吃 4 个蛋的顾客。至于 5、6、7、这三种数目，都不必另外准备，因为 5=4＋1，6＝4＋2，7=4＋2＋1，都可用上面的几盘蛋加起来。

（4）第四盘一定打上 8 个蛋，因为 4＋2＋1 只有 7。至于 9—15 各种数目，可以用上面的几盘蛋加出来。这样，厨师在四个盘子中分别打上 8、4、2、1 个鸡蛋就可以了。而用四个盘子对付要吃 0—15 个鸡蛋的顾客，也只有这种方法简便可行。

这里，我们顺便介绍一点二进制知识。如把所有蛋盘的情况都写下，得表①，从中可以看出厨师为胃口不同的顾客配蛋的倒法。而如果把其中的加号都拿掉，将等号右边除“0”外的其他数字（8、4、2、1）都换成“1”，就成表②。表②右边的数字就是二进制数，电子计算机通常用它进行运算。它有下列特点：

①每一位只有“0”与“1”两种数字。

②逢二进位。（即 1＋1 不是 2，而要进到上一位，成 10。）

③表②右起第 1、2、3、4 位的“1”分别代表 2^0、2^1、2^2、2^3，也即代表 1、2、4、8，以下类推。

而在我们已熟悉的十进制中：

①每一位有 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 十种数字。

②逢十进位。（即 1＋1=2，2＋1=3，……9＋1 才进到上一位，成 10。）

③右起第 1、2、3、4 位的“1”分别代表 10^0、10^1、10^2、10^3，即代表 1、10、100、1000，以下类推。

0=0+0+0+0
1=0+0+0+1
2=0+0+2+0
3=0+0+2+1
4=0+4+0+0
5=0+4+0+1
6=0+4+2+0
7=0+4+2+1
8=8+0+0+0
9=9+0+0+1
10=8+0+2+0
11=8+0+2+1
12=8+4+0+0
13=8+4+0+1
14=8+4+2+0
15=8+4+2+1

表1

0→0000
1→0001
2→0010
3→0011
4→01000
5→0101
6→0110
7→0111
8→1000
9→1001
10→1010
11→1011
12→1100
13→1101
14→1110
15→1111

表2

4 红绿灯

我们想象把灯横过来绿灯在左，红灯在右。

我们看到，如果把“开”看成“1”，把“关”看成“0”，这里实际上就是用了二进制。由于每一盏灯都只能有两种状态，“开”或者“关”，所以只能与二进制相对应（每一位只能是“1”或“0”两种数字），不能与十进制数相对应（每一位有 0—9 十种数字）。

在电子计算机里，光电管只有受光或不受光两种状态，开关三极管只有导通或截止两种状态，磁芯中的电流只有顺时针方向或逆时针方向两种状态，所以都只能与二进制数的“0”或“1”相对应，这就是电子计算机所以要用二进制的根本原因。

用电量	绿	黄	红	意义	把‘开’换成“1” 把关换成“0”		
5	开	关	开	不用的信号	1	0	1
6	开	开	关	允许左转，直行或右转	1	1	0
7	开	开	开	不用信号	1	1	1

5 机灵的小白鼠

大花猫第一批吃掉序数是单数的老鼠，留下序数是双数，也就是序数能被 2 整除的老鼠（如 2、8、14、等）。第一批吃完后，2、6、10……这些序数变成 1、3、5、……，这样的老鼠在第二批就要被吃掉。而 4、8、12……变成 2、4、6……这样的序数还能被 2 整除，第二批就不会被吃掉。

所以，如果序数中有尽可能多的因数 2，老鼠就安全了。聪明的小白鼠

就专拣这样的位置站。

比如 10 只老鼠排队，站第 8 个（2×2×2）

20 只老鼠排队，站第 16 个（2×2×2×2）

作为规律，我们写成：

鼠数	1	2 → 3	4 → 7	8 → 15	16 → 31	…	$2^n \to 2^{n-1}$
留下者位置	1	2	4	8	16	…	2^n

我们又遇到了 1、2、4、8、……2^n 这组数字。

事实上，如果我们能把某一只老鼠的序数化成二进制数，就立刻可以知道它将在第几批被吃掉了。

如第 12 只老鼠。将 12 化成二进数是 1100，右面第一、二位是“0”所以它在第一批，第二批都留下。而右面第三位出了“1”，它肯定在第三批被吃掉。

只有那些序数化成二进制数只有一个“1”和若干个“0”的老鼠，才有可能最后留下。如第 4 只老鼠，序数化成二进制数是 100；第 8 只是 1000；第 16 只是 10000，都符合这些条件，有可能留下。至于留下这几只中哪一只，要看排队的老鼠多少而定。

6 一个古老的游戏

诀窍是两句话：

（1）凡上一排算“0”，下一排算“1”，把上下两排“翻译”成 0 与 1 两个数。

（2）第一次讲的数乘 4；第二次讲的数乘 2；第三次讲的数乘 1，积相加就行了（请注意，1、2、4 就是二进制数最后三位代表的数值）。

举例：某小朋友记的数第一次在下排，第二次上排，第三次下排。则“翻译”成第一次“1”，第二次“0”，第三次“1”。而第一次的“1”要乘 41×4=4

第二次的“0”要乘 20×2=0

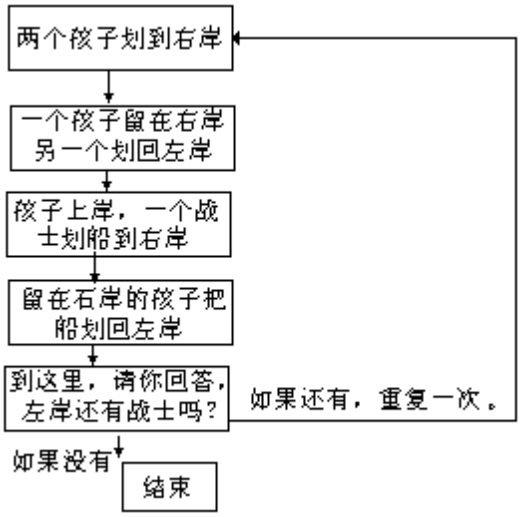
第三次的“1”要乘 11×1=1

三个积相加：4＋0＋1＝5，这个小朋友默记的数字是 5。

你也可以用香蕉、苹果、桔子、菠萝、西瓜、桃子、葡萄、生梨八种水果分别替代 0 至 7 的数字。让对方记一样最喜欢吃的水果，把每次是在上排或在下排告诉你，你先算出数字后，根据原先替代时的顺序“翻译”，就可以算出他最喜欢吃什么，这样游戏就更加有趣了。

7 流向图

我们用下面的方框图来回答问题：



方框图比你用文字来表达要明确得多，而且可以清楚地看出，战士人数的多少并不影响每一圈的程序。

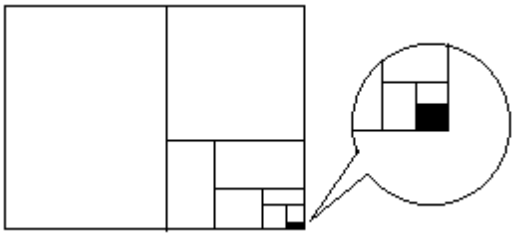
这种方框图称为流向图，在现代科学中常要用到它。

8 牧羊少年的鞭子可以列表如下：

挥鞭次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
剩下的纸	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$	$\frac{1}{1024}$	…

即劈五次剩 $\frac{1}{32}$。而劈十次后只剩下了原来的 $\frac{1}{1024}$。值得说明的是，如果演员能劈成十鞭，他的技艺是相当精湛的，因为劈九次之后剩下长度只有原来纸宽度的 $\frac{1}{16}$，即使原来的纸有一整张报纸那么大（787 毫米，长 1092 毫米），这时剩下的纸长度也不到 5 厘米，能把它一劈为二，当然是令人佩服的。

请注意这一系列数的分母正好是 2、4、8、16……在二进制中，1、2、4、8、16 分别表示小数点前各位有 1 时表示的



数值，而 $\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{16}$……正好表示小数点后各位有 1 时表示的数值。

例如：二进制数 0.1 表示十进制中的 $\frac{1}{2}$

二进制数 0.01 表示十进制中的 $\frac{1}{4}$

……

而二进制数 0.11 则表示=$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$（或十进制 0.75）

9 排课程表的数字

“数学老师上第一节”这句话用 S_1 表示，Y_2Z_3 等的含意也类似，这样，所有的排法可表示为：

S1	Y1	Z1
S2	Y2	Z2
S3	Y3	Z3

根据题意，应剔除 $Z_1Y_1S_3$ 三项，这时变成

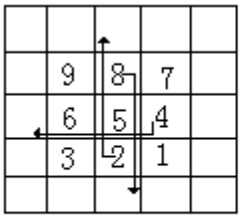
S1	Y1	×
S2	×	Z2
×	Y3	Z3

搭配方式共有八种：

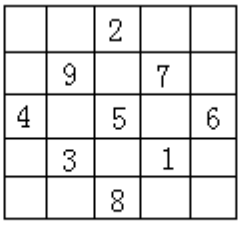
其中①、②不可行，因第一节要上数学，又上语文，是不可能的。⑤、⑦不可以，因第二节要上数学又上自然。④、⑧也不行，因第三节既上语文，又上自然。剩下的两种可供选择的方案，即③数学第一节，自然第二节，语文第三节。⑥语文第一节，数学第二节、自然第三节。除此两种方案外，没有第三种方案了。

10 著名的“九宫算”

