学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

学生趣味百科博览

数学乐园

BOOK

内部资料 非卖品

数学乐园

一线贯三星

木星和土星都在地球的外侧轨道上。木星绕太阳 1 周要 12 年，土星绕太阳 1 周要 29 年。那么，地球、木星和土星要隔多少年，它们才能相遇一次，或者说 3 颗星在一条直线上相贯，多少年是 1 个周期？

解答：求它们的最小公倍数，即：

12×29=348（年）

相隔 348 年，3 颗星才相遇一次。

人体三重奏

人体有 3 个要素：体力、情绪和智力。有时体力旺盛，不易生病，有时却耐力下降、容易疲劳；有时情绪高涨、乐观向上，有时却情绪衰退、喜怒元常；有时思路敏捷、记忆力好，有时却记忆减退、判断力差。科学家通过实验，发现这三者是有周期性变化的。体力的变化周期是 23 天，情绪的变化周期是 28 天，智力的变化周期是 33 天。这叫做“人体三节律”，就好比“人体三重奏”一样。请你想一想，当一个人出生之日起，要过多少天（或者多少年）才能恢复到体力、情绪和智力完全一样的状态？

解答：求 3 个周期数的最小公倍数：

$$23\times 28\times 33=21252\text{ 天}$$

或者化成年数（注意闰年）为 58 年 67 天。

因此，一个人相当于过 58 年（也就是虚年 60 岁）又恢复到最初状态，开始了人生第二乐章。60 年正好是甲子年轮的一轮。

金字塔群

在数学中也有金字塔，而且还形成群落。试看以下 4 座用数字建筑的金字塔，请你分成两组，每组表示完全相同的类型。

请问几点钟？

那天早上可真不巧，本来快迟到了，想问问时间，却碰上了一个老学究。他用手托了托那副深度近视镜，对我说：“从零点起到现在的 2/5 等于从现在起到 12 点的 2/3。”这种回答真把人急死。我要是数学好的活，我真想回敬他一句：“老先生，谢谢您，您真是 12 点的 1/2 加上 12 点的 7/12。”

解答：设现在时间是 X 点，

$$2/5（x-0）=2/3（12-x）$$

$$2/5x=8-2/3x$$

$$x=7.5$$

因此，那天早上是 7 点半。

后来回敬老学究的活，是这样的：

$$（1/2+7/12）12=13/12\times 12=13 点$$

原来是讽刺那个老学究是“十三点”。

隐形飞机

世界上已经设计出许多种隐形飞机，有一种｀B2 隐形飞机如图形状，如果从侧面看过去角度如图上所标，那么∠1 应该等于多少度？

解答：

在△DBC 中，∠C=25°，∠B=60°

∵∠4=180°-（25°+60°）=95°

∴∠3=180°-∠4=180°-95°=85°

在△ADE 中，∠A=45°，∠3=85°

∴∠2=180°-（45°+85°）=50°

而∠1=∠A+∠3=130°

看门道

在公园的深庭小径里，看到一个宽 1 米、高 2 米的花瓶形的门。可是在比较热闹的地方却是 1 米宽、2 米高的长方形门。到了儿童游乐官，门却变成了不到 1.5 米的正方形门了。据公园的负责人说，这些门用的材料是完全一徉多，只不过适应不同的需要而已。那么，请你作一个几何交换：把花瓶形切成两块，变成一个长方形，把花瓶形切成 3 块，变成正方形。

解答：如图所示，可以把花瓶分别变成长方形和正方形。由于幽径深处，游人较少，所以采用花瓶形门够一个人通过；在热闹处，游人较多，采用长方形门同时可进两人；在儿童游乐宫都是孩子，所以高度可以矮些，进 3－4 人，这样正方形门比较合适。

世界充满爱

让世界充满爱吧！如果从数学的眼光看，日常生活中也确实充满着爱。这就需要我们去发现，去理解。

宝宝有一件东西，从正面、侧面和上面看过去是 3 种不同的形状，你能不能看出其中有爱的内容？

解答：如图所示，这个图形是两个半圆的圆周（如同铁线弯成的），但两个半圆不在同一平面，成一个角度。如果画成立体图形，并稍许偏侧以后，图形就变成一个象征“爱”的心形。

哈密顿漫游记

如果把地球看成是一个正 12 面体，而每一个面看成是一个大陆或海洋。比如：亚洲、欧洲、非洲、澳洲、南极洲、北美洲、南美洲、太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋。那么，我们做一次世界漫游。要求从 A 点 出发，要不重复又不遗漏地经过 20 个顶点。为了使正 12 面体背面的顶点能看到，把立体图形稍作变形处理，而成图上面的那样。这种一笔周而复始的游戏常常称作哈密顿游戏。

那么，清你出发吧！解答：沿 1 到 20 的数字，循序前进，即能路经 20 个顶点。

日历上的“54”

不要误会，这并不是措“五四”青年节，而是要你寻找连续3个日子，其号数相加等于“54”。如果你已经找到了答案，再拭看哪4个连续日子相加也等于“54”呢？

解答：3个连续日子应该是17日、18日、19日。

因为连续3个数，中间的数必然是前后两数和的一半。所以总数54被3除必然是中间那个日子，由此，54/3=18为中间数，剩下的两个是17和19了。

4个连续日子应该是：12日、13日、14日、15日。

当4个连续数时，必然中间两个数之和等于边上两数之和。这样54被2除就应该是中间两数的和，即54/2=27，而27又是13和14两个连续数之和。所以最终的答案是12、13、14、15。

老题新意

我们已经做了“日历上的‘54’”，假如 3 个连续日子之和为“56”或“58”，那么其答案又该是什么呢？

解答：由于“56”和“58”都无法被 3 除尽。因此要从“连续 3 个日子”来考虑。因为“连续 3 个日子”不同于“连续 3 个自然数”，它有月份的交替，由此我们很快联想到答案是这样的：

当 2 月 27 日、2 月 28 日、3 月 1 日的时候，3 个日子之和为 56；

当闰年时，2 月 28 日、2 月 29 日、3 月 1 日，这 3 个日子之和为 58。

合唱队的难题

某校合唱队里有一个队员病了，临上台表演了，队里的指挥排了一下队伍，如果 10 人一排，有一排就少 1 人；如果 12 人一排，有一排还少 1 人；如果 15 人一排，有一排仍少 1 人。请问这个合唱队原来一共有多少人？

解答：10、12、15 三个数的最小公倍数是 60。当 60 个队员时，10 人一排、12 人一排或 13 人一排都是正好的。因此若少 1 人时，成 59 个队员，必然，按上述办法排队时都少 1 人。由此，原来合唱队的队员数为 60 名，但是，不要忘记还有指挥，一共是 61 人。

这是最少可能的人数，其他解数字太大，不符合现实情况。

校庆“三十五”

校庆 35 周年了，为了庆祝这个日子，4 个同学用 35 这个数做游戏，游戏的要求是：只能用 5 这个数字，或者只用 7 这个数字组成一个式子，其结果等于 35。甲和乙分别用 4 个 5 和 4 个 7 组成 35，其式子如下：

甲：5×5+5+5=35

乙：7×7-7-7=35

另两个同学丙和丁分别用 5 个 5 和 5 个 7 组成 35。你知道他们是怎么列的式子？

解答：丙：55-5×5+5=35

丁：77-7×7+7=35

这 4 个式子有一个特点，都是在 5×7 这个基本式子引伸出来的。改变其中一个数字，使它变成 1 和 11，以及 5 或 7 的失系，那么最后的式子中就可以保持清一色。

比如：5×（5+1+1）=5×5+5+5=35

5×（11-5+1）=55-5×5+5=35

7×（7-1-1）=7×7-7-7=35

7×（11-7+1）=77-7×7+7=35

四个太子

皇帝有 4 个太子，他准备把一大块土地分给他们作为领地。这块土地呈正方形，中间有一片森林，有 4 处是产金的地方。皇上决定这样划分：每人都包含一处产金之地。森林为 4 人公用，领地的面积、形状都完全一样。请你想想，皇帝是怎么划分领地的？

和平鸽

一个正五边形与一个正方形，边长正好相等。在它们相接的寸候，形成一个完整的“和平鸽”的图形。如果正方形顺时针转，五边形逆时针转，始终保持两条边邻接。那么各要转多少圈，才能恢复“和平鸽”的图形？

解答：这是一个求最小公倍数的问题，4 和 5 的最小公倍数是 20，因此，每十图形它旋转的次数乘上它的边数应该等于 20 才对。这样，五边形应该逆时针转 4 圈，正方形顺时针应该转 5 圈，又可出现“和平鸽’的图形。

邮政编码

法国通信的邮政编码用 5 位数字，中国通信的邮政编码用 6 位数字。请你估算一下，两国的邮政区域最多能有多少个？

解答：5 位数字不同的组合有 10^5，6 位数字不同的组合有 10^6 个。所以法国的邮政区域可以有 10 万个，中国可以有 100 万个。

号码锁

号码锁的 3 个拨盘上都有 0 到 9 十个数字，它能组成多少个不同的 3 位数。

解答：每一个百位数字，有 0 至 9 十种不同的十位数字。而每一个 10 位数字，又有 0 至 9 十种不同的个位数字。因此，对于每一个百位数有 $10\times10^2=10^2$ 组合。

然而对于百位数字又有 10 种不同方式，所以一共有 $10\times10^2=10^3$ 种不同的 3 位数。

绕口令

小牛、小叶和小陆到数学博士家里做客。数学博士请他们做绕口令游戏。每人抽签，一边读签上的题，一边迅速写下答案。

小牛的题目是：“九百九十九亿九千九百九十九万九千九百九十九，请你写下这个数。”

小叶的题目是：“有 3 个数；一百万零一千，一千万零一百，一百零一万，谁最大？”

小陆的题是：“六六零零零六六零零六，六零零六零零六六六零。两数各是多少？”

3 个人满怀信心地交上了答案，你知道答案是怎么写的？数学博士是不是满意呢？

解答：他们写的都很对，但是数学博士还不是十分满意，因为绕口令就要快，要快就要掌握诀窍。数学博士在他们写的答案上，按数学的次序画了两条杠杠，告诉他们说：

一般的数，它的读数中最多只有一个“亿”字和一个“万”字，把这两个字当成两条杠杠，然后，把其他的数顺次填在杠杠分割开的位置里。比如小牛题目中的数，“亿”前面的“九百九十九”就写在“亿”这条杠杠的左边，“万”前面的“九千九百九十九”就写在“万”这条杠杠的左边。剩下的九千九百九十九就写“万”这条杠杠的右边。不过要特别注意：读数中有“零”的时候，可能是一十零，也可能是两个、三个或更多的零。反过来也一样，比如小陆的题目，顺次写好数字后，画上“亿”和“万”两条杠杠，就很容易念出来了，那就是：六十六亿零六万六千零六；六十亿零六百万六千六百六十。