用移数的方法要简明得多。画好五五方格，先在中间九个格子里顺序填上九个数，把四个偶数按箭头所示去向移



1



2

4	9	2
3	5	7
8	1	6

3

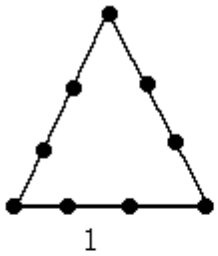
走（图 1），就成了图 2 的排列。这时，你把纸转过 45°看，就可以得到答案了。当然，朝这边转与朝那边转会得到不同的答案的，我们现在抄录的一种（2 在右上角）就是西汉时期那本书中记载的样子（图 3）。

11 角上的重复

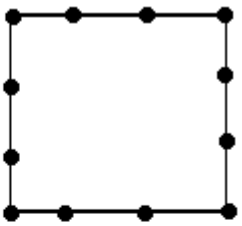
三角形每边有四点，共有九点（其中三个顶点公用）。

正方形每边有四点，共有十二点（其中四个顶点公用）。

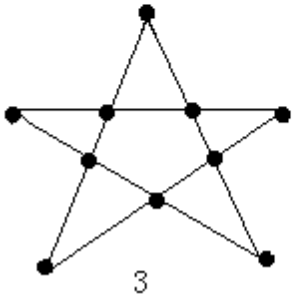
五角星每两个不相邻的顶点连线上都有四点，至少要十点（如图 3，中间五点都公用）；最多要十五点（如图 4，中间五点都不公用）。



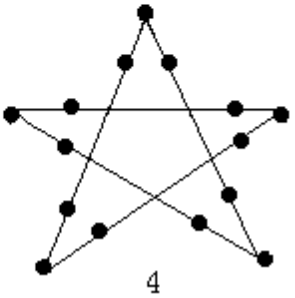
1



2



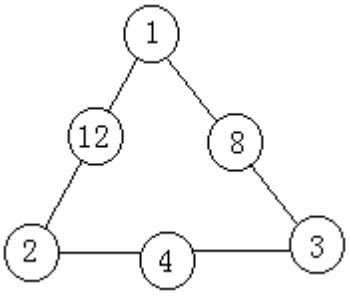
3



4

12 乘法填数

填法如图。



13 填成倍数

填法有四种，列于下图。

9	6	3
8	5	2
1	4	7

8	5	2
1	4	7
9	6	3

6	4	2
5	3	1
7	8	9

5	3	1
7	8	9
6	4	2

填的过程可从个位试起，写出第一行的个位，即可定出第二、三行的个位。再试十位，百位，遇到有数字重复就可否定此种填法。另一条线索是第一行的三位数最大不会超过 987（这个数是可能填得的最大三位数）的$\frac{1}{3}$，即不会超过 329，所以第一行数从最小的 123 试到 329 即可停止试填。

14 有几种填法

由题目要求 1 必定在左上角，6 一定在右下角。5 可能在两个位置，即：

1		
	5	6

（1）

1		5
		6

（2）

对于第（1）种情况 4 可能有两个位置：

1		
4	5	6

1		4
	5	6

因此对应于（1）的填法有三种：

1	2	3
4	5	6

1	2	4
3	5	6

1	3	4
2	5	6

同样对于（2）种情况，填法有两种：

1	3	5
2	4	6

1	2	5
3	4	6

所以共有 5 种填法。

1	2	3
4	5	6

1	2	4
3	5	6

1	3	4
2	5	6

1	3	5
2	4	6

1	2	5
3	4	6

15 密码游戏

我们先看图。其中 36 个方格内，写着 1 至 9 数字各四个。每四个相同的数字（如四个 2）对于中心点（即图中间的一个黑点）都是对称的，这种对称名叫中心对称。

你要自己设计纸框，必须挖掉写有“1”至“9”数字的方格各一个。如果没有剪掉写有“2”的格子，这四个格子里的字将不能念出；如果你剪掉了两个写有“2”的格子，右图中四个格子里的字将重复念出，造成混乱。

设计好纸框后,你把它放在画有 6×6 的方格的纸上,把你想好的句子(要少于 36 字）通过纸框的空格填在纸上。写完九个字，纸框转 90°，直至把话写完。如果格子有空余，可以写几个完全不相干的字，别人就更难翻译出你的密码了。

（这份密码是：放学了，我们参加丰富多彩的课外活动，不少同学都喜欢听陈老师作的数学讲座。）

1	2	3	7	4	1
4	5	6	8	5	2
7	8	9	9	6	3
3	6	9	9	8	7
2	5	8	6	5	4
1	4	7	3	2	1

	2				
					2
2					
				2	

16　24 点（四人游戏）

算法举例：①3、7、7、3 四张牌，“ 有 ”！

算法：（$3+\frac{3}{7}$）×7=24

②1、5、5、5 四张牌，“ 有 ”！

算法：（$5-\frac{1}{5}$）×5＝24

说明：这是一个加强基本训练的好方法，对于今后学因式分解时掌握十字相交法也很有帮助。小朋友还可以思考一下，为什么要拼 24 点，不能拼 23 点呢？

因为 24 是一个很“ 讨巧 ”的数，它可以写成 1×24，2×12，3×8，4×6……单是乘法就有这么多算法，玩起来就有趣。而 23 只能写成 1×23（我们称这样的数为质数），用乘法算就很困难，只能用加减法，玩起来就单调没趣了。

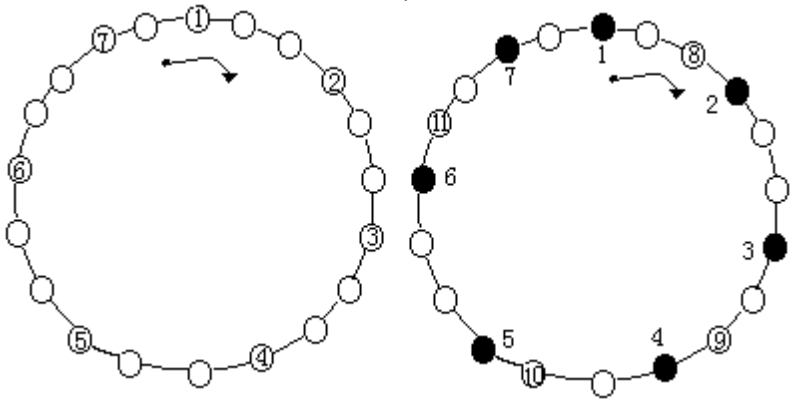
17 人人都会变的魔术

你可以在一个圆周上画二十个圆圈试着填数字。第一圈可以很方便地填好 1 至 7 七个数字（见下页上图）。第二圈就必须跳过已经填写数字的圆圈才行（见下页下图）。全部填完以后，你记下各圈的数字。

这顺序是：

1、12、8、2、15、17、3、9、4、19、10、5、16、14、6、11、20、7、18。你必须按上述顺序排你的号码纸，才能变成这套魔术。

这套魔术也可以成为一种密码游戏。如果你跟同学约好，念一个字跳两个字。念过的字划掉，那么本题答案的第一句话应该写成：“ 你十周可格着以上个在数画一试空个二字圆填 ”，不知道你们约定的人就看不通这句话了。



18 从谁开始

如果你会利用上题的结果，本题就能迎刃而解。从上题答案中见到：最后的号码（20 号）处在第 18 个位置。因此，庄老师只要从小童的左邻第三

个同学开始，小童就处于第 18 个位置，可以猜第二十个谜语了。

你在平时解题中，也会巧妙地利用已知条件和已经证明的定理公式使解题简单明了吗？

19 分清奇偶数

我们知道：奇数×2=偶数

奇数×3=奇数

偶数×2=偶数

偶数×3=偶数

而偶数+偶数=偶数

偶数+奇数=奇数

左手是奇数时，奇数乘 3 是奇数，奇数+偶数（右手中的偶数乘 2），结果是奇数。

而如右手是奇数时，奇数乘 2 成偶数，偶数+偶数（左手中的偶数乘 3），结果是偶数。这就是最后结果与左手中数字奇偶相同的原因，也即我们这个猜法的根据。

试一试吧。

20 猜年龄

这里巧妙的运用了一个恒等关系。

如果 x 为要猜的年龄，那么小朋友告诉你的答数就是：

$\frac{3x+3}{3}$-3＝x+1-3＝x-2。

不管 x 是多少，小朋友把答数告诉你，就是把 x－2 告诉你了，你把它加上 2，当然就可以算出他的年龄了。

因为 x 随便是什么数，这个恒等关系总成立。所以对方如果要你算他的哥哥、爸爸甚至爷爷、奶奶的年龄，你都能胜任的。

21 还是原来的数

原来，把一个三位数的三个数字重复一遍，等于把它乘了 1001。例如：327327

＝327000＋327

＝1000×327＋1×327

＝1001×327

而 1001 正是 7×11×13

所以。把某三位数的数字重复组成六位数，再除以 7、除以 11、13，恰好等于将原数乘 1001，再除以 1001，所以必定等于原数，而且必定都能除得尽。

22 猜子游戏

这个游戏的原理是这样的：

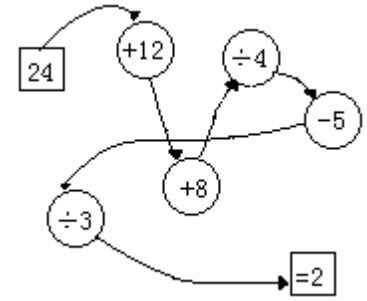
0＋1＋2＋3＋……＋8=36，36×5=180，总数的末位是 0。任意减去若干组 10 或 20，总数的末位数仍应是 0，也就是说剩下来的数与藏起来的数拼起来是 10（或 20），所以拿去的数等于 10（或 20）减剩下的数。

3 与 7，2 与 8 等可以相补成 10 数，数学上称为互为补数。补数是个重要的概念，如果不考虑进位的话，减去一个数可用加上它的补数来代替。电子计算机就是利用这个原理，把减法变成加法来完成。