游乐场的门票

在山沟沟里，现在成了开放旅游热点，还建了一个大型游乐场。第一天游乐场共收门票的钱数是 6528 元，第二天收门票钱共 8483 元。问：游乐场的门票多少钱一张？第一天和第二天的游人是多少？

解答：只要求 6528 和 8483 两个数的公约数就可以了。求公约数的办法可以采用欧几里得算法：把两个数分写两边，把每次的商写在两道竖式之同，这样，最后的结论就是公约数：

门票为 17 元一张,第一天游人 6528/17=384 人,第二天游人 8483/17=499 人。

电影院的座位

电影院是分单号和双号两个门进去。里面会场也是从中间向两边分，左边是单号，右边是双号。如果总共座位是 100 个，那么单号的总数和双号的总数各为多少？

解答：我们已经知道

1+2+3+……+100=（1+100）/2×100=5050

那么设：x=1+3+5+……+99 为奇数和

5050-x=2+4+6+……+100 为偶数和

∵5050-x=（1+3+5+……+99）+50

5050-x=x+50

∴x=2500

5050-x=2550

因此，单号的总数是 2500，双号的总数是 2550。

阿凡提新传

财主正在给 9 十奈戚分一筐苹果，阿凡提来了。这时财主正不知道怎么分好。阿凡提说：“ 我来帮帮你的忙，保证给他们平均分好，但是有一个条件，最后分剩下的给我。 ”财主答应了。阿凡提数了 70 几只苹果，分到最后，阿凡提剩下的苹果比其他 9 个人分得还多。你知道阿凡提是怎么分的？他开始倒底拿出了 70 几只苹果。

解答：把题的意思变成数学语言，就是

7△÷9=○……□

其中○是商数，□是余数，要求余数最大。

由于被除数为 7△，所以○只能是 7 或 8，如果是 8，那么 7△必定在 72 到 79 之间，以 79 为例，有最大余数为 7。即

79÷9=8……7

但如果○为 7，它的最大余数应该是比除数少 1 的数，即 9-1=8，因此被除数应是：

7×9+8=71

所以答案应是：71÷9=7……8

因此，阿凡提最初拿出 71 只苹果，平分给 9 人，每人得 7 个苹果，而剩下的留给阿凡提，阿凡提反而得到 8 个苹果。

够你用的

世界上除了光线以外，很难找到绝对直的东西。你看：太阳是圆的，地球也是圆的，星星还是圆的。

为了解决圆的问题，就离不开圆周率。我们的祖先早就有过深入的研究。祖冲之老先生就提出了约率和密率两种：

约率=3.14

密率=3.1415929

这两个数字是怎么得来的呢？原来是由两个分式求得的：

$$\text{约率}=3+\frac{1}{7}=\frac{22}{7}\approx 3.14$$

$$\text{密率}=3+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{15+1}}=\frac{355}{113}\approx 3.1415929$$

粗心的麻烦

马小哈做加法算题时，把一个数写错了，个位上的 1 错写成 7，十位上的 8 错写成 3，最后所得的和是 423，正确的答案应该是多少？如果另一个加数是十位数，那么这个加数是多少？

答：由于个位上的 1 错写成 7，和就多 6；十位上的 8 错写成 3，和就少 50。

∴423-6+50=467

原来正确的答数应为 467。

因另一个加数是十位数，设它为 X，而有一个加数十位为 8、个位为 1。

∴381+X=467

X=86

另一个加数为 86。

老是粗心

马小哈做乘法运算的时候又写错了，把个位上的 1 错写成 7，十位上的 8 错写成 3，结果乘积为 1422。现在知道另一个乘数为 6，并没有写错，那么正确的答案应是多少？

解答：由于十位和十位上的措芳，元形中被乘效少了 50-6-44，因此正确的答案座是 1422 加上 6 X 44-264，即 1422+6X（50-6）-1686

眼花缭乱

看市日焰火，眼花缭乱是好事；做救字题，眼花缭乱就不是好事。不信，下面有一道题目，清你做做看：

221221221221÷136136136136=？

解答：把 221 作力公园數提出来，把 136 也作力公因＊提出来，就不合眼花缭乱了。

$$\frac{221221221221}{136136136136}$$

$$=\frac{221000000000+221000000+221000+221}{136000000000+136000000+136000+136}$$

$$=\frac{221\left(1000000000+1000000+1000+1\right)}{136\left(1000000000+1000000+1000+1\right)}$$

$$=\frac{221\times 100100100}{136\times 1001001001}=\frac{221}{136}=\frac{13\times 17}{8\times 17}=\frac{13}{8}1\frac{5}{8}$$

践践板一不等式

游朱茴里的院院板，大十儿息是沉沉地茂下一端，而小十儿息是被抬到高扯，这与救孕里的不等式是多么相像！

幼儿游泳班的 8 十孩子，违寸也在游采场里玩碗践板。他 OI 之中，有 5 十女孩子，3 十男孩子。女孩子的体重都是 25 公斤，男孩子的体重都是 30 公斤。

他仍要在蹄践板上比十高低，女孩子占左也，男孩子占右也。只见女孩子坐上去一十，那也男孩子上去一十又拾茂了下来。荏臻 3 十女孩子坐在左迤板上，3 十男孩子那泡又沉沉地氏下来。远寸第 4 十女孩子再坐上去，左泡肚利了，坯剩一个女孩子没有机会再上去了。

正在这时，从别处跑来一个男孩子，他向着那 3 个男孩子，说：“ 我来帮你们。 ”于是，第 5 个女孩子又上了左边，新来的男孩子上了右边，果然，男孩子这边反败为胜。

女孩子们不高兴了，说：“ 你太偏向了。 ”于是，他们之间达成了一个协议：女孩子们下去 3 个，然后，这个男孩子坐在左边，与女孩子们在一道。这样一交换阵式，却并没有改变女孩子们的境遇，那 3 个男孩子还是赢了。拭问：这个新来的男孩子的体重大概是多少？

解答：

假设：女孩子用 Y 表示（体重为 Y 公斤）；

男孩子用 X 表示（体重力 X 公斤）；

新来的男孩子用 W 表示（体重 W 公斤）。

那么，新男孩子来了以后，两次竞赛的结果可用两个不等式表示：

SY＜W+3X（1）

W+2Y＜3X（2）

由（1）式，得到：W＞5Y-2X（3）

由（2）式，得到：W＜3X-2Y（4）

由（3）式和（4）式，得到：5Y-3X＜W＜3X-2Y

因为，X=30 公斤，Y=25 公斤

所以：35 公斤＜W＜40 公斤

新来的男孩子，他的体重在 35 公斤到 40 公斤之间。

地震的时刻

某地发生了大地震，房间里的大挂钟也掉在地上，长短针也都散落了，但是钟的内部构件没有受到损坏。能不能从这个挂钟来判断地震发生的准确时刻？

答：使挂钟恢复原位，钟摆恢复摆动。同时用手表计时间，等到钟声敲响的时候为止。由钟打几下，以及手表走的时间，可以计算出地震发生的准确时间。比如，手表计时为 20 分钟后，时钟敲了 11 点，那么地震正好发生在 10 点 40 分。

深坑抽水

有一个 8 米的深坑，积满了水。用水泵准备把它抽干。每天白天正常班能抽 2.5 米，但是第二天早上，又渗水增高了 1 米。这样抽水，要抽几天才能把深坑的水抽干？如果连续工作的话，又需要几天能抽干？

解答：每天白天抽掉 2.5 米，晚上又积了 1 米，所以实际上一整天有效的只抽掉 1.5 米。这样，第四天过后就能抽掉 1.5×4=6 米，于是第五天不到晚上就可以抽掉8米了。这时要避免回答成$8 \div 1.5 = 5\frac{1}{3}$。

假如，连续工作，那么等于一天干 3 个正常班，可抽掉 2.5×3=7.5 米，剩下 0.5 米只需要（0.5÷2.5）×8=1.6 小 时=1 小时 36 分，即只需 1 昼夜零 1 小时 36 分钟，即可将深坑的水抽干。由此可见，鼓足干劲比懒懒散散，其效率是成好几倍地增长。

吉庆填字

如图，在一个“ 羊 ”字的图形中有 16 个圆圈，请你填上从 1 至 16 共 16 个连续数字，使两个羊角、羊脸，两个羊腮；各个加起来的总和都一样。

解答：由于羊脸不是单独的一个循环，而两个羊角，两个羊腮是 4 个独立的循环。因此 1 至 16 总数为 136，除 4 得 34，即每个循环的和应为 34。然后再使羊脸上 4 个圆圈的数字也等于 34。最后结果如图所示。

灯笼填字

在一个灯笼上的小圆圈中填上 1 至 9 九十连续自然数，使得上、中、下 3 个圆圈，纵向 3 个肋各自的总数都相等。

解答：实际上，这是从九宫填字演变过来的，把平面填字交成了立体填字。拭看九官填字的第一行 6、7、2 可以放在上圆圈，第二行，5、9、1 放在中圆圈，第三行 3、4、8 放在下圆圈。再检查一下 3 个纵向肋是否满足，正好第一列 7、5、3，第二列 2、9、4，第三列 6、1、8 符合 3 个纵向肋各自的总数。

同样的办法，可以千变万化，变成各种新颖的图形，比如：圣涎树填字的形式就是它另一个变种。

书籍的变迁

书架上3层分放着《莎士比亚全集》1至9卷，摆放的位置如图所示。按照阿拉伯数字的排列正好成为3个3位数。如果其中两卷对调一下，3个数字从上层到下层，正好是1倍、2倍和3倍。请你拭拭看对换哪两卷？

解答：如图所示。因为从第一位数字看，要成1：2：3的倍数，必然要拿出第4卷，而“653”和“981”中，只有第3卷才行。

上下3层成1：2：3的排列，还有其他两种排列方式。

越活越“年轻”

这不是开玩笑，在东南亚一个岛上，那里的人从出生那天起，称 60 步。然后过一年减一步，直到零岁。如果还继续活着，再饶 10 岁，仍然是逐年减一。以此类推，直到死亡。

有一个正常人 A 某 21 岁的时候到过那个岛上，结识一位岛上的居民 B 某，他正好在当地也是 21 岁。A 某回来后很想念 B 某，过了 21 年，A 某第二次来到岛上，遇到 B 某的儿子，恰好 B 某的儿子也是 21 岁，而那位 B 某刚刚寿终正寝。

问：按正常年龄计算法，B 某是多大岁数死的，而 B 某儿子这年是多大岁数？

答：岛上的 21 岁即为正常计算的 39 岁，所以第二次 A 某去岛上，B 某的儿子 39 岁，而 B 某正好比他儿子大 21 步，所以 B 某正好 60 岁的时候死去的。

莱氏数学游戏

俄国诗人莱蒙托夫也是一十数学爱好者，他在服役时，有一次给周围的军官做了一个数学游戏。

他让一个军官先想好一个数，不要告诉别人，然后在这个数上加 25，心算好了以后，再加上 125，然后再减去 37。把算好的结果减去原来想的那个数，结果再乘 5 并除以 2，最后，莱蒙托夫对那个军官说：答案是$282\frac{1}{2}$。那个军官感到非常惊奇。立刻又有另一个军官要求拭一遍，结果都说明莱蒙托夫计算得又快又准确。