23 连线游戏

连线如图示。

如列成式子是：［（24＋12＋8）÷4-5］÷3＝2



24　2520 的秘密

下面是一些判别某数能否被 2、3、4、5、6、8、9、10 整除的方法，可以看到 2520 能被各数整除。

（1）个位数字是偶数的能被 2 整除。

（2）各位数字之和是 3 的倍数的数能被 3 整除。

2＋5＋2＋0=9，是 3 的倍数。所以 2520 能被 3 整除。

（3）十位与个位数字连成的数是 4 的整倍数的数能被 4 整除。考察 2520，20 能被 4 整除。所以 2520 能被 4 整除。

（4）个位数字是 0 或 5 的数能被 5 整除。

（5）能分别被 2 与 3 整除的数必能被 6 整除。

（6）百位与十位数字连成的数，加上个位数字之半，能被 4 整除的数必能被 8 整除。

分析 2520，52＋0×$\frac{1}{2}$=52 能被 4 整除。因此 2520 能被 8 整除。

（7）各位数字之和是 9 倍数的数能被 9 整除。

2＋5＋2＋0=9。所以 2520 能被 9 整除。

（8）个位数字为 0 的数能被 10 整除。

于是我们不用具体计算，知道 2520 能被 2、3、4、5、6、8、9、10 整除。

25 看球

这些小朋友无论按 2 人，3 人……10 人排队，都不能排整齐，多出的“零头”分别是 1 人，2 人……9 人。而小琳如果去看球的话，他站进队伍，情况就变化了，无论按 2 人，3 人……10 人排队，都能够排整齐。也即小琳参加以后的人数是 2、3、4、5、6、7、8、9、10 的公倍数。题目要求最少多少人，因此要找最小公倍数。

我们有“2520 的秘密”一题中已经讲过了 2、3、4、5、6、7、8、9、10 的最小公倍数是 2520。

因此原有小朋友是 2520－1=2519 人。

26 分图书

能被 3 整除的数，其各位数字之和是 3 的倍数。这里 5＋1＝6，1+3+5＝9，1＋0＋8=9，3＋1＋5=9，都是 3 的倍数，所以 51、135、108、315 都是可以被 3 整除的。小李就是根据这个原理，知道那些图书和纸张，可以平均分配给三个班级。

27 预知差错

因为公共汽车标价是 5 分、1 角、1 角 5 分，都是 5 的倍数，所以硬币总数应是 5 的倍数。小陈如果数出硬币的个位数不是 0 或 5，就可以知道肯定出差错了。

28 你身上的计算器

老师请小华将两手伸出来，十个手指，从左到右为 1、2、3、……10。如果要算某个位数乘 9，只要弯曲起相应的手指，此手指左面的手指数目就是积的十位数，右面的手指数目为个位数。例如 7×9 弯起第 7 个手指（见 42 页上图），此时左面 6 个手指代表 60，右面的 3 个手指代表 3，所以 7×9 的积是 63。小华试了试，真好，很快就把 9 的口诀记牢了。

小华后来又问：“要 17×9 呢？”老师说：“那就复杂一些了。如果演算 17×9，还是弯起第七个手指，不过这时左边的第一个手指代表百位数（100），算十位数字时，它不再计入，余下的 5 个手指是积的十位数。而右边的手指仍表示积的个位数字。即 17×9＝153，如果是 27×9，即第一、二手指代表百位数，方法同上，并以此类推。事实上，9 乘某一个两位数，只要这两位数的十位数比个位数小，都可以用手指帮助计算。但若乘数个位数正好是其十位数加 1，如 9×23=207。那么这弯曲的手指，为乘积的十位数，应读作“0”，左边两个手指为百位数。

29 奥妙在哪里

一枝笔和一只笔套的价钱共 1 角 1 分，所以钱款应是 11 的整倍数。而 11 的整倍数有一个特点：其各奇位（从个位数起）数字之和与各偶位数字之和要么相等，要么相差 11 的整倍数（如 11、22 等）。

1869 这个数字符合不符合呢？

各奇位数字和 8＋9＝17

各偶位数字之和 1＋6＝7，17-7＝10，1869 不是 11 的整倍数。

于是小贺知道这个金额肯定算错了。

而 1969 呢，9＋9=18，1＋6=7，18-7=11，是 11 的整倍数，所以 1969 是能被 11 整除的。

30　得 30 与让 30

在“得 30”游戏中，每人每次可报一个或两个数，你总可以把每一轮（对方报一次，你报一次）报掉的数凑成 3。

而要得的是 30，它是 3 的倍数，如你能保证每一轮结束时都得到 3 的倍数（即 3，6，9，12，……）就可以得胜了。但要保证第一轮得到 3，你必须后报数才行。对方报 1，你报 2、3；对方报 1、2，你报 3。以后每轮结束都报 6、9、12……这些数。我们把这些数记成 3n（n=1、2、3、4…）。

而“让 30”则完全不同。它实际上是得 29（因为你报了 29，对方不得不报 30）。29 是一个被 3 除余数为 2 的数，所以每轮结束你必须得到被 3 除余数为 2 的这些数（即 2、5、8、11……）。我们把这些数记成 3n-1（n=1、2、3、4……）。

而为了得到第一个这样的数 2，你必须要先报数才行。

再研究“得 28”，我们可以划一张表：

除以 3 的余数	整　数　值	表示式	说　明
1	1、4、7、10、13……28……	3n+1	得 28 要报的数
2	2、5、8、11、14、……29……	3n-1	得 29 要报的数
0	3、6、9、12、15、……30……	3n	得 30 要报的数

从上面的表里可以看到一个事实：所有的自然数可以分在三个组里，一组能被 3 整除，一组除以 3 余数为 1，一组除以 3 余数为 2。

从而可以推出，任何三个连续自然数中必有一个是 3 的倍数。这对 32 题很有启发帮助。

31 巧妙的回答

原来，只要将台数加上 1，再除以 3，如能整除，即在内圈。

如 11 台，11＋1=12

12÷3=4（能整除）

所以 11 台必在内圈，从平面图上可以得到证实。

有趣的是，内圈的看台数 2、5、8、11、14、17、20、23 正是我们在“得 29”的游戏中前几轮要的数目。

$32n^3+11n$ 必能被 6 整除

$n^3+11n=n^3-n+12n$

$=n(n^2-1)+12n$

$=(n-1)\cdot n\cdot(n+1)+12n$

上式中，12n 是 6 的整倍数，只要考察（n－1）·n·（n＋1）是不是 6 的整倍数就行了。

我们知道 n-1，n 和 n＋1 是三个连续自然数。而任何三个连续自然数中，至少有一个是偶数；任何三个连续自然数中，必定有一个是 3 的倍数，或说“可被 3 整除”。

所以三个连续自然数的乘积可被 2 与 3 整除，也可被 6 整除。

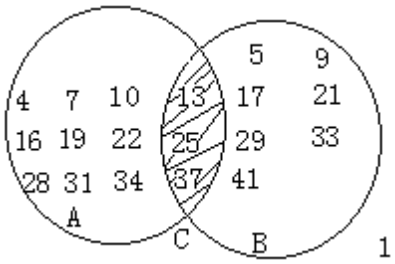
12n 是可被 6 整除的。所以 n^3＋11n 也必可被 6 整除。

33 小龙买早点

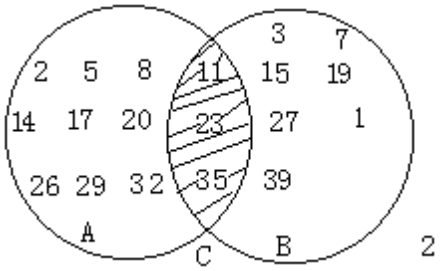
第一天，小龙如果把多带的 1 分钱藏起来，那么他全买大饼就可以把钱用“完”，全买油条也可以把钱用“完”。他带的钱减去 1 之后，是 3 和 4 的最小公倍数 12，所以他带的钱是 12＋1＝13（分），即一角三分。

第二天，小龙如果能“借”到 1 分饯，那么全买大饼或全买油条都可以把钱用完。他带的钱加上 1 之后，是 3 和 4 的最小公倍数 12，所以他带的钱是 12-1=11（分），即一角一分。

下面，我们用一种新的方法来讨论：



在圆圈 A 内写下 A= {4、7、10、13、16、19、22、25……} 这样一些数，它们的共同性质是“除以 3 余数为 1”。小龙第一天买大饼多 1



分，所以他的钱数必定是这些数目中的一个。在圆圈 B 内写下 B＝ {5、9、13、17、21、25、29、33……} 这样一些数，它们的共同性质是“除以 4 余数为 1”，小龙第一天买油条多 1 分，所以他的钱数也必是这些数目的一个。

把 A 与 B 这两个圆圈交叉，形成一个公共部分 C（上图），这里面的数既有“除以 3 余数为 1”的性质，又有“除以 4 余数为 1”的性质，就是我们要找的那种“全买大饼多 1 分，都买油条也多 1 分”的数，而题目问“至少带了多少钱”，即应找出 C 这个部分的数里面最小的一个，即 13，所以小龙这天带了一角三分钱上街。

对于第二天的情况，可以完全类似地讨论，我们不再重复，但为你画好了一张图（下图），你自己进行解释吧！

请注意：具有某种相同属性的事物的总称，叫“集合”。比如我们第一次写在圆圈 A 里的数的总称即“除以 3 余数为 1 的数的集合”。

34 仪仗队

73 人。注意不要漏算旗手。

35 谁都不肯扮“特务”