你能知道是什么道理吗？

解答：如果没预先想好的数为 X，那么莱蒙托夫的计算式是：

$$\{\{[(X+25)+125]-37\}-X\}\times 5\div 2=282\frac{1}{2}$$

你仔细看一下式子就发现，莱蒙托夫已经偷偷地把原数减去了，所以式子中不存在未知数，莱蒙托夫只需把早就计算好的答案说出来准没错。

至于，莱蒙托夫第二次、第三次的表演仍能够成功，那还需要下点功夫。也就是说，出题的人一边在出题，一边在计算，只要跳过那个“减去原来想的那个数”就行了。

鸳鸯阵

公元 1561 年，戚继光在敌众我寡的形势下，利用鸳鸯阵大败倭寇。鸳鸯阵是这样的：12 人为一个作战单位，最前一人是队长；次二人一执长牌，一执藤牌，用以掩护后卧前进；再次二人执 1 丈 5 尺的狼筅，用以保护牌手；身后四人持长枪，每两支长枪掩护一牌一筅；再后二人用叉、钯、棍、偃月刀等短兵器和氏枪彼此配合；最后一名为火工。这样灵活机动，配合默契，战斗力强。

如果 12 人最初排成两排（每排人数相当，不一定完全相同），只许 6 个人移动，而且最多只能移动两步，变成鸳鸯阵的布阵方式。问两排人数各是多少？各人位置如何移动？

解答：如图所示，第一排 5 人，第二排 7 人，只需 6 个士兵按箭头方向动一步至两步，即可变成鸳鸯阵的队形。

掷骰子

哥哥和弟弟玩掷骰子游戏。每人掷 10 次，每次说一个数，看每次两个骰子数目的和说对了几次，谁说对的多就算谁赢。哥哥每次说的数不是 6，就是 7；而弟弟说的数，不是 8 就是 9。俗话说：“八、九不离十。”你说，是不是弟弟容易赢呢？

解答：两个骰子组合的情况可以这样列出：

2=1+1

3=1+2=2+1

4=1+3=3+1=2+2

5=1+4=4+1=2+3=3+2

6=1+5=5+1=2+4=4+2=3+3

7=1+6=6+1=2+5=5+2=3+4=4+3

8=2+6=6+2=3+5=5+3=4+4

9=3+6=6+3=4+5=5+4

10=4+6=6+4=5+5

11=5+6=6+5

12=6+6

所以两个骰子数目之和为 7 时，有 6 种组合形式，这就是说，7 出现的可能性最多，而 6 和 8 其次，9 和 10 再次，到 2 和 12 出现的可能性就非常小了。由此哥哥和弟弟相比，哥哥说的数更容易出现。尤其是掷的次数越多，这种结论越正确。所以哥哥会赢的。

十三点

用 4 个骰子玩“十三点”游戏。因为“13”这个数是不吉利的数，所以谁要是掷骰子加起来的数目正好是“13”，就要受罚，罚跪或者罚唱歌。请你说说，为什么不用 3 个骰子或 5 个，甚至更多的骰子玩“十三点”呢？

假如规定一条，如果 4 个骰子中有 3 个是同样数目，即使总和为 13，也可幸免。那么这 4 个骰子的数目分别应该是几呢？

解答：4 个骰子数目相加，最小是 4，最大是 24，取其中值，为（4+24）/2=14，因此 14 是组合可能性最多的情况，13 也是比较多出现的情况。玩“十三点”游戏正是利用最大几率的原理，出规 13 的可能性大，这就容易受罚，这样游戏才玩得下去，假如用 3 个骰子或 5 个骰子，13 这个数不容易出现，游戏就没有意思了。

假如三个骰子是同一个数 X，另一个骰子数目为 a，那么：

$3X+a=13$

$3X=13-a$

$$3X = 3\left(4 + \frac{1-a}{3}\right)$$

$$3X = 3\left(4 - \frac{a-1}{3}\right)$$

$\because 1 \leq a \leq 6$，又 $0 \leq \frac{a-1}{3} < 4$

$\therefore a_1=1$，$a_2=4$

当 $a_1=1$ 时，$X=4$

当 $a_2=4$ 时，$X=3$

所以，有两种可能性避免受罚；

（1）3 个骰子均为 4 点，一个骰子为 1 点；

（2）3 个骰子均为 3 点，一个骰子为 4 点。

卡通画家

蔡先生是著名的卡通画家，他两天能画 1000 张草图。由于第二天下午他要出国讲学，他必须在一天半内画完。那么他应该找一个学生来帮忙，两个人一起来画，那个学生画画的速度起码应该几天面 1000 张？

解答 设学生画画的速度是 X 天面 1000 张,那么,学生一天可以面 1000/X 张。而蔡先生每天可画 1000/2 张。两人每天能画 1000/X+1000/2 张。

1000 张图由他俩合画，必须在 1 天半内完成，于是

$$1000 \div \left(\frac{1000}{X}+\frac{1000}{2}\right)=\frac{3}{2}$$

由此，求得：X=6

学生画画的速度起码应该 6 天画 1000 张，或者面得速度更快才行。

牛肉拉面

吃也有艺术；艺术中也有数学。就拿吃牛肉拉面来说，有的人喜欢面条粗一点，有的人喜欢面条细一点。大师傅有办法，喜欢吃粗面条的对拉 8 次就行了，喜欢吃细面条的再增加 1 次。拭问，粗面条共多少根？细面条共多少根？粗面条和细面条的直径差多少？

解答：对拉 8 次后，面条数目为 2^7，因为第一次是由 1 变成 2，然后才是每次乘一个 2。这样 $2^7=128$，粗面条共 128 根。细面条要拉 9 次，面条数为 $2^8=256$ 根。

面条数目增加了一倍，面条的截面积也就小了一倍，可是直径的平方才与截面成正比例，所以粗面条的直径应该是细面条直径的$\sqrt{2}$倍。

周而复始

请看下面方框图的箭头方向，表示一个数学的变换程序，你还能不能清楚表示什么意思？你还能不能找到另外一个例子？

解答：这个程序是这样的：

$（30+25）^2=3025$

相类似的例子还有：

$（20+25）^2=2025$

试试你的眼力

下面一些四位数，请你在一分钟内找出能被 11 整除的是哪几十？（提示：应该有 5 个）

1239，7832，5461，1784，5962，7007，3456，7614，8217，5214

解答：能被 11 整除的是下面 5 个数：

7832，5962，7007，8217，5214

这里有一个诀窍，隔一个相加其和相等的数，能被 11 整除。比如 7832 中 7+3=8+2；5962 中 5+6=9+2，所以它们能被 11 整除。

其原因是这样的。

假设有一个三位数 a、b、c

$$
\begin{array}{r}
abc \\
\times\ 11 \\
\hline
abc \\
abc\ \ \\
\hline
aABc
\end{array}
$$

其中 A=a+b，B=b+c

隔一个数相加 a+B=a+b+c，A+c=a+b+c

∴a+B=A+c

由此证明，只要隔一个数相加其和相等的 4 位数，一定能被 11 整除。

2×5＝6

问题是这样提出来的：一个立方体长、宽、高分别为 a、b、h，要把它劈成两个体积、形状一样的两部分。这自然有很多种方式，比如，像切豆腐那样中间一刀，也可以侧面剖开。有一个同学独出心裁，劈

出两个方不方、正不正的五面体，居然体积、形状完全一样。于是归纳出题目上所写的结论：两个五面体可以凑成一个六面体。

请你想想，那个同学是如何巧分立方体的呢？

答：如图，从两个相对面的对角线位置劈开，就得到两个体积、形状完全相同的五面体。

虎口脱险

动物园 11 米直径的高围墙里，拴着一只凶猛的老虎。围墙中间，距圆心东西方向各 4 米的地方各有一个牢固的桩子。老虎就是用一根 10 米长的、非常结实的皮绳拴在这两根桩子上。拴的办法是这样的：皮绳两端分别牢牢地拴在两根柱子上，绳子上有一个能够滑动的项圈，套在老虎的脖子上。这样，老虎能沿绳子行动，但它距两个桩子的距离之和不舍超过 10 米。一天，顽皮的武小三不小心跌落到围墙里，他急中生智，与老虎周旋。他到底有没有丧生的危险呢？他应该站在什么位置最安全呢？

解答：由图示，老虎的行功是绕着一个椭圆走。

∵AC+CB=AF+FB=10 米

又 AF-FB=AB=8 米

由①、②式，可得：AF=9 米

FB=1 米

由此，OF=AF-OA=9-4=5 米

而$OC=\sqrt{BC^2-OB^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$米

所以，东西方向，老虎离围墙最近 0.5 米；南北方向，老虎离围墙最近为 2.5 米。武小三只要紧紧贴近围墙站，就没有丧失生命的危险。他如果沿着围墙慢慢挪到南北方向的尽头，就更安全了。

掏鸟窠

一棵老榆树上有两个鸟窠。方方搬来一个 8 米的长梯子，架在高的那个岛窠的树枝上，梯子正好与地成 60°角，接着，又架在低的那个鸟窠的树枝上，梯子正好与地成 45°角。请问两个鸟窠分别离地多高？方方蹬梯子到低的那个鸟窠，照理应比爬到高的鸟窠快一些，可是实际并没有快，为什么？

解答：根据三角函数，高的鸟窠高

$$8\text{米}\times\sin60° = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 6.8\text{米}$$

低的鸟窠离地高：

$$8\text{米}\times\sin45° = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 5.6\text{米}$$

由于两种情况下，梯子的长度没有变，当然方方爬梯子需用同样多的时间。假如方方想爬低鸟窠时能快一些，可以把梯子按与地成 60°角架在树枝上，这样，梯子有一部分伸出去，他实际要爬的梯子的级数少了，也就可以快了。

瞎子看瓜

有一个瞎子把 6 筐西瓜摆成一个三角形，自己坐在中间。一共是 24 只西瓜，每排是 9 个。他每天摸一次，只要每排三个筐里的西瓜一共是 9 个，他就放心了。没想到，他的邻居二嘎子跟他开了一个玩笑，第一天偷出了 6 个，第二天又偷出了 3 个，一共少了 9 个西瓜，而瞎子却一点没有发现，这是怎么回事？

解答：因为二嘎子通过改变每筐里的西瓜数，而使每排西瓜总数仍保持 9 个，这样瞎子以为西瓜没有丢，实际上西瓜已经少了。

下冰雹

一场冰雹，把好端端的庄稼给摧毁了。有一块庄稼地是长 40 米、宽 30 米的长方形。冰雹受害面租正好是与对角线垂直的方向的一条带状（如图所示，平行四边形 AECF 为受害面积），求对这块庄稼地来说，受害面积多大？