要说“可能性”，先抽和后抽是一样的。

三张签放在第一人面前，他抽到做“特务”的可能性是$\frac{1}{3}$，抽不到的可能性是$\frac{2}{3}$。

对第二人来说，如果“特务”已被第一人抽走，他的可能性是零了。若第一人抽了张空签，这时留下的两张签中有一张空签，一张“特务”，第二人的可能性就是一半。而$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$，所以第二个抽的人，做“特务”的可能性也是$\frac{1}{3}$。

第一抽、第二抽的人可能性都是$\frac{1}{3}$，故而最后抽的人可能性是$1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}$，也是$\frac{1}{3}$，因此，从“可能性”的角度讲，先抽后抽是毫无关系的。

36 暗箱里摸东西

如果是袜子，至少拿出三只就能保证配一双。如果是手套，除了相同颜色之外还要考虑左、右手，所以从最不巧的情况考虑，要拿出 11 只才能保证配成相同颜色的一副手套。

37 猜对了一半

如果王一前半段话猜对了，即“甲班是第三名”，即可推出“乙班不是第三名”。故严二的前半段话对，后半段话错了，即可推出“丙班是第二名”。而由“甲班是第三名”还可推出“甲班不是第一名”，即王强的后半段话猜错了，前半段话是对的，即可推出“丁班是第二名”。

这样，丙班与丁班都是第二名，发生了矛盾，所以王一的前半段话不可能是正确的。

所以，王一的后半段话正确，即“丙班是第一名”，即可推出“丙班非第二名”，严二前半段话猜错。于是严二后半段话正确，即“乙班是第三名”。由“丙班是第一名”还可推出“甲班非第一名”，所以王强的前半段话猜对，即“丁班是第二名”。

所以第一、二、三名由丙丁乙三个班分获，而甲班是第四名。

38 有趣的算题

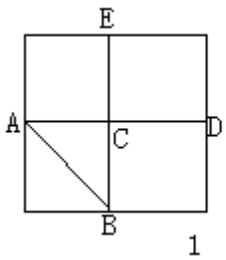
看过《机器猫》的有 50×$\frac{1}{2}$=25 人；看过《舒克和贝塔》的有 50×$\frac{2}{5}$=20 人。其中有 7 人重复计入，所以至少看过其中一部动画片的人有 25＋20-7=38 人。

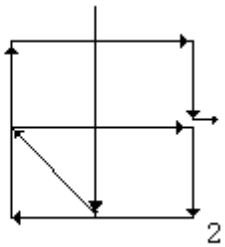
这样，两部动画片都没看过的有 50-38=12 人。

39 不走重复的路

“邮递员能否不走重复的路径而走遍各户”这个问题，可以化成一个等效的问题，即“图 1 能否一笔画”？经过试画可以知道：图 1 是可以一笔画的，但必须从 D 出发到 E 终止，或者从 E 出发到 D 终止。

即邮递员可以不走重复的路而经过各户，但必须从东门（或北门）进村，北门（或东门）出村。

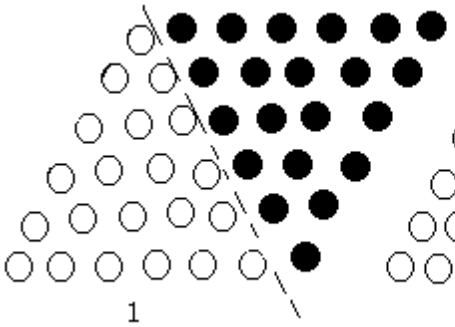


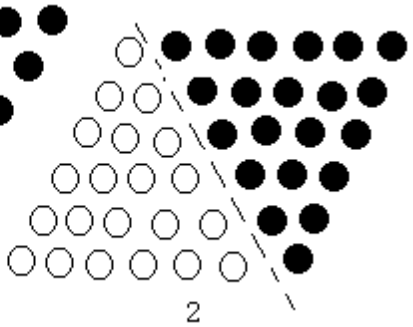


从北门进村的路径之一如图所示。

40 药房里的故事

为了解答这个问题，你可以拿一些棋子到课桌上去排排。你在这一边排一个六行的“三角形”，叫你的同学到对面也排这样一个“三角形”，让两个三角形连在一起（如图 1），再把它推成矩形（图 2）。你马上可以看出这里有六行，每行是六个加一个，共有 6×（6＋1）=42。而你和你的同学一人一半，所以各人是 42÷2=21。也即：六行药片是 21 粒。





于是我们找到了算法：粒数=$\frac{\text{行数}\times(\text{行数}+1)}{2}$。你可试一试，算法是否正确。

你可能听过德国数学家高斯小时候的故事。老师要学生计算 1＋2＋3＋……＋100 等于多少，小高斯很快就回答 5050。因为他发觉 1＋100=101，

而 2＋99=101，3＋98＝101……50＋51＝101，这 100 个数字总共能拼成 $\frac{100}{2}$ 即 50 对对子，每对的和都是 101，于是总和等于 101×50=5050。

小高斯用的公式与我们数药片和公式相同，即前 n 个自然数的总和等于 $\frac{n(n+1)}{2}$。

41 有多少三角形

我们先看由 1“ 块 ”构成的三角形是 7 个（图 1）；而相邻的两小块也能组成三角形，这种由两块构成的三角形有 6 个（图 2）。相邻的三小块也能组成三角形，这种三角形有 5 个……这样：1 块构成的三角形……7 个 2 块构成的三角形……6 个 3 块构成的三角形……5 个 4 块构成的三角形……4 个 5 块构成的三角形……3 个 6 块构成的三角形……2 个 7 块构成的三角形……1 个

所以，总共是有 7+6+5+4+3+2+1=28 个三角形，根据上题讨论过的简便算法，即有 $\frac{(7+1)\times 7}{2}$=28 个三角形。

42 说大话的“ 建筑师 ”

要直接算出造 50 间“ 房子 ”走多少路是困难的，我们还是先造 5 间吧。根据哥哥的假设，每次钥匙都丢在“ 房子 ”中间，造 5 间“ 房子 ”要走（1+3+5+7+9）×2 尺。