平行四边形 AECF 面积/平行四边形 ABCD 面积=525/1200=21/48

答：受雹的直接面积是 525 平方米，而相对于整块土 地来讲，占 21/48，即将近但尚未到一半。

相似的国度

相似国度里有一位技艺高超的厨师，他习惯于把肉肠做成圆锥体的形状，而不是做成圆柱体的形状。因为在他们国家，大小一致并不算是美，而形状一样才符合审美的标准。

只见这位厨师操起菜刀，一会儿切得一盘肉肠片，一片一片都是椭圆形。他又切第二盘，那盆里，一片一片全是抛物形。他最后切了第三盘，那一盘，一片一片都是双曲形。你说，他是怎么切的呢？

解答：圆锥体有这样的特鱼，如果刀的方向与母线平行，切出的是抛物形。如果刀的角度偏小，使相对的两条母线都切割掉，那么切出的是椭圆形。如果刀的角度偏大，切出的就是双曲线。图上的示意可以看得很清楚。

阿基米德的玩笑

阿基米德是古希腊的大几何学家，他有一次利用滑轮组的原理，把拴着大船的绳子塞在国王手里，国王轻轻一拽竟把大船拉动了。

阿基米德得意忘形、口吐狂言，他说：“ 只要给我一个支点，我就能把地球举起来。 ”

阿基米德能实现他的话吗？他的玩笑是否开得太过分了？

答：“ 真理再跨出一步，就会成为荒谬。 ”阿基米德的话也是如此。假如，阿基米德真能找到一个支点，而且也能找到一根足够长、足够结实的杠杆。那么，阿基米德要把地球撬高 1 厘米，他就得握住杠杆的力点走 10 万光年。10 万光年可不是一个近的路程，他要用光的速度（每秒钟 30 万公里）走 10 万年。阿基米德怎么会有那么长的寿命呢？

爱因斯坦的舌头

大科学家爱因斯坦是“相对论”的缔造者，他在科学研究工作之余，又是一名高超的小提琴手。他的表情有时很滑稽，让人捉摸不透。世人流传一张照片就是他吐着舌头、凝视前方的形象。

有一个班级进行民意测验：

11 位同学认为表示“惊奇”，7 位同学认为这种意见也可以考虑。

6 位同学认为表示“高兴”，8 位同学认为这种意见也可以考虑。

1 位同学认为表示“幽默”，6 位同学认为这种意见也可以考虑。

1 位同学认为“惊奇”、“高兴”、“幽默”三种神态兼备。

还有 3 位同学认为是表示“无可奈何”。

请问这个班级一共有多少同学？

解答：由题意，认为表示某种神态的同学，他们的意见是肯定和专一的；而认为可以考虑的意见是模棱两可的，他们也可能同意两种意见或三种意见。表示“无可奈何”意见的，也是一种肯定意见。为此，可以用集合的办法画成如图那样的圆圈，相重迭部分就是同意两种意见的，最中间三个圆相重迭部分是表示三种神态兼备意见的人数。如果未知的人数分别以 x、y、z、p 表示，则：

$$\begin{cases} x+p+z=7 \\ x+p+y=8 \\ y+p+z=6 \\ p=1 \end{cases}$$

求解得：x=4，y=3，z=2，p=1

总人数为：

S=11+6+1+3+x+y+z+p

=11+6+1+3+3+4+2+1

=31

所以，这个班级共有 31 名同学。

国王与小丑

小群和小岩两个人准备参加化妆舞会，他们在商店里买了一块边长为 1 米的正三角形的彩色硬塑纸。

他们两人合计了一下，最后用了最节省的办法，做了两顶帽子，一顶是国王的帽子，另一顶是小丑的帽子。

你知道他们是怎样裁剪的吗？

解答：按一般青少年头部的周长来说，大约是 50 厘米左右，所以以三角形一个顶点为圆心，以三角形边长的一半为半径，在三角形内画一个弧。这样面出的弧钱长度正好比 50 厘米略大。这里要注意，必须画弧线，卷起以后才能使帽口一周平整。由弧线分三角形为两部分，面积小的扇形部分可以做成一顶尖尖的小丑帽，剩下面积大的部分可以做成一顶上部略宽的国王帽。

圣诞老人

每年圣涎节，都可以看见出售用巧克力做成的全诞老人。有一神大的巧克力圣涎老人比另一种小的巧克力圣涎老人高一倍，样子完全相似。那么一个大的巧克力圣诞老人，从巧克力用量来讲，相当于几个小的巧克力圣诞老人。

解答：由题意，大巧克力圣诞老人在高度上是小圣涎老人的 2 倍，也就是从长、高、宽三方面来讲，都是小圣诞老人的 2 倍，这样，从体积来讲，应该是 23 倍，即 8 倍。由此，大巧克力圣诞老人相当于 8 个小圣诞老人。

打土围子

甲、乙两个人做打土围子游戏。他们用一根 20 米的绳子在地上分别围成一个长方形（或正方形），以便砌墙打土围子。甲围成的面积是 20 平方米，乙围成的面积是 25 平方米。你知道他们分别是怎么围的？你能不能使围成的面积比 25 平方米还大？

解答：20 米长的绳子围成一个矩形，必须长和宽之和为 10 米，设 x 为长，y 为宽，则甲可列出方程组：

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x \cdot y = 20 \end{cases}$$

解此联立方程组，得：

$y^2-10y+20=0$

$\therefore y = 5 \pm \sqrt{5}$

所以，长为$5+\sqrt{5}$，宽为$5-\sqrt{5}$

乙的方法是围成一个正方形，可得面积为 25 平方米。在同样周长条件下，正方形的面积是最大的，所以不可能围成一个矩形，其面积大于 25 平方米。但是，如果不限制形状的话，结论可在托尔斯泰的小说中找到。

郑人买袜

请你不要以为这是印刷错误，确实是去买“袜”，而不是买“履”。原来，有一个叫小郑的小朋友到商店去买袜子，售货员阿姨问他要买多大号的袜子，小郑摸了摸头，说不知道。售货员阿姨说：“那不要紧，你把手攥紧拳头。”小郑于是攥紧拳头，售货员阿姨用一双袜子围着拳头一圈，正好刚刚合适。售货员阿姨说：“这双你穿正合适。”你知道，售货员阿姨根据什么这样说？

解答：把手攥成拳头，相当于攥成一个球，袜子围它一圈，等于这个圆周长。按照一般正常人来讲，脚的长度正好等于拳头直径的 3 倍。不信你可以用尺子量一量，对不对？

节能灶

便民小吃店准备改进炉灶，知道煤厂生产有两种蜂窝煤。大蜂窝煤的直径是小蜂窝煤直径的 2 倍，3 个大蜂窝煤垒起的高度与 4 个小蜂窝煤垒起的高度相等。

假如砌的炉灶采用 3 块大蜂窝煤，那么相当于多少块小蜂窝煤的热值？如果同样热值的那么多小蜂窝煤砌成炉灶，哪个灶更节省？

解答：假设大蜂窝煤半径为 R，高度为 b，小蜂窝煤半径为 r，高度为 a，则：

$R=2r$，$3b=4a$

大蜂窝煤的体积为 $\pi R^2 \cdot b$，小蜂窝煤的体积为 $\pi r^2 \cdot a$

$\therefore \pi R^2 \cdot b=\pi (2r) 2 \cdot 4/3 \cdot a$

$=16/3 \cdot \pi r^2 \cdot a$

即 $3\pi R^2 \cdot b=16\pi r^2 \cdot a$

由此，3 个大蜂窝煤的体积等于 16 个小蜂窝煤的体积之和，3∶16 这也是它们重量的关系。

由于热值与其质量成正比，相同质量的蜂窝煤应该产生相同的热值，所以要砌放 3 块大蜂窝煤的炉灶，也可以砌成能放 16 块小蜂窝煤的炉灶，如同图上所示的两种炉膛型式。

但是，这两种炉灶，燃烧面积是不一样的，假如炉膛内的蜂窝煤全部燃烧（令中间小孔不计），其燃烧面积应该是上端面的面积加上侧面的面积之和，于是，对于 16 块小蜂窝煤，燃烧表面积之和为：

$S_A=4\times 4\times (\pi r2+2\pi ra)$

$=16\pi r2+32\pi ra$

3 块大蜂窝煤，其燃烧表面积为：

$S_B=3\times (\pi R^2+2\pi R \cdot b)$

$=3\pi R^2+6\pi Rb$

$\because R=2r$，$b=4/3a$

$\therefore SB=3\pi (2r)^2+6\pi (2r) 4/3a$

$\because 12\pi r^2+16\pi xr \cdot a$

$\therefore SA > SB$

由此，小蜂窝煤燃烧面积大，烧得快，不节省煤，而大蜂窝煤燃烧面积适中，烧得慢，省煤。

裙拖六幅湘江水

唐朝诗人李群玉在《杜丞相筵中赠美人》一首诗中有两句：“发挽巫山一段云，裙拖六幅湘江水。”真是诗情面意，情景交融，不失为妙笔。

假如美人的腰围是 65 厘米，每幅都是按图二那样折起来，做好后的水裙如图一那祥：下摆的圆周直径正好等于 3 倍的腰围直径。而且折好后的六幅在一起正好合成一个 1/4 的圆（如图三中的实线部分）。那么，这条裙子下摆最长可达到几米？这条裙子要用多少布？

解答：从图二的折迭方式，已可以知道每一幅展开后等于原来面积的三倍，所以六幅全展开，如图三虚线部分所示，将占大圆 3/4 的扇形面积，由此可以计算得到这个扇形的外总周长：

65×3×3=585 厘米

由图三再计算裙长：

按 1/4 来考虑，扇形中小圆周和大圆周应该是同心圆，而且所夹的角度均为 90°。

若设小圆半径为 r，裙长为 1，得到

$$\begin{cases} \frac{2\pi r}{360} \times 90 = 65 \\ \frac{2\pi(r+1)}{360} \times 90 = 65\times \end{cases}$$

联立求解，得到：

r=41.4 厘米

l=82.8 厘米

布料的面积：

S=3/4[π（r+1）2-πr2]

=3/4[π（41.4+82.8）2-π41.42]

=3/49π41.42=36345.8 平方厘米

≈3.6 平方米

由此，这条湘裙，要用 3.6 平方米布料，下摆最长可展开到 5.85 米。

稀世珍宝

在东京珠宝收藏博览会上展出一棵 18K 金的圣诞树，在 3 层塔松形的全诞树上共镶嵌有 1034 颗宝石。

这棵圣诞树上的宝石是这样摆放的：如果从顶上往下看，3 层圆周上镶嵌的宝石数成等差级数递增；而 3 层圆锥面的宝石数却按等比级数递增；且第一层的圆周上与圆锥面上的宝石数相等；除此之外，塔松顶上有一颗宝石是独立镶上的。请问，圣诞树的宝石具体是怎样镶嵌的？

解答：假设三层圆周上的宝石数分别为 A、B、C

则：B=A+m，C=A+2m

其中：m 为等差系数。

因为第一层圆锥面上的宝石数等于圆周上的宝石数，所以可假设三层圆锥面上的宝石数为 A、D、E，那么：

$$D=nA，E=n2A$$

其中：n 为等比系数。

由于树顶上那颗宝石是独立的，所以：

A+B+C+A+D+E+1=1034

$A+A+m+A+2m+A+nA+n^2A=1033$

解此方程，只有一种可能：

$$\begin{cases} A（n^2+n+4）=1000 \\ 3m=33 \end{cases}$$

根据 m、n、A 均为整数，得：

$$\begin{cases} m=11 \\ n=2 \\ A=100 \end{cases}$$

因此，宝石的镶嵌是这样的：

塔松顶上有 1 颗宝石；

第一层圆周上 100 颗宝石，圆锥面上 100 颗宝石；第二层圆周上 111 颗宝石，圆锥面上 200 颗宝石；第三层圆周上 122 颗宝石，圆锥面上 400 颗宝石。

牛郎和织女

16.5 年。织女星离地球 26.5 光年。如果牛郎和织女同时由各自的星球以最快的速度起到地球相会，那么牛郎要在地球上等多少年才见到织女？而见一面之后，织女又匆匆赶回，牛郎至少又要等多少年，才又能与织女相会？

答：牛郎与织女以最快的速度赴路，充其量也就是以光速行进。因此，牛郎比织女先到地球 10 年，牛郎需要等 10 年才见到织女。

织女匆匆赶回，如果马上又出发的话，来回需 53 年。牛郎要等 53 年才能与织女第二次相见。如果牛郎也返回自己的星座，那么除了路上的时间不算在内，牛郎也要坐等 20 年才能与织女第二次相聚。

影子部队

数学大军中有一支劲旅，称作“影子部队”。它就是“三角函数”，因为它离不开角度，它总是跟随着角度，像它的影子一样。

这天，影子部队随着角度观光了三角形博览会。角度是这里的常客，它也很自负，它说：“任何△ABC，三个内角和为 180°”，说完没有人理它，它又说：“△ABC 若是直角三角形，那么∠C=∠A+∠B。”这时影子部队答了话；“凡是有你的地方，就有我存在。至于△ABC 若是直角三角形嘛，那么一定有

$\sin C=(\sin A+\sin B)/(\cos A+\cos B)$

不信，你可以拭拭。”

两个齿轮

大齿轮的直径是小齿轮的直径的一倍。如果大齿轮不动，小齿轮沿大齿轮公转一周，小齿轮自转几周？反过来，如果小齿轮不动，大齿轮沿小齿轮公转一周，大齿轮自转几周？

解答：大齿轮不动，小齿轮沿大齿轮公转一周，小齿轮自转一周；当小齿轮不动，大齿轮沿小齿轮公转一周，大齿轮自转一周半，即在 240°位置自转一周，360°位置自转一周半，480°位置自转两周，720°位置自转三周。

给我一块荫凉

有一棵枝茂叶盛的老树，它茂密的枝叶抱成了一个庞大的球形。在它底下留给人们一块很大的荫凉。

问：在中午日当头的时候，它的荫凉面积大，还是在下午日偏西的时候荫凉面积大？

假如下午太阳光与地面成 30°角，它的荫凉面积比中午时大多少倍？有的说是原来的$\sqrt{3}$倍，有的说是3倍，你同意哪种意见？

答：中午的时候，荫凉是一个圆形；下午时，太阳光成一角度，荫凉是椭圆形，当然下午荫凉面积大。

当一根杆子在$30°$俯角太阳光下，地下的阴影应为$\sqrt{3}$倍。尽管面积的增加随长度方向的平方而交化，但在这种情况下，只有纵向交长，横向并不变宽，正像大家都有经验：太阳光下只会是影子变长，而不会变胖。所以说增大到 3 倍是不对的。

但是说增加到$\sqrt{3}$倍也是不对的。因为球形与杆子的投影不一祥，对球体投影时，影子的长度与球的直径的关系是斜边和直角边的关系。因此是直径的 2 倍，同样这个椭圆长度虽是 2 倍，但宽度并未增加，所以椭圆的面积也就是圆形阴影时的 2 倍。

水上公园

A、B、C、D 是水上公园的四块草坪，彼此间有 6 座桥相连接。游人想沿 6 座桥都走一遍而不重复（也就是说，每座桥不能通过两遍）应该走什么路线？

解答：6 座桥的情况下不可能有四样的路线，假如是如图那样的 7 座桥，那么可以实现。

这是为什么呢？因为四块草坪都是割裂开的，彼此间独立，因此须从每一个草坪走出来才能到另一个草坪。对于每一区域，进出必须成双数才行，也就是要有偶数的桥梁，因此在 7 座桥的情形，B 和 D 都满足。由于出发点与终止点不在一起，所以 A 和 C 允许只有 3 座桥，假如出发点与终止点在同一地点，那么 A 和 C 也必须要偶数桥梁才行。由此可见，6 座桥的情形下，每块区域都是 3 座桥，即奇数桥，那就根本不可能实现沿桥走一次的愿望。

龟和鹤

龟和鹤都是长寿的劫物。一天鹤爹与鹤子遇见了龟祖和龟孙，彼此淡起了年龄。原来鹤爹的年龄是鹤子年龄的 2 倍，龟祖的年龄是龟孙年龄的 5 倍。它们年龄之和如果乘上 3 倍，等于 900 岁。如果再过 10 年，鹤族年龄的 5 倍加上龟族的年龄也是 900 岁。问现在它们的年龄各是多少？

解答：设鹤子现在的年龄是 x，龟孙现在的年龄是 y。则鹤爹现年为 2x，龟祖现年 5y，有方程：

$$3[(2x+x)+(5y+y)]=900$$

10 年以后，鹤子、鹤爹的年龄分别为 x+10 和 2x+10，龟孙、龟祖的年龄分别为 y+10 和 5y+10，于是又有方程：

$$5[(x+10)+(2x+10)]+[(y+10)+(5y+10)]=900$$

联立两个方程，简化为：

$$\begin{cases} x+2y=100 \\ 5x+2y=260 \end{cases}$$

解得

x=40

y=30

因此，鹤子现年 40 岁，鹤爹现年 80 岁，龟孙现年 30 岁，龟祖现年 150 岁。

司机寻路

新规划的市区街道，并井有条，纵横道路都是 100 米，斜的道路是 140 米。由于道路不熟，司机只好沿途寻问，确实走了不少冤枉路。幸好，最后还是到达了目的地。司机实际上行驶的路线是这样的：向东北行驶 280 米，向西行驶 100 米，向北行驶 200 米，向东行驶 200 米，向南行驶 300 米，向东北行驶 140 米。清你找找，汽车到达的目的地是什么地方？

解答：是 C 处。路线是 13—12—2—4—19—15。

三人行

甲、乙、丙 3 人带足了水和干粮通过一片沙漠。由于气候的原因比计划多了一天时间。在最后一天的时候，甲、乙干粮都吃完了，丙却还有 5 块面包。可是，丙把水都喝光了，甲和乙还有好几壶水。甲有 3 满壶水，乙有 2 满壶水。丙和甲、乙交换面包和水，甲、乙同意把水 3 人等分，丙答应把面包全给甲和乙。这样，而把面包怎么分配给甲和乙的呢？

解答：由于一共 5 壶水， 3 人等分，每人 5/3 壶水。甲自己留下 5/3 壶水，应给出：

$3-\frac{5}{3}=\frac{4}{3}$壶水

乙自己留下 5/3 壶水，应给出：

$2-\frac{5}{3}=\frac{1}{3}$壶水

丙从甲那里得到 4/3 壶水，从乙那里得到 1/3 壶水，一共也是 5/3 壶水。

由于甲给丙的水多，乙给丙的水少，其比例是 4：1，所以丙给他们的面包也应成此比例。即丙给甲 4 块面包，给乙 1 块面包。

子午线的长度

你能告诉我地球子午线的长度吗？这听起来有点玄乎，其实，一点不难。

这里给你讲一段历史：1970 年 5 月 8 日，法国国民议会决定选择一套世界通用的度量制度。于是，成立了一个以法国数学家拉格朗日力首的领导委员会。这个委员会当时决定采用巴黎子午线长度的四千万分之一作为基本单位，并且把测量子午线弧长的工作交给法国数学家达朗贝尔和梅森。这个长度的基本单位就是我们所说的“米”。

现在，你就不难回答了：既然地球子午线的四千万分之一就是 1 米，那么地球子午线的长度就应该等于 4000 万米，或者相当于 40000 公里。

乘车者的常识

有一十乘车者经常坐从东郊到西郊的公共汽车。一天，他嫌车太挤，就沿著公共汽车行车路线走着。这时，他发现对面来的公共汽车每隔 6 分钟遇见一次，而背后开来的公共汽车每隔 12 分钟超过他一次。他心算了一下，就知道，这条路线上的公共汽车是隔多少分钟发车一次了。你也能算出来吗？

解答：假设公共汽车的速度是 y，人的走路速度是 x，又设两次发车间隔时间里，公共汽车行驶的路程为 S。

那么，迎面见到公共汽车的情况下，每经过 S 距离的时间是 t_1=6 分钟。

并且 $\frac{S}{x+y}=t_2$。

同样，在相同方向的情形，每经过 S 距离的时间是 t_2=12 分钟，

并且 $\frac{S}{y-x}=t_2$。

因为 S/y 正是每段间隔中所需的时间，即发车的间隔时间，所以每两个车发车时间相隔 8 分钟。

两支蜡烛

停电时分，小曹点起了两支蜡烛。这两支蜡烛一般长，可不一般粗。粗蜡烛可点 2 小时，细蜡烛可点 1 小时。来电以后，小曹吹火了两支蜡烛，发现粗蜡烛是细蜡烛长度的 2 倍。问停电时间有多少分种？

解答：设停电时间为 x 小时，粗蜡烛 2 小时点完，1 小时可点 1/2 根，x 小时可点去 x2 根，还剩 1-x/2 根（即它剩下的长度）。

细蜡烛 1 小时点完，1 小时可点 1 整根，x 小时可点去 x（x 不到一根），还剩下的长度为 1-x。

于是：1-x/2=2（1-x）

解方程，得 x=2/3 小时=40 分钟因此，停电时间为 40 分钟。

说容易也难

电视机厂的一个组装班组。已知工作天数比班组人数多 2，如此组装的电视机总台数是 1001 台，问平均每人每天组装几台电视机？

解答：因为总台数=平均台数×人数×天数，所以总台数等于三个因子相乘。由于 1001=13×11×7，仅仅这一种组合方式，所以根据题意 13 座是工作天数，11 应是班组人数。剩下 7 就是平均每人每天组装的台数。

这道题如果用解方程的办法来做，实际上是一个三次方程。

要解三次方程，可不是件容易的事。在历史上还发生过一次辨论，就是因为争夺谁是最先发现三次方程的解法。最后，由于历史的误会，只好木已成舟地命名它为卡丹公式，它是这样讲的：