我们将单程要走的尺数画成左图，按中图中黑线剪下左半，贴到右上角，拼成右图，可以看到，右图正好是每边为 5 的正方形。于是我们推出公式：

共 5 个奇数

$\overbrace{1+3+5+7+9}=5^2=25$

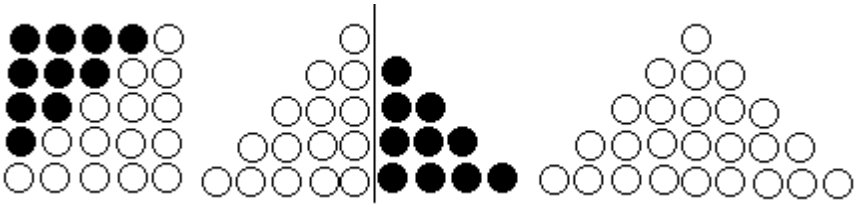
（即：前 n 个奇数的和正好等于 n^2）

25×2=50（尺）即造一个圈 5 间“ 房子 ”要走的路。

而造 50 间“ 房子 ”呢？

共 50 个奇数

$\overbrace{1+3+5+\cdots\cdots+97+99}=50^2=2500$



2500×2=5000（尺）≈1670 米≈1.7 公里

也即表明，造一圈 50 间的“ 房子 ”，就需单脚跳 1.7 公里才能完成，这

显然是太累了。

43 数正方形

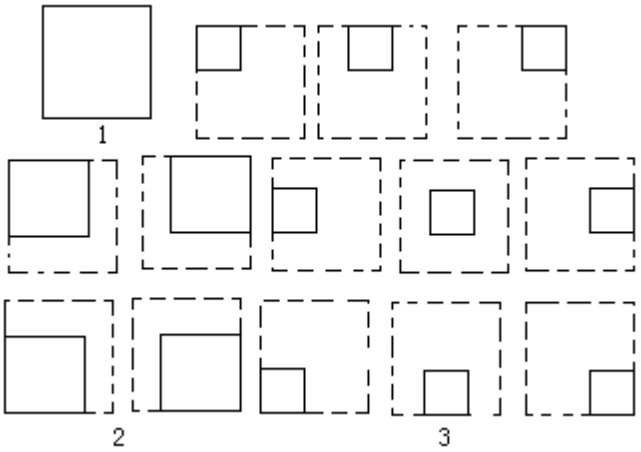
图 1 粗看有 9 个正方形，实际上不止。

这里有边长为 3 的大正方形 1 个（图 1），边长为 2 的中正方形 4 个（图 2），边长为 1 的小正方形 9 个（图 3）。

总数=$1^2+2^2+3^2=1+4+9=14$（个）

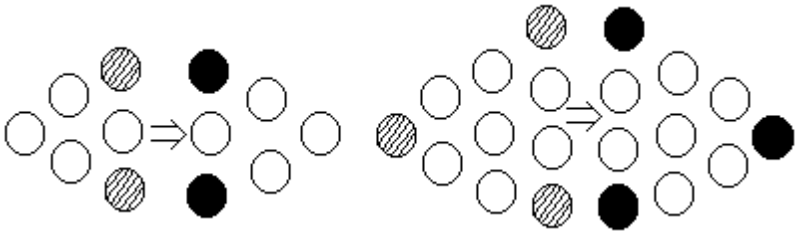
找到了规律，很快可以答出：原图 2 有正方形 30 个。

$1^2+2^2+3^2+4^2=1+4+9+16=30$（个）

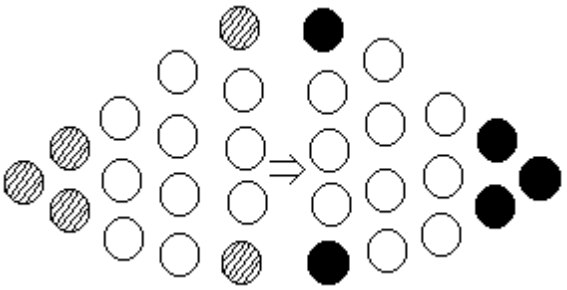


44 箭头转向

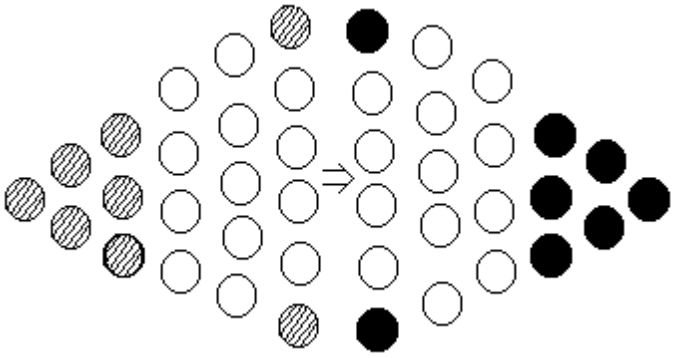
6 枚棋子组成的箭头转向最少要移动 2 枚棋子（如图）。



4 个竖行的箭头由 10 枚棋子组成，使它转向最少要移动 3 枚棋子（如图）。



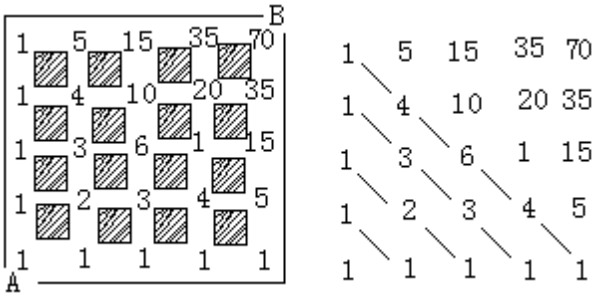
有 5 个竖行的箭头由 15 枚棋子组成，使它转向最少要移动 5 枚棋子（如图）。



请你注意组成箭头的棋子枚数（1，3，6，10），称作“三角形数”。

45 条条大路都能走

他们先一条一条路线去排，感到眼花缭乱，于是开始寻找规律。分析图中 a、b、c、d 四个点，站在 a 点看，有两条路从学校通过：一条自南向北，一条自西向东。而 b 点，除了从 a 点来以外，还有一条自南向北来的路，所以从学校到 b 点应有 3 条路线。d 点到 b 点类似，也是 3 条。而 c 点，可从 b 点来也可从 d 点来，所以从学校到 c 的路线应是 b、d 路线数目的和，即 3+3=6 条。



于是，少先队员们找到了规律：要找学校到街区中任一点路线数目，只要把该点西面那一个点与南面那一个点的路线数相加就行了。用这个方法，孩子们迅速填出了左图。确定了从学校到博物馆共有 70 条不同的路线。而这 70 条路线是一样远的，因为即使你向东一步，向北一步交替走，你并没有沿着对角线走，走这样的折线线路是不能缩短旅程的。有趣的是，如果把街区的图案擦去仅留下各街口的数字，会得到一张重要的表格（见左上图）。南面第一条路是 1，1，1，1，1，南二路是 1，2，3，4，5，南三路是 1，3，6，10，15，南三路的这列数很有用，正是上题说过的三角形数。

我们还可以做几道乘法：

11=11

11×11=121

11×11×11=1331

11×11×11×11=14641

注意这些答数，如果你用一把尺从“街区”的东南角量到西北角的话（见左上图下方的斜线），你会发现这些数字的。

46 数麻球的数学

麻球平铺在桌上如图所示。

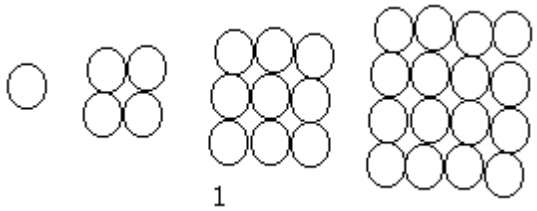
第一层 1 只（1×1）

第二层 4 只（2×2）

第三层 9 只（3×3）

第四层 16 只（4×4）……

如果有 a 层，总数就是 $1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+a^2$（只）。注意，这和第 43 题中用火柴排成正方形是相同的算法。



1

用一个公式会使问题更简单：层数是 a，只数就是

$\frac{1}{6}$a（a+1）（2a+1）。

如有 5 层，只数就是：

$\frac{1}{6}$a×5×（5+1）×（2×5+1）=55 只。

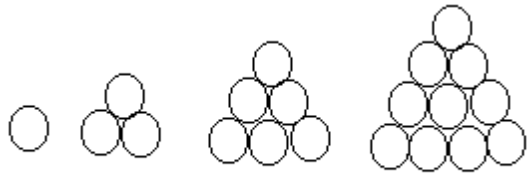
也有的售货员喜欢把麻球垒成底边是正三角形的“三棱锥”。这样：第一层 1 只

第二层 3 只

第三层 6 只

第四层 10 只……a 层麻球的只数可以由公式 $\frac{1}{6}$a（a+1）（a+2）求出。

如 5 层，即有 $\frac{1}{6}$×5×（5+1）×（5+2）=35 只。



2

47　302 号秘密图纸

出发时每辆车带足 6 油箱油。行驶 40 公里路后，其中一辆把车上的 4 箱油平分给其它 4 辆车，自己留一箱返回驻地。行驶到 80 公里路时，又一辆车把车上的 3 箱油平分给其它 3 辆，自己留 2 箱油返回驻地；……行驶到 120 公里、160 公里处，用同样的方法处理。最后就可保证有一名侦察员顺利到达边防。

48 从 1 到 10 亿

在从 1 到 1，000，000，000 这 10 亿个数的前面加一个数“0”，则从 0，

1，2，…到 1，000，000，000 就共有 10 亿零一个数了。再把从 0 到 999，999，999 这 10 亿数两两分组，即成：

999，999，999—0

999，999，998—1

999，999，997—2

…　　…

依此类推，一共可以分成 5 亿组。而每一组的数字之和均为 81。另外，最后一个数是 1，000，000，000，其数字之和为 1。

故从 1 到 10 亿各数的数字之和为：

81×500，000，000+1=40，500，000，001。

49 白球和红球

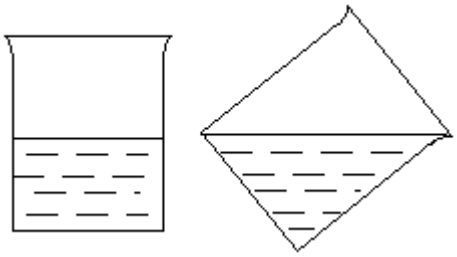
小明想：小华和小军都是红球，那我的球可能是白球，也可能是红球。如果我拿的是白球，那么小华和小军就会很快想到他们手中拿的肯定不是白球。因为此时小华可以这样推测：小明拿的是白球，如果我拿的也是白球，小军就会马上说出自己是红球，因为白球总共只有 2 个。小军也可以马上说出自己是红球，因为白球总共只有 2 个。小军也可以作以上这番推测，并迅速作出判断。而现在他们两人都犹豫不决，可见我手中拿的一定是个红球。

50 假慈善家

假慈善家只带了两元钱。没有一个失业工人得到他的救济。

51 谁说得对

将水桶倾斜，若水面正好在水桶的对角面上，则桶里的水正好是一半，否则就不是一半。（如图）



52 百灵鸟错了

蜗牛爬七天，可爬上 7 尺，再爬一个白天，就共爬了 10 尺，到达墙头了。因此蜗牛爬上墙头，只需八天，而不是十天。

53 算一算三面有红漆的小立方块有 8 块二面有红漆的小立方块有 12 块一面有红漆的小立方块有 6 块一面都没有红漆的小立方块有 1 块■a)切二刀■b）切三刀■c）切 5 刀■每面切三刀时，三面有漆的共 8 块；二面有漆的共 24 块；一面有漆的共 24 块；一面都没有漆的共 8 块。

每面切 n 刀时，
三面有漆的有 8 块；
二面有漆的有（n-1）×12 块；
一面有漆的有（n-1）^{2}×6 块；
一面都没有漆的有（n-1）^{3}块。

54 巧分御酒

三员大将所得满酒坛，半满酒坛和空酒坛数分别为 3，1，3；2，3，2 及 2，3，2。

55 谁去合适

先由条件 1 提出三种可能方案：(1) A 去 B 不去；(2) B 去 A 不去；(3) A、B 都去。

对于方案（1），由条件 2，D 不能去；由条件 4，C 也不能去，但这与条件 5 矛盾。故方案（1）不可行。

对于方案（2），由条件 4，C 也要去；由条件 5，C 去则 D 不去；由条件 6，D 不去则 E 也不去。结果 A、E 都不去，与条件 3 矛盾。故方案（2）也不行。

只有方案（3）能满足要求。因 A、B 都去，由条件 2 知 D 不去；由条件 4，C 应去；由条件 6，E 也不去；由条件 3，F 要去。可见应派 A、B、C、F 四人去。

56 谁得到了第一名

大熊猫的想法是错的。因为小鹿一跳 2 米，斑马一跳 3 米，小鹿跳 3 次的时间，斑马只能跳 2 次。因此，它们可以同时到达 6 米、12 米、……、96 米处。但当它们同时跳到 96 米时，离第二棵树还有 4 米。这时斑马还必须跳 2 次，而小鹿在同样的时间内可以跳 3 次。因此，当斑马跳到 102 米处时，小鹿已经回头跳了 2 米了。可见小鹿比斑马先跑回到终点。

57 次品在哪里

将 12 个乒乓球分成 A、B、C 三组，每组 4 个。取其中任意两组（比如 A、B 组），分放在天平的两个盘中，称第一次。这有两种可能：（1）两边重量相等；（2）两边重量不等（比如 A 组重一些）。

第一种可能情况：A、B 重量相等，说明次品球在 C 组。从 C 组中取出 3 个，从 A、B 组中任取 3 个（显然都是正品），在左盘中放 2 个 C 组的，再放一个正品球，在右盘中放一个 C 组的，再放 2 个正品球，称第二次。这又有两种可能：（1）两边重量相等，说明 C 组中剩下的那一个是次品，将它与任意一个正品球放在天平上称第三次，就能确定次品球比正品球重还是轻。(2) 两边重量不等；假定左盘重（若右盘重也一样可以求得）。取左盘中 C 组的

两个球分别放在天平的两个盘上称第三次。假如相等，则右盘上 C 组的那个是次品，且比正品球轻；若两边重量不等，则重的那个是次品。

第二种可能情况：A 组重，B 组轻。这说明 C 组都是正品。从 A 组取 2 个，B 组取一个，放在天平的左盘，再从 A、B、C 组各取一个放在天平的右盘，称第二次。结果又有两种情况：（1）两边相等，则次品在剩下的 A 组的一个和 B 组的 2 个中；取 B 组剩下的这两个放在天平两边称第三次。若不相等，则轻的那个是次品，它比正品轻；若相等，则 A 组剩下的那个是次品，它比正品重；（2）两边不相等，假定左盘重，则次品球在左盘中 A 组的 2 个和右盘中 B 组的 1 个中。取左盘中 A 组的这 2 个放在天平两边称第三次。若不相等，则重的那个是次品；若相等则右盘中 B 组那个是次品，它比正品轻。

58 你能判断吗

这是一个逻辑推理题。根据题意，甲、乙、丙、丁四人中，只有获得数学和外语第一名的两人的话正确。现在从甲开始分析。假设甲的话是正确的，则丁确实是外语第一名，那么丁说乙取得化学第一名也是正确的。由此可见，乙、丙两人的话是错误的，那么丙就不可能是物理第一名。又因为乙已经是化学第一名，所以丙只可能是数学第一名。于是根据题意，丙的话就应该是正确的了，但这显然与前面的假设相矛盾。可见，假设中“甲的话是正确的”不能成立。

同理可知乙的话也是错的。既然甲、乙两人的话都是错的，那么丙、丁两人的话就是正确的。根据丁的话，乙确实取得了化学第一名。依题意，取得化学和物理第一名的人的话是错误的，可知甲只能是物理第一名。又因为甲的话是错误的，丁应是数学第一名，丙就是外语第一名。所以，甲是物理第一名，乙是化学第一名，丙是外语第一名，丁是数学第一名。

59 三个人的年龄

我们把这三人讲话列成下面的表格。

	甲	乙	丙
甲说：	22 岁	24 岁	21 岁
乙说：	我不是最小	我与丙差 3 岁	25 岁
丙说：	25 岁	26 岁	最小

由表格左上角甲说的第一句话开始分析。如果甲的第一句话是对的，即甲是 22 岁，那么丙的第一句话就是错的。根据题意，丙的后两句话应该是对的。那么乙应该是 26 岁，丙最小，应该小于 22 岁。这样一来，乙的后两句话都错了，这不符合题意。因此，开始的假定（即认为“甲的第一句话是对的”）是不正确的。就是说，甲的第一句话不可能对。因此，甲的后两句话就是对的。就是说乙 24 岁，丙 21 岁。于是可知丙的第二句话是错误的，他的第一、第三句话是对的。所以甲 23 岁。

结论：甲 23 岁，乙 24 岁，丙 21 岁。

60 通往“冠军”的道路

因为每一次比赛后就有一个比赛者退出比赛。获得冠军者只有一人，那么就有 49 个比赛者被淘汰。因此，总共必须进行 49 次比赛。

61 贪玩的小胖

正好玩了 6 个小时。

因为出发时时针和分针重合，经过 6 个小时，时针正好运动到原来位置的反向延长线上，而分针正好转了 6 个整圆周而回到原来的位置。这时分针与时针的反向延长线重合。

62 除法的秘诀

（1）若一个数的各位上的数字之和是 3（或 9）的倍数，那么这个数就能被 3（或 9）整除；

（2）若一个数的末尾两位数是 4（或 25）的倍数，那么这个数就能被 4（或 25）整除；

（3）若一个数的末尾三位数是 8 的倍数，那么这个数就能被 8 整除；

（4）把一个数的偶数位上的数字相加，奇数位上的数字相加，再求这两个和数的差。如果这个差是 11 的倍数或是 0，那么原数能被 11 整除；否则不能。

（5）把一个数舍去其末位数字，再从留下来的数中减去所舍数字的 2 倍，这样一次一次地减下去。如果最后得到的数是 7 的倍数或 0，那么原数能被 7 整除。否则不能。

例如：判断 1344 能否被 7 整除；

舍去末位数“4”：1344→134

减去所舍数的 2 倍：134-2×4=126

再舍去末位数“6”：126→12

再减去所舍数的 2 倍：12-6×2=0

所以 1344 是 7 的倍数。

应用以上五条法则，可对各题进行迅速的判断。

63 怎样填

无论怎样填，所得到的 28 位数都可被 396 整除。

可应用上题解答中的各项法则进行判断。

因为最后两位数是 76，所以此数一定能被 4 整除。

将 0，1，2…8，9 填入十个空格以后，所得之数的全部数字之和为 135，是 9 的倍数。因此，不论空位上填数的顺序如何，所得到的数一定能被 9 整除。

又，偶数位上的所有数字之和为 73，与空位上的数字无关。奇数位上的所有数字之和为 62（所填空位均在奇数位上，其和为 45），也与填数顺序无

关。因为这二个和数之差为 73-62=11，可被 11 整除。所以所得之数能被 11 整除。

由以上三点可知，无论怎样填数，所得到的 28 位数一定可被 4×11×9=396 整除。

64　360 的约数有多少个

∵$360=2^3\times3^2\times5$

∴360 的所有约数都具有 $d=2^{\alpha}\times3^{\beta}\times5^{\gamma}$的形式。式中α、β、γ的取值范围为：

α—可取 0，1，2，3 中任一个；

β—可取 0，1，2 中任一个；

γ—可取 0，1 中任一个。

可见形如 d 的数总共有 4×3×2=24 个，所以 360 共有 24 个约数。

65 残缺不全的除式

用 d 表示除数，得 8d＜1000，即 d＜125，所以 7d＜900。由 7d＜900，且从除式的第一次减去所得结果可知商的首位是 8；又因商的末位数字与 d 的乘积为 4 位数，因此一定是 9。所以商是 80809。

由题给算式可知 80809d＞1000，000，因此得 d＞123。故 d=124，最后得出本题结果如下：

```
124)10020316
    992
     1003
      992
       1116
       1116
          0
```

66 填算式

```
    459          9 54
-)  176      -)  671
  ------       ------
    283          283
×)    7      ×)    7
  ------       ------
  1981         1981
```

或　者

67 节日之夜的火炬灯

此数被 7 除余 2，则此数加 5 可被 7 整除；此数被 9 除余 4，则此数加 5 可被 9 整除；又知此数能被 5 整除。所以灯的总数加 5，所得之数应是 5、7、9 的最小公倍数，即 315。所以火炬灯共有 315 盏。

68 有多少本书

这个问题稍微变化一下，可写成类似前题的形式。某数二除余一，五除余二，七除余三，九除余四。求此数。

这里介绍一种有普遍指导意义的解法。先从“9除余4”的数中去找“7除余3”的数；再从“9除余4，7除余3”的数中找“5除余2”的数；再从“9除余4，7除余3，5除余2”的数中找“2除余1”的数。写成算式，就是：

“9除余4”的数有13，22，31，……其中31是第一个“7除余3”的数；

再推知“9除余4，7除余3”的数有：31，94，157，……，可知157同时也是“5除余2”和“2除余1”的数。

可见这批书至少有157本。

69 神通广大的小明

任何一个数减去它的各位数字之和，所得的差数一定是9的倍数。因此，这个差数的各位数字之和也一定是9的倍数。据此可以迅速猜出留下的数。

本题中8437减去8+3+4+7=22的差数是8415，这是9的倍数。小红只报出“1，5，8，”要使该差数是9的倍数，就必需加上“4”才行。所以小红未报出的数是“4”。

70 有趣的乘法

设同学们报出的数字为α。李老师先将α乘以9，再乘12345679，即

12345679×9α=111111111×α

因此用该乘式进行计算，其结果必定全部由同学们所报的数α所组成。

71 瞧这一家子

从“张老师的年龄正好是一个完全平方数”，可知张老师的年龄可能是：81，64，49，36，25；并可推出张老师妻子的年龄相对应地可能是：8，24，36，18，10。由这一组数字显然可知，符合实际的年龄只可能有以下二组：

张老师：4936

张妻：3618

再结合题给条件，可推知他们女儿的年龄可能是：

儿子：99

女儿：139

从而可知唯一合理的答案是张老师49岁，他妻子36岁，女儿14岁，儿子9岁。

72 奇妙的数

添数规则：可以在给定的数的左边或右边添，对计算结果没有影响。但所添的数与已知数的和一定要是数字相同的三位数。（本题中是 666 及 999）如果写出的是一个两位数，可先任意给它补充一个数字，使它成为三位数。对于四位数，如果它的千位数与个位数之和不大于 9，那么也可以这样做。例如给一个四位数 6562，那么可在左边（或右边）添上 32，成为 326562，这个数也能被 37 整除。

理由是：如果两个三位数的和 a＋b 是用三个相同数字写成的三位数，例如 999，显然 999 能被 37 整除，因为 111 能被 37 整除。如果把数 b 添在数 a 的右边，那么得到的数是 1000a+b=999a+（a+b），显然这个数能被 37 整除。同理可知把数 b 添在数 a 左边，所得的数也能被 37 整除。