如果要解一个一般的三次方程：

$ax^3+3bx^2+3cx+d=0$

只需要把方程转换为另一个三次方程：

$y^3+3py+2q=0$

其中：$x = y - \frac{b}{a}$

这时，y 的解可求得：

$$y = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}$$

由y的解，再通过$x = y\frac{b}{a}$，转换成x的解。

托水斯泰与几何

俄罗斯著名作家托尔斯泰写过一篇短篇小说《人需要很多土地吗？》，其中有这样一个情节：庄园主答应分给农夫一块土地，其大小由农夫一天所能走完的回路来圈定。那么，假如你是这个农夫，你应该圈出一个什么形状呢？

答：在周长一定的情形下，圆的面积最大，其他如三角形、六边形、正方形都不如圆。由于农夫要充分利用时间，使跑完的路程围出最大的土地面积，那么他只有根据自己的速度和时间，来确定能跑多大直径的圆圈。

托尔斯泰夫人

托尔斯泰夫人的日记中居然描写了大文豪托尔斯泰钻研数学问题的情景：

一个屋长 7 俄尺、宽 6 俄尺、高 4 俄尺，蜘蛛和苍蝇正好各据一角，遥遥相对。蜘蛛应该选择哪一条最短的路程去捕捉苍蝇呢？托尔斯泰给出了 3 条路线，并比较了远近，最后得出了结论。

你猜猜，托尔斯泰是怎么分析的呢？

解答：根据蜘蛛和苍蝇的所在位置（蜘蛛在 M 点，苍蝇在 N 点），将屋子的四面展开，这样最短线有 3 种取法，一种是 MN_1，另两种是 MN_2 和 MN_3，计算它们的长度

所以，最短的路程是 11 俄尺，蜘蛛应该从侧面爬过去。

“$\sqrt{\ }$”的来源

最早用“$\sqrt{\ }$”表示根号的，是法国数学家笛卡尔。十七世纪初，笛卡尔在他的著作《几何学》一书中首先用了这种数学符号。

“$\sqrt{\ }$”这个符号表示两层意思：左边部分“$\sqrt{\ }$”是由拉丁字母“r”演变而来的，它表示“root”即“方根”的意思；右上部的一条横线，正如我们已经习惯的表示括号的意思，也就是对它所括的数求方根。

正因力“$\sqrt{\ }$”既表示方根，又表示括号，所以凡在运算式中遇到“$\sqrt{\ }$”，必须先做括号内的算式，然后再作其他运算。也就是说先要作根号运算。

卖花生仁

两个农村姑娘到集市去卖花生仁，她们一共带了 50 斤花生仁。回村的路上，她们交谈着行情。原来她们一个带的花生仁多，一个带的少，但卖了相同多的线。大妞说：“ 若是我有你那么多花生仁，我能赚得 81 元线。 ”二妮说：“ 若是我有你那么多花生仁，我能赚得 36 元线。 ”问两个姑娘各带了多少斤花生仁？她们每人卖 1 斤花生仁各赚多少钱？由于大妞带的少，她们我形中少赚了多少钱？

解答：假设二妮带的花生仁是大妞的 m 倍，既然两人赚得的钱数相等，一定大妞卖的价格贵 m 倍。这样，如果开始两人把花生仁交换过来，大妞花生仁多 m 倍、价格又高 m 倍，她所赚的钱就要高 m^2 倍，由此可得：

$$m^2=\frac{81}{36}=\frac{9}{4}$$

现在一共是 50 斤，可知，大妞带了 20 斤，二妮带了 30 斤。

大妞 30 斤能卖得 81 元，她的卖价为 2.7 元/斤；二妮 20 斤可赚 36 元，她的卖价为 1.8 元/斤。

假如对换以后，大妞卖得 81 元，二妮卖得 36 元，比实际可多赚：

（81+36）-（2.7×20+1.8×30）=9 元

因此，无形中少赚 9 元钱。

捆竹竿

那是四川出产竹子的地方，每年要把竹竿捆起来运到外地。假设出产的竹竿都一样粗细。现在，用 1 根绳子能捆 100 根竹竿。问：半根绳子能捆多少根竹竿？

解答：竹竿捆紧以后，呈图所示的截面形状。但是可以不去具体计算竹竿的截面之和与绳子所围面积之比。我们只用一个 k 值来表示。

绳子所围圆的半径为 R_1，则

$2\pi R_1=1$

绳子所围圆的截面积 S_1，则

$2\pi R_1=1$

$$R_1=\frac{1}{2\pi}$$

设竹竿截面积为 D，由上述 k 值，有：

$100D=kS_1$①

同样，半根绳子所围圆的半径为 R_2，则：

$2\pi R^2=1/2$

$R^2=1/4\pi$

故半根绳子能捆 25 根竹竿。

归去来兮

陶渊明弃官归多，今日老华侨叶落归根。在数学中，让我们也来个“归去来兮”！

假设有一个球台，四面都是光滑而且反射性能很好。有一个球在 A 处，我应该往哪个方向打，才能使球在四个球台面上反射后又回到原点？

解答：根据反射的原理，入射角应该等于反射角。如此，我们必须让球沿着与对角线平行的方向打，它必须构成一个平行四边形而回到原点。它所经过的路程正好等于矩形台面的两条对角线之和。

当然，可以向 P 外打，也可以向 Q 处打，结果都是一样的。

巷中行

京都的小巷，本来就不宽，充其量只有 5 米，却遇上修理房屋。巷内架起了两个梯子，一个梯子长 8 米，另一个梯子长 7 米。架起来后，行人走到那里就皱起了眉头。请你计算一下，这样架着梯子，人在巷中行走，有妨碍没有？解答：设巷宽 DB=5 米，两个梯子 AB=8 米，CD=7 米令 EF=x，FB=y

由此可见，两梯子交叉点离地面有 2.5 米高，因此并不影响行人通过。

沙龙的环形石

沙龙豪华装饰之一是它的地面，完全是用精致的大理石铺成的。尤其是正中间，铺成环形的图案。这是由四个等间距的同心圆所组成的。每个环形内都分成若干部分，使得每小部分的面积都与小圆的面积相等。目前，参加过沙龙的人都已记不起来了。请你帮助分析一下，整个环形内部应该怎么划分？

解答：由于第二环与中间小圆半径之比力 2：1，故第二尾圆与中间小圆面积之比力 4：1。因此第二环应分成三等分。

同理，OC=3OA，半径为 OC 的圆面积为小圆面积的 9 倍。因小圆与第二层环一共已分成 4 部分，因此第三层环内应分成 5 等分。

OD：OA=4：1，半径 OD 的圆面积应为小圆面积的 16 倍，现环内层已分成 9 部分，所以第三层环本身应分成 7 等分。

总之，从里到外等面积部分的个数分别是：1、3、5、7。

越狱

这是革命战争年代，地下革命党人被关在故人的监狱里。监狱由高墙围着，周围是 50 米见方的正方形。高墙的一角有一只俯视的探照灯，它所照到的面积正如图所示：夹角范围是 60°，在探照灯对面的两个墙 A、B 两点正好是最远照明距离。根据这些情况，为越狱作准备，他们计算了最远照明距离 CA，还计算了安全区域面积，以及它所占整个面积的几分之几。请你也来计算一下。

∴阴影安全面积=2500-1388=1112 平方米所占百分比为 1112/2500=44.5%

你来当裁判

有一块土地南北长 a 米，东西宽 b 米，是一个矩形。这块土地分给甲、乙两人承包。甲负责东西两边的绿化，乙负责南北两边的绿化。显然甲、乙有意见，因为 a≠b，他们植树的工作量不一样。

那么，怎么让他们植树的长度一样呢？有人说：“ 把矩形的周长平均一下，一人一半。 ”也有人说：“ 还不如把地重新分过，还是那么大面积，换成正方形就行了。 ”

请代公正裁判一下,到底哪种办法更合理？而且对甲、乙两人都有好处？

解答：这里先给大家介绍一下两种平均值的概念：算术平均值和几何平均值。假如有a、b两数，它们的算术平均值是$\frac{a+b}{2}$，它们的几何平均值是$\sqrt{ab}$，而且可以证明算术平均值总是大于或等于它的几何平均值。

对于本题来讲，第一种办法就是用算术平均值，周长为 2（a+b），一人一半力 a+b，也就是在矩形四周找两个分界点，使大家都占 a+b 的长度。

第二种办法是几何平均值，在保证土地面积不变的条件下，改变矩形的边长，成为正方形，这时正方形边长为。

由上述证明可知：$a+b\geq\sqrt{ab}$，所以第二种平均办法对甲、乙都有利。

隔代亲

人家说：隔代更亲。爷爷、奶奶更疼孙儿、孙女。事情就是这么凑巧：

爷爷和奶奶年龄的平方差等于 133；

孙儿和孙女年龄的平方差也等于 133。

请你计算一下，爷爷、奶奶、孙儿和孙女，他们的年龄各是多少？

解答：先作一般情况的分析，设两个数 x 和 y

$x^2-y^2=133$

即（x+y）（x-y）=133

（1）当（x+y）（x-y）=19×7

有 x+y=19

x-y=7

（2）当（x+y）（x-y）=133×1

有 x+y=133

x-y=1

解得：x=67，y=66

因此，爷爷、奶奶、孙儿和孙女的年龄分别是 67 岁、66 岁、13 岁、6 岁。

月牙月牙

晴朗的夜空，有时悬挂着一轮明月，有时又斜倚着一弯月牙。学过数学以后，总觉得月牙不如满月那样友好，她好像是在责难我：“难道你不会计算我的面积？”

那么让我们计算一下凹处正好到达圆心时月牙的面积吧！不然，在晴朗的夜晚，还怎么好意思去见月亮姑娘呢！

巧分线段

在几何中作图，往往是用圆规和直尺，而且特别注明是没有刻度的直尺。如今，我们限定连直尺都不用，只用一个圆规来平分一根线段，应该怎么做呢？

解答：设 AB 为已知线段。

以 B 点为圆心，AB 长为半径，画一个圆（大于半个圆即可）。以 A 为起点，以 AB 为半径，在圆弧上连续截三次，到 C 点。以 C 点为圆心，AC 长为半径，面一圆弧；再以 A 点为圆心，AB 为半径，画一圆弧。这两个弧交于 D 点。以 D 为圆心，DA 为半径，画弧交 AB 于 E，则 E 为 AB 线段的平分点。

证明：从虚线构成的三角形，我们有：

AC=DC=2AB，AD=AB

DA=DE=AB，

∵△CDA 与△DAE 均为等腰三角形，∠A 为它们的公共底角，∴△CDA≌△DAE

∴AC/AD=AD/AE

∴AE=1/2AB 即 E 为 AB 的中点。

截去多少？

有三角形，平行四边形和 1/4 的圆形（或称 90°的扇形），它们高度相等。现在高度一半处，与底边平行地截过去，截下一个小的三角形、平行四边形和半个弓形，问截下部分是整体面积的几分之一？