73 知其所以然

比如同学想的数是 324，3、2、4 这三个数字所组成的六个二位数的和是：32+34+23+43+24+42=198，198÷2=99，99÷11=9，9=3+2+4。

74 几种砝码

只需要 6 个砝码，这 6 个砝码的重量分别为：1，2，4，8，16，19 斤。

显然，这 6 个砝码可以称出从 1 斤到 50 斤的各种不同的重量。比如 21=16+4+1。

75 能办到吗

用二进制数可以帮助解决这个问题。按下面的数字分装十筐即可：

2^0，2^1，2^2，2^3，2^4，2^5，2^6，2^7，2^8，2^9。即：1，2，4，8，16，32，64，128，256，512。

考虑到题目中苹果只有 1000 斤，所以最后一筐装 489 斤。这十筐苹果可以任意搭配成从 1 到 1000 的任何数字。

例如：473=256+128+64+16+8+1。

76 哪个大些

$$\because \quad \frac{a^2+b^2}{a+b}=(a+b)-\frac{2ab}{a+b}$$

$$\frac{a^2-b^2}{a-b}=a+b$$

$$\therefore \quad \frac{a^2-b^2}{a-b}>\frac{a^2+b^2}{a+b}$$

77 谁先到达

若 a=b，则两人必同时到达。

若 $a\neq b$，并设小明和小军两人走完全程 S 所用的时间分别为 t_1 和 t_2，依题意得

$S=\frac{t_1}{2}\cdot a+\frac{t_1}{2}\cdot b$

$\therefore t_1=\frac{2S}{a+b}$

又由 $t_2=\frac{S/2}{a}+\frac{S/2}{b}$

得 $t_2=\frac{S(a+b)}{2ab}$

$\because t_1-t_2=\frac{2S}{a+b}-\frac{S(a+b)}{2ab}$

$=\frac{S[4ab-(a+b)^2]}{2ab(a+b)}$

$=\frac{-S(a-b)^2}{2ab(a+b)}<0$

$\therefore t_1>t_2$

故知小明先到展览馆。

78 这是一个什么数

因为这个数是 99 的倍数，那么一定是 9 的倍数，又是 11 的倍数。

设弄模糊的两个数字为 a、b，则这个数为 62ab427。

$\because 0\leq a\leq 9$，$0\leq b\leq 9$，

即 $0\leq a+b\leq 18$

而 $6+2+a+b+4+2+7$

$=a+b+3+2\times 9$（为 9 的倍数）

$\therefore a+b=6$ 或 $a+b=15$

又$\because$（$6+a+4+7$）-（$2+b+2$）

$=a-b+13$（为 11 的倍数）

而 $-9\leq a-b\leq 9$

$\therefore a-b=-2$ 或 $a-b=9$

解方程组：

$\begin{cases}a+b=6\\a-b=-2\end{cases}$ $\begin{cases}a+b=6\\a-b=9\end{cases}$

$\begin{cases}a+b=15\\a-b=-2\end{cases}$ $\begin{cases}a+b=18\\a-b=9\end{cases}$

得唯一合题意的一组解是 $a=2$，$b=4$，故这个数是 6224427。

79 有用的多项式

依题意 $f(0)=P$，此多项式可写作：

f（x）=x·F（x）+P

又有：f（A）=A·F（A）+P=A

由上式可见，P 必能被 A 整除。又因为 P＞A，并且 P 是一个素数，所以 A 只能等于 1。

因此，李老师的儿子刚满一岁。

80 小林几岁

这里应用了一条数学定理：若 p（x）是一个整系数多项式，a、b 都是整数，那么一定可被整除。

以 A 表示小林的年龄，N 表示题目中“我”所取的那个大一些的数，那么：

（1）p（N）-p（7）=85-77=8，可被 N-7 整除，从而 N 可能等于 8、9、11、15；

（2）p（A）-p（7）=0-77=-77，可被 A-7 整除，从而 A 可能等于 14、18、84；

（3）p（A）-p（N）=0-85=-85，可被 A-N 整除。但另外，7＜N＜A，故 N=9，而 A=14。

所以，小林 14 岁。

81 两道数学竞赛题

（1）设四个连续的整数是 n，n+1，n+2，n+3.

∵n（n+1）（n+2）（n+3）+1

=（n^2+3n）（n^2+3n+2）+1

=（n^2+3n）^{2}+2（n^2+3n）+1

=（n^2+3n+1）^{2}

其中，n^2+3n+1=n（n+1）+（2n+1）

因 n(n+1)是连续二整数的积,一定是偶数,而 2n+1 是奇数,所以 n^2+3n+1 是奇数。

故连续四个整数的乘积加 1 是一个奇数的平方。

（2）设二连续整数是 n，n+1.

[（n+1）^{5}-（n+1）+1]-（n^5-n+1）

=（n+1）^{5}-n^5-1

=5n^4+10n^3+10n^2+5n

=5n（n^3+1）+10n^2（n+1）

=5n（n+1）（n^2-n+1）+10n^2（n+1）

因 n（n+1）为连续二整数的积，必为偶数，所以 5n（n+1）（n^2-n+1）是 10 的倍数。

82 巧妙的判断

将此多项式因式分解：

$x^9-6x^7+9x^5-4x^3$

= [（x-2）（x-1）x] [（x-1）x（x+1）] 5n（n·[x（x+1）（x+2）]

（式中每个方括弧里的积都可被 3 整除）

= [（x-2）（x-1）x（x+1）（x+2）]

· [（x-1）x] [x（x+1）] __+2）]

（前一个方括弧里的积可被 5 整除）

= [（x-2）（x-1）x（x+1）] [（x-1）x（x+1）]

·（x+2）] x

（前二方括弧里的积可被 2^3 整除）

由以上三个分解好的因式可见，当 x 为任意整数时，此多项式可被 $3^3\times5\times2^8=8640$ 整除。

83 小马虎做作业

小马虎的解法是错的。

本题应利用△＜0 的条件，先确定α的取值范围，再进行化简。正确解法如下：

因为方程无实数根，

∴△=（-2α）^{2}-4×4（2α-3）＜0

∴2＜α＜6

故原式=$\sqrt{(2a-3)^2}+\frac{S(a+b)}{2ab}+|a-6|$

=2α-3+6-α

=a+3

84 猴子分桃

桃子的总数及每次剩下的数都比 5 的倍数多 1 或者少 4，又桃子的数量被 5 除了 5 次，要还原求出原数就得把 5 连乘 5 次，5 的 5 次方得 3125。如果桃子的总数比 3125 多 1，吃了一个后仍是 5 的 5 次方，第一只猴子取去 1 份后余数是 5 的四次方，不符合第二只猴子也吃了一个后正好可分成五份的条件。所以桃子的总数比 5 的 5 次方少 4。即为

$5^5-4=3125-4=3121$（个）

故桃子总数为 3121 个。

85 万吨巨轮

四艘轮船要同时在港口会合，其所需时间应为四艘船各自返港所需时间的最小公倍数。故知这四艘轮船要在 48 星期后才能重新在港口会合。即它们要在 1981 年 12 月 3 日才能重新在港口会合。

86 惊人的数字

这堆纸的高度,即是原先在地上的一张纸的厚度与 31 次盖在上面的纸的厚度之和。

由题给条件可知，后一次所盖的纸的张数为前一次所盖的纸的张数的 2 倍，由此可列出求它们总张数的和式：

$1+2^1+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{31}=4294967295$ 张

若每张纸厚 0.06㎜，则总厚度（即纸堆的总高度）为：

0.06×4294967295÷1000=257698（米）

因此，这堆纸的总高度为 257698 米，它是珠穆朗玛峰高度的 29 倍多。

87 巧算根式

原式= $\left(\frac{1\times2\times4+2\times4\times8+3\times6\times12+\cdots}{1\times3\times9+2\times6\times18+3\times9\times27+\cdots}\right)^{\frac{1}{3}}$

$=\left[\frac{1\times2\times4\times(1^3+2^3+\cdots)}{1\times3\times9\times(1^3+2^3+\cdots)}\right]^{\frac{1}{3}}$

$=\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}$

88 炊事员老张买菜

这道题目起来好像无法解出，因为未知数有 2 个，能列出的方程却只有一个。但可以这样来分析：先把 316 除以 11，得：

316=28×11+8

而 8/（13-11）=4

所以 8=4×（13-11）

从而 316=28×11+4×（13-11）

=28×11+4×13-4×11

=24×11+4×13

所以冬笋 2 角 4 分一斤，萝卜 4 分一斤。

89 小小图书室

参加者人数增加了 5 人，等于增加了原人数的 50%，这时，如果仍买一样多的书，那么每人只要付出原先应付的钱的 100/150=2/3。所以，少出的 1 元钱应是原先应付钱的 1/3。于是，每人原先应付 3 元钱。

当然，此题也可列方程求解。设原先每人应付 x 元钱，那么：

10x=10×（x-1）+5×（x-1）

解得 x=3。

90 棋子分堆

设原来各堆棋子数为 x_1，x_2，…，x_5。

第一次取放后，第一堆成为 $\frac{4}{5}x_1$，

第二堆成为 $x_2+\frac{1}{5}x_1$，

其余各堆不变；

第二次取放后，第二堆成为 $\frac{4}{5}$（$\frac{4}{5}x_1+x_2$）=A，

第三堆成为 $\frac{1}{5}$（$\frac{1}{5}x_1+x_2$）$+x_3=\frac{A}{4}+x_3$；

其余各堆不变；

第三次取放后，第三堆成为 $\frac{4}{5}$（$\frac{A}{4}+x_3$）=A

即 x_3=A。

第四堆成为 $\frac{A}{4}+x_4$，

其余不变；

第四次取放后，第四堆成为 $\frac{4}{5}$（$\frac{A}{4}+x_4$）=A

即 x_4=A，

第五堆成为，$\frac{A}{4}+x_5$

其余不变；第五次取放后，第五堆成为 $\frac{4}{5}$（$\frac{A}{4}+x_5$）=A

即 x_5=A，

第一堆成为，$\frac{4}{5}x_1+\frac{A}{4}$=A

即 $x_1=\frac{5\times3}{4^2}A=\frac{15}{16}A$。

又 $\frac{1}{5}x_1+x_2=\frac{5}{4}A$，即，$x_2=\frac{5}{4}A-\frac{1}{5}x_1$

$\therefore x_2=\frac{5}{4}A-\frac{1}{5}\times\frac{5\times3}{4^2}A=\frac{5\times4-3}{4^2}A=\frac{17}{16}A$

故原来五堆的数目为：

$\frac{15}{16}A$，$\frac{17}{16}A$,A,A,A。

91 巧合

此数用 6 除加 35 与用 6 乘减 35 相等，说明此数的 6 倍

与此数的 1/6 的差等于 35 的 2 倍，就是此数的 $\frac{35}{6}$ 等于 70。

所以此数为 $70\div\frac{35}{6}$=12。列成综合算式为（35+35）÷（6-$\frac{1}{6}$）=12。

又法：设此数为 x，据题意，得

$6x-35=\frac{x}{6}+35$

解之，得 x=12。

92 小莉买花

由于 M、N 都是整数，根据题意知 N＜2 元，所以 N=1 元。

同时还有 $\frac{100}{M}-\frac{200}{M+10}=\frac{80}{12}$，

化简，得 $M^2+25M-150=0$

解之，得 $M_1=5$，$M_2=-30$（舍去）

因此，小莉起先买了 5 支花，用了 1 元钱。

93 有趣的数

设第一个数为 x，则

$x+(x+4)+\frac{x+2}{2}+2(x+2)+x(x+2)^2=100$

即 $2x^2+17x-174=100$

∴x=6

这五个数是 6，10，4，16，64。

94 小狗的路程

算术解法：依题意可列出算式：

20×［10×5÷（12-10）］=500（米）

又解：设小明起跑后 x 分钟追上小芳，那么有：

10x+5×10=12x

解出 x=25（分钟）

由于小狗在这 25 分钟内是不停地以每分钟 20 米的速度跑的，所以它总共跑了 25×20=500 米。

95 总分为零的试卷

设小刚答对了 x 题，依题意，得

$$8x-5(26-x)=0$$

解之，得：x=10

故小刚答对了 10 题，答错了 16 题。

96 小胖的难题

方法一：蛋数与 3 之和是 5 的倍数，那么它的个位数一定是 2 或 7；

蛋数与 3 之差是 6 的倍数，那么它的个位数不能是 2，否则差数的个位数将是 9，不可能是 6 的倍数。

因此，它的个位数只能 7。

再看十位数，因蛋数不过半百，所以所求的蛋数只能 27。

方法二：设蛋数为 x，那么：

$$x+3=5M \qquad (1)$$

$$x-3=6N \qquad (2)$$

（式中 M、N 都是正整数）

由（1）（2）得

$N=\frac{5M-6}{6}=\frac{5}{6}M-1$

由于 N 是正整数，所以 M 至少等于 6，从而

$$N=5-1=4$$

而 $x=6N+3=6\times4+3=27$

因为蛋数不够半百，所以有唯一解。

97 植树造林绿化祖国

设共有树苗 x 棵，据题意，得

$$100+\frac{x-100}{10}=200+\frac{x-200-(100+\frac{x-100}{10})}{10}$$

解之，得 x=8100（棵）

各班所得的树苗为：

$100+\frac{8100-100}{10}=900$（棵）

共有班级：$\frac{8100}{900}=9$（班）

98 分苹果

算术解法：依题意，列出综合算式为：

［（3×2+1）×2+1］2=30（个）

代数解法：设原有苹果 x 个，

∵给小强的为 $\frac{x}{2}+1$，

给小红的为 $\frac{1}{2}$〔x-（$\frac{x}{2}+1$）〕+1=$\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$，

给小弟弟的为：$\frac{1}{2}$〔x-（$\frac{x}{2}+1$）-（$\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$）〕+3=$\frac{1}{8}x+\frac{9}{4}$

依题意，得（$\frac{x}{2}+1$）-（$\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$）+（$\frac{1}{8}x+\frac{9}{4}$）=x

整理，得$\frac{1}{8}x=\frac{15}{4}$，∴x=30。

99 大娘卖鸡蛋

此题乍一看，似乎不可理解。怎么鸡蛋还有卖半个的呢？

但只要冷静地想一想，按照前题同样的方法，不难推得篮中原有鸡蛋 31 个。

这里不妨提出另一种解法，这种解法易于推出一般性的结果。

设全部鸡蛋数为 x，

第一次余下：$x-(\frac{x}{2}+\frac{1}{2})=\frac{x-1}{2}$，

第二次余下：$\frac{x-1}{2}-(\frac{x-1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2})=\frac{x-3}{4}$，

第三次余下：$\frac{x-3}{4}-(\frac{x-3}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2})=\frac{x-7}{8}$，

第四次余下：$\frac{x-7}{8}-(\frac{x-7}{8}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2})=\frac{x-15}{16}$，

而第四次余下的蛋数，就是第五次卖出的蛋数，即 $\frac{x-15}{16}=1$，所以 x=31。

读者可深入想一下，如果卖蛋方法一样，但卖了六次，或七次，或八次，……，难道都要这么麻烦地一步一步地推算吗？有没有规律可循呢？有的，那就是：蛋数 $x=2^n-1$，式中的 n 表示卖蛋的次数。请读者自己归纳出这个式子来。

此题也可用算术方法求解，那就是：

$\{〔((\frac{1}{2}\times2+\frac{1}{2})\times2+\frac{1}{2}\}\times2=31$

100 知青饮食店的餐具

设顾客人数为 x，而汤碗、碟子、饭碗、菜碗、汤匙、酒杯的数目分别为，$\frac{x}{8}$，$\frac{x}{8}$，$\frac{x}{8}$，$\frac{x}{8}$，$\frac{x}{10}$，$\frac{x}{20}$，所以有：

$\frac{x}{8}\times4+\frac{x}{10}+\frac{x}{20}=208$，故 x=320 人。

101 轮转的六位数

解法一：设五位数 abcde=x，

那么六位数 $1abcde=1\times10^5+x$，

而六位数 abcde1=10x+1

依题意，可列出方程：

即 7x=299999

故 x=42857
因此这个六位数是 142857。
解法二：列出竖式：

$$\begin{array}{r} 1abcde \\ \times)\quad\quad 3 \\ \hline abcde \end{array}$$

要乘积的个位数为 1，只有 e=7；
要使积的十位数 e=7，则 3 与 d 之积的个位数应为 5，所以 d=5；
同理可推知：
要使积的百位数 d=5，必须 c=8；
要使积的千位数 c=8，必须 b=2；
要使积的万位数 b=2，必须 a=4；
因此这个六位数是 142857。

102 原方程是什么

设原方程为 $x^2+px+q=0$。
甲抄错了常数项，使原方程变成 $x^2+px+q_1=0$
乙抄错了一次项系数，使原方程变成 $x^2+p_1x+q=0$
甲解方程得根 $x_1=7$ $x_2=-2$∴p=-（7-2）=-5
乙解方程得根 $x_1=1$ $x_2=6$∴q=1×6=6
故原方程为 $x^2-5x+6=0$。

103 粗心的小军

答案应是 a=4，b=5，c=-2。

小军把 c 的值错抄成 c=-11 了。

104 窍门在哪里

设李老师年龄十位上的数字为 x，个位上的数字为 y，据题意，得
$\frac{10y+x}{3}+34=10x+y$
化简，得 29x-7y=102
这是一个二元一次不定方程，可变形为：
29x-7y=29×4-7×2
29×（x-4）=7×（y-2）
由于 x，y 都是一位整数，要使上式成立，只能是
x-4=y-2=0
从而 x=4，y=2
因此李老师 42 岁。

105 采药老人的行程

设老汉共走 x 里，其中上山坡（或下山坡）所走的路程为 y 公里。依题意，得

$$\frac{\frac{1}{2}x-y}{4}+\frac{y}{3}+\frac{y}{6}+\frac{\frac{1}{2}x-y}{4}=10\text{（小时）}$$

解之，得 x=40 里。

106 慧眼识真珠

因为方程左边两项之差等于 41，是一个奇数，所以这两项中一定有一项是奇数，另一项是偶数。而 104y 一定是偶数，所以 187x 必定是奇数，从而 x 必须是奇数。这样一看便知第 4 对数 x=314，y=565 不满足题给方程。

107 繁忙的公共汽车

设相邻两车的距离为 s，人的步行速度为 v1，车速为 v2，由题意得

$$\begin{cases}4\text{（}v1+v2\text{）}=s\text{，}\\6\text{（}v2-v1\text{）}=s.\end{cases}$$

解之，得 $\frac{s}{v_2}=\frac{24}{5}$=4.8（分）

公共汽车每隔 4.8 分钟开出一辆。

108 盐不用退了

方法一：因为 720=15×48=16×45，

可见小张买了 48 斤盐，每斤价格 1 角 5 分。

方法二：列方程求解。设现在每斤盐价 x 分，共买了 y 斤，依题意

$$\begin{cases}xy=720\text{，}\\\text{（}x+1\text{）}\text{（}y-3\text{）}=720\end{cases}$$

解方程组，得 x=15，y=48