解答：三角形截下部分是整体的 1/4，因为小三角形的边 和高都是原来的 1/2，其面积是原来的（1/2）2。

平行四边形截下的部分力整体的一半，即 1/2。

半弓形的面积计算如下：

扇形 ABC 面积=1/6πR^2

$$\frac{\text{半弓形面积}}{90°\text{扇形面积}}=\frac{\frac{\pi R^2}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}R^2}{\frac{\pi R^2}{4}}=\left(\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\right)=0.382$$

商业劳模张秉贵

张秉贵卖糖不但对顾客热心，而且心算迅速准确，这里随便举一例子：

3 种糖果的单价之和是 1 元钱（单价按每 500 克计，即过去的 1 市斤），那么，每种糖果买 1 元钱一共起码可以买 9 斤糖（即 4500 克）。

如果把张秉贵的经验用数学来表示，那就是：当 a、b、c 都为正数，且 a+b+c=1，证明

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 9$$

歌星和笑星

歌星和笑星答题比赛，谁答对一次就拿出一只小狗熊放在桌子上。比赛一段时间，他们获得小狗熊数目是这样：

笑星如果拿出 2 只小狗熊给歌星，歌星就是笑星的小狗熊的 3 倍。如果歌星拿出 3 只小狗熊给笑星，笑星就是歌星的小狗熊的 2 倍。

请问：到目前为止，哥星和笑星各获得了几只小狗熊？

解答：设歌星的小狗熊数为 x，笑星的小狗熊数为 y，

于是 x+2=3（y-2）

x+3=2（x-3）

解得：x=7

y=5

因此，歌星已获得 7 只小狗熊，笑星只获得 5 只小狗熊。

数的变迁

请看下面一串数似像非像，只是数字的大小和位置有些变化。可是，你能排出它们的大小，并且说明它们性质的不同在哪里吗？

一家的年龄

小康的一家 3 口人，女儿、奶奶和爸爸的年龄分别能被 3、4、5 整除；而明年，他们的年龄又分别能被 4、5、6 整除。13 年以后，女儿上了高中，全家的年龄之和也闯过了 100 大关。问今年小康一家的年龄各是多少？

解答：设女儿年龄为 x，奶奶年龄为 y，爸爸年龄为 z。

x=3a，y=4b，z=5c（a、b、c＞0 的整数）

并且明年又分别被 4、5、6 所整除，故：

3a+1=4a′， 4b+1=5b′，5c+1=6c′（a′、b′、c′＞0 的整数）可以得到一组相座的关失系：

这时，女儿、奶奶、爸爸的年龄可以由

x=3a，y=4b，z=5c 来决定。

有以下组合：

由于女儿年龄尚小，13 年以后正读高中，故取 x=3，而 13 年后三人年龄闯过 100 大关，目前其年龄之和大约在 100-3×13=61 左右，故应取 y=24，z=35。

最后正确答案是：女儿 3 岁，妈妈 24 岁，爸爸 35 岁。

二赖子上饭馆

二赖子身边带着有数的钱，来到一个小饭馆。他向饭馆老板借了与他身边所带钱同样数目的钱，然后花掉 1 元钱，吃了一顿饭。第二顿，他又带着剩余的钱，来到另一个饭馆，又向老板借了与身边钱相同数目的钱，又花掉了 1 元钱。第三顿，到了第三家饭馆，又借了与身边同样多的钱，又花掉了 1 元钱。这时身边已分文没有了。请问，他一共吃了 3 顿饭，身边原来只带了多少钱？

解答：设二赖子原来带有 x 元。

从第一家饭馆出来剩下的钱为：

$$x+x-1$$

从第二家饭馆出来剩下的钱为：

$$2（x+x-1）-1$$

从第三家饭馆出来已分文不剩了，于是：

$$[2（x+x-1）-1]-1=0$$

解此方程，求得：

$x=\frac{7}{8}=0.875$元

即原来二赖子身边只带 8 角 7 分 5 厘，却骗了 3 顿饭吃。

园丁的难题

公园里有一个圆形的花圃，在它外面有一个水泵。为了浇花的需要，又兼顾花圃外用水的方便，园丁想拉一条直的水管，使它在圆内部分的长度等于圆外部分的长度。可是，这根水管应该怎样拉呢？

解答：假设 AC 是符合愿望的水管，那么

$$CB=BA$$

连接 OB，OC，并将 CO 延长与圆周交 D，连接 AD。

∵CB=BA，OC=OD＝r

∴OB//DA

△COB～△CDA

$\frac{OB}{DA}=\frac{CO}{CD}=\frac{r}{2r}$，$DA=2OB=2r$

因此，只需以 A 点为圆心，2r 为半径画弧交花圃圆周于 D。连接 DO 并交圆周于 C，连接 AC 即为所设水管的位置。

值得注意的是：一般情况可以有两个解，分设在左右两侧。但也有唯一解的情况，那是 A 点与圆心连线以后，该连线的长度正好等于 3r。当 A 点与圆心连线大于 3r 时，本题无解。

球台风云

一场台球就如同变幻莫测的风云，看来已是败局，但瞬间可能会转败为胜。

现在的球台上局势是这样的：3 个台球构成一个边长为 C 的正三角形。这时它的一边与台边成 A 角（或者也可用：截台两边为 a 和 b）。试求较远的一个台球网的距离 x，以及它与台边夹角 a。

造房子

由四个正三角形组成的一个平行四边形硬塑料板，摆在地上。小静觉得好玩，做造房子游戏，她从 A 点一跳一格地沿直线跳到 B′点，留下了一排脚印。后来，这块硬塑板并没有造房子，而是沿着三角形的边线，搭成一个正四面体。这个四面体，正好 A 点与 A′点重合，B 点与 B′点重合。这完全是一个小金字塔。请问小静的一串脚印留在金字塔的表面什么位置上？

解答：首先决定 M、N、P 三点，其中 M 点在 BC 边上，P 点在 DA 边上，N 在 DC 边上，并且 N 是 DC 的中点。由这些条件，就可以在小金塔上找到相应的位置，即 AMNPB，这是一条空间折线，因为它并不在同一平面内。

分割黄金

有两条完全等同的黄金，每一条都分割开两部分。一条割下它的 0.618倍；另一条割下它的 （0.618）2 倍。把割下来的部分放在一起，剩余的部分放在一起，究竟是哪边多？

解答：设每条金条都为 X（重量为 X，若均匀粗细，也可理解为长度为 X）

0.618X+（0.618）2X

=0.618（1+0.618）X

=X

由此可见，割下的部分放在一起，正好等于一整条金条。

这种分割黄金的办法，在几何里有一个专用的名称，叫“黄金分割”。

黄金分割

“黄金分割”是这样表达的；特一条线段分成两段，使较长的线段成力较短线段与整条线段的比例中项。这时，较短线段与较长线段之比称为黄金比。

黄金比能给人一种和谐的美的感受，如门窗、书籍、纸张都是按这种比例给出的。

假设线段 a 的黄金分割点为 C，较长的一段为 x，请你求一求黄金比的比值是多少？

解答：较短线段为 a-x

由黄金分割的定义：$\frac{a-x}{x}=\frac{x}{a}$

$\therefore a^2-ax=x^2$

$x^2+ax-a^2=0$

$$x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2+4a^2}}{2}=\frac{-a\pm\sqrt{5}a}{2}$$

取正值：$x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}a$

黄金比的定义为 $\frac{x}{a}$ 或 $\frac{a-x}{x}$

$\therefore \frac{x}{a}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

正方形的维纳斯

据说，著名的维纳斯雕像之所以美，是因为她的上半身和下半身的长度是按黄金比分配的。力此，我们取一个正方形 ABCD，现在作一个半圆，使它的直径正好在正方形一边 CD 的延长线上，圆周正好通过正方形另两个顶点 A 和 B，此时直径为 MN。那么 C 点把 DN 黄金分割，D 点把 MC 黄金分割。

解答：因为 MN 为半圆的直径，所以

BC2＝MC・CN ①

∵ABCD 为正方形

∴BC=DC

DC^2=MC・CN ②

由于图形的对称性，

MD=CN

MC=DC+MD=DC+CN ③

由②式和③式，得

DC^2=（DC+CN）・CN

∴CN/DC=DC/DN

因此 C 为 DN 的黄金分割点，同样可以证明 D 为 MC 的黄金分割点。

说长论短

这里绝不是对别人去评头品足，是正正规规地“说长论短”。但即使就是这祥，各人还会有不同的理解。有的人联想到距离的长短，有的人却理解为时间的长短。这两种理解都是非常合理的，因为我们生活在宇宙中，第一感受就是“时空观”。

那么，什么是最大的长度单位？什么是最小的长度单位？

最大的长度单位是光年，它等于光走一年的路程。最小的长度单位是微微微米。

一光年=9 460 500 000 000 000 米

1 微微微米=1×10^{-18}米

那么，什么又是最大的时间单位？什么又是最小的时间单位？

最大的时间单位是宇宙年，它相当于太阳绕银河一周的时间。最小的时间单位是那诺秒，在 1 那诺秒的时间里，光线只行进 30 厘米。

1 宇宙年=4 320 000 000 年

1 那诺秒=1×10^{-9}秒

凯旋门与立交桥

在现代化的城市中，为了节约时间、减少交通事故，到处可以见到立交桥。我们常常看到在有纵横两个方向的十字路口，需要建成两层的立交桥。那么，如果 3 条马路交叉，或者说从马路交叉中心向 6 个方向有着马路的情况，那应该是几层立交桥呢？

假如某个中心向外辐射 10 条马路,要建多少层的立交桥呢？法国巴黎的凯旋门，就是向四周辐射 10 条马路，它是采用什么立交桥呢？

解答：一般来说，两条马路交叉需要建两层的立交桥，3 条马路交叉需要 3 层的立交桥，以此类推，四周辐射 10 条马路，即 5 条马路交叉应该建 5 层的立交桥。但是凯旋门并没有建那种多层的立交桥，而是采用中心的环行马路沟通 10 条马路，各条马路来的汽车都要汇集在中心地带的环行马路，按逆时针行车，然后驶向应去的方向。因此，一般多条马路汇集在一起，利用环行马路是比较实际的简单办法。

丢番都

丢番都是一个数学家，他生活在公元 3 世纪的古希腊。在他的墓碑上有着一个谜语方程，它的谜底就是数学家的寿命。墓碑是这样写的：

“ 在这里长眠的是丢番都，他生命的 1/6 是童年，再过了生命的 1/12，他成为青年，并结了婚，这样度过了一生的 1/ 7，再过 5 年，他有了一个儿子，但儿子只活了他寿命的一半，以后，他在数学中寻求安慰，度过了 4 年，终于也结束了他的一生。 ”

请你算一算，丢翻都活了多少岁？

解答：设他活了 x 岁

列方程：

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$$

75x+756=84x

9x=756

x=84

丢番都活了 84 岁。

五角星的昨天和明天

我们常常看到五角星，但是它是怎么用圆规和直尺面出来的呢？有了五角星，它又能变成什么呢？譬如，怎么通过它做成一个正十二面体呢？

解答：（1）五角星的过去：

以圆规和直尺画出两条互相垂直的线,相交于 O 点。作 AO 的垂直平分线，交 AO 于 E。取 EF=EC，再取 CG=CF，则 CG 为正五边形的一边。

以 CG 长在圆周上依次截取，正好五等分圆周。连接圆周上的截点，成正五边形。

然后，每一顶点与相对的两顶点连线，成五角星形。

（2）五角星的未来

在正五边形和五角星之间，按中同小五边形边长在大五边形上截取，得 6 个小正五边形。

然后在反方向再作一个同样的梅花状图形。再在所有小正五边形的外缘顶角处穿上两孔。依次穿上绳或皮筋。这样就能做成一个正十二面体的立体模型。

丰收时节

在喜庆丰收的时候，用编好的苇席围起来做成粮囤。甲、乙、丙三人用同样长的苇席，甲围成一个正三角形，乙围成一个等腰直角三角形，丙围成一个圆形。问他们谁围的面积大？如果苇席同样高的话，谁围的粮囤存放的粮食多？

解答：假设苇席的长度为 1 米，正三角形边长为 a，等腰直角三角形直角边长为 b，圆半径为 r。

（1）正三角形中，3a=1

（3）在圆中：

$2\pi r=1$

$\therefore r=1/2\pi$

所以，在周长相等的情况下，圆的面积是最大，正三角形其次，直角等腰三角形更小。自然，搭起的粮囤也是这样的次序了。

吃葡萄不吐葡萄皮

“吃葡萄不吐葡萄皮”，奇怪，“不吃葡萄倒吐葡萄皮”，更不可思议。实际上，吃的时候没有吐皮，不吃的时候又把皮吐了，这是一个数列的问题。

假如，一个相声演员动起“真格的”来了，表演起“吃葡萄”。他是这样吃的：

吃 5 个葡萄，没有吐皮；

没吃葡萄，吐了 1 个皮；

吃 7 个葡萄，没有吐皮；

没吃葡萄，吐了 4 个皮；

吃 9 个葡萄，没有吐皮；

没吃葡萄，吐了 7 个皮；

……

如果他决不连吃两次，也决不连吐两次，那么他一共吃了多少葡萄？一共吐了多少皮？

因此，演员 9 次一共吃进 117 颗葡萄，9 次一共吐了 117 个葡萄皮。他并没有咽下葡萄皮，更不会隽空产生葡萄皮。原来演员耍了一个数学花招。

秋风茅屋

杜甫曾经哀叹“茅屋为秋风所破”，苦于杜甫不曾学过今日几何，不然也不会如此绝望。

现在我们来看一茅屋的屋顶剖面，它呈三角形，如果屋檐 AB 和 AC 长均为已知，横梁 BC 也为已知，那么从梁上任意一点 D 要支一根木头顶住屋顶 A 处，这根木头需要多长？

解答：设 AB=c，AC=b，BC=a，BD=e，DC=f，AD=x

从 A 点作 AE 垂直 BC，设 ED=y

则：在纯角三角形 ADC 中

$b^2=e^2+x^2+2ey$ ①

在锐角三角形 ADB 中，

①式乘以 d，②式乘以 e，相加：

$b^2d+c^2e=x^2$（d+e）+ed（e+d）

$b^2d+c^2e=ax^2+a\cdot e\cdot d$

由此可见，D 点确定后，a、b、c、d、e 的氏度均为已知，x 可求得。而 x 即为所要顶的木头长度。

梯子的轨迹

一个梯子竖在墙下面，它有两种倒下的方式。一种是以梯子底端为轴心，整个梯子旋转倒下；另一种是梯子底端沿地面平滑，而梯子上端沿墙面垂直下滑。

在这两种方式里，梯子中间部位的点移动轨迹是否一样？

解答：在这两种方式里，梯子中间部位的点移动轨迹是一样的。我们只需比较两种方式在三个不同位置时中点的情形：即开始、中间位置和结束，可见对中点来说是完全一样的。

巧鲁班

有一个小木匠，人称他巧鲁班。他做的折迭桌可以有各种规格：比如原来是一个方桌，折迭以后仍然是方桌，但面积是原来的一半；也可以折迭后，面积是 2/3，3/4， 4/5 等等。他是怎么迭的呢？有没有什么窍门？

解答：面积减半是最容易做到的，只需连各边的中点。以这些连线装上铰链就能满足需求。

当不是 1/2 的情况，就需要有一般的分析。设原正方形边长为 a，新正方形边长为 x，截得原正方形边上的点的位置 DC′＝y

在△DC′D′中，DC′=y，D′C′=x，DD′=a-y

∴ $x^2=y^2+(a-y)^2$

又∵面积之比等于 x^2：a^2

设 $x^2/a^2=k$

则 $ka^2=y^2+(a-y)^2$

$2y^2-2ay+a^2(1-k)=0$

由此，根据 k 就可求出 y，找到折迭线的位置。

比如，$k=\frac{3}{4}$，则$y=(1\pm\sqrt{2\cdot\frac{3}{4}-1})a=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}a$

特殊的比赛

在一个特殊的场地，进行一场特殊的比赛。场地是这样的：一个圆形的操场，中间用白线画着一个内接正三角形。比赛的规则是这样的：由猜数赢的队员选择圆周上任意一点，然后由另一个队员选择两条路线中的一条。一条是从这点跑向三角形最远顶点后再跑回来；另一条是从这点出发跑向三角形另两个顶点再跑回原地，也就是两次回到原地。假如两名队员身体素质和速度都不分上下，那么应该选哪一条路线比较有利？

解答：问题的要求就是要比较 PA 与 PB+PC 哪个大，哪个小。可以征明：PA=PB+PC，所以 P 点的选择也元关紧要；两条路线的选择同样也元关紧要。现证明如下：

取 AD=PC，由于∠1=∠2

（圆周角相等）、AB=BC

∴△ABD≌△CBP，∴BD=BP

∵∠3=∠4（圆周角相等）∴∠3=60°

又 BD=BP　∴△DBP 为正三角形，

∴BP=DP 由此征明：

AP=AD+DP=PC+PB

西西里岛

西西里岛是在意大利的南端，那里是一派地中海优美的风景。然而更使人向往的地方是这里有着古希腊著名数学家阿基米德的墓碑。墓碑上刻著一个圆柱，圆柱里面装着一个与圆柱内切、直径又与圆柱等高的球。这个所谓“柱内容球”正是阿基米德生前所喜爱的数学问题。

请你计算一下，球的体积与圆柱体体积的关系？球的表面积与圆柱体表面积的关系？

解答：设圆柱高 d，球直径为 d（半径为 r）

（1）求体积

（2）求表面积

$S_{球}=4\pi r^2=\pi d^2$

$S_{圆柱体}=2\pi r\cdot d+2\pi r^2=4\pi r^2+2\pi r^2=6\pi r^2=3/2\pi d^2$

$\therefore \frac{S_{球}}{S_{圆柱体}}=\frac{2}{3}$

所以，在“柱内容球”中，球的体积是圆柱体体积的 2/3，球的表面积也是圆柱体表面租的 2/3。

候机室的窗帘

候机室的明亮的大窗户，由 6 个正方形的玻璃组成。现在窗帘换成如图形式，问：∠1、∠2、∠3 之和为多少？如果 AB 为 1 米，EB×EC×ED 等于多少？

答：∠1、∠2、∠3 之和为 90°，EB、EC、ED 的乘积为 10 米 3。

九个太阳

传说在古代，天上有 9 个太阳，因此气候炎热、旱灾绵绵、庄稼枯黄、民不聊生。后来有一个英雄，名字叫羿。他的臂力超人，弓法精绝。他看到老百姓生活在水深火热之中，决定为民造福。他遥望天空 9 个太阳成一字排列。到底留下哪一个？这个问题在英雄头脑里思考。于是，英雄决心一下：“好，我就从第一个太阳开始数，数到第 9 个，再往回数，连续不断，也不重复，直数它到 1000，它就是我要留下的那个太阳”英雄说话算数，只听得啪、啪、啪、啪八声清脆的响声，只见天空上仅仅留下一个殷红可爱的太阳。你可知道，留下的那个太阳排在哪个位置？英雄数了第几遍才数到它？

解答：由前四遍数的情况，我们可以找出规律。如图所示，n 代表遍数，圆圈上的数字代表数太阳的序数。由此可见遍数是单数时（n=奇数）序数是递增的；遍数是双数时（n=偶数），序数的排列是反方向递增的。

因此，留下的太阳原来排在第八个位置，它是数了第 63 遍，正着数而数到的。

钟表店

钟表店的老板为了招揽顾客，搞了一个花样。他把两个完全一样的挂钟、卸掉蒙着的玻璃罩，用一根细线连接两个钟的分针端点，在这根线的中点处挂一个闪亮的薄圆片。假如两个钟走得一样准，那么亮圆点画成一个什么图案？如果把细线系在两个钟的时针端点，会怎么样？

答：由于两个钟结构完全一样，走得也一样准，因此是同步转动。因此分针边线的中东也应该画成一个圆的图案，其半径等于分针的长度。

如果把细线系在时针上，是不行的。因为时针一般都在分针里面安装，这样势必细线会缠上了。

皮筋游戏（一）

一个正方形的框架，四个顶点系一根等弹力的皮筋，结于一点，即呈对角线状。从连接点 o 向下垂直拉，使△AOB 为正三角形，这时∠DOC 等于多少度？

解答：∵△AOB 为正三角形，

∵AD=AB，∠BAO=60°

在△ADO 中，AD=AO，

∠DAO=90°-∠BAO=30°

∴△ADO 为等腰三角形，

$$\angle AOD = \frac{180° - 30°}{2} = 75°$$

∴∠DOC=360°-∠AOB-2∠AOD

=360°-60°-2×75°

=150°

皮筋游戏（二）

ABCD 是一个正方形，对角线交点 O 连着四个顶点的有四根皮筋。现从 O 点向下拉到 H 的位置，使 OH=1/4AC，这时，原来四块面积：Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ的变化是多大？

解答：∵OH=1/4AC=1/2OF

∵△CHF 与△COH 等积。

△CHD 为△OCD 面积的一半，Ⅳ的面积减半。

∴△OBD 与△HBD 等边、等高，故等积。

∵Ⅰ、Ⅱ的面积没有变化。

由于Ⅳ的面积从原来的 1/4S（S 为正方形面积）变为 1/8S，而减少的面积正好加在Ⅰ的变化上。原来△ABO 的面积为 S/4，现在△ABH 的面积为故Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ的面积变化如下：

Ⅰ：$\frac{3}{4}\to 3\frac{S}{8}$

Ⅱ：$\frac{S}{4}\to\frac{S}{4}$

Ⅲ：$\frac{S}{4}\to\frac{S}{4}$

Ⅳ：$\frac{S}{4}\to\frac{S}{8}$

棋盘上的游戏（一）

假如 16 格的棋盘面积正好是 16 平方厘米，那么如图一和图二上的三角形，其面积分别是多少。

解答：图一中，三角形以外的面积=A+B+C

∵A=6/2=3 厘米 ^{2}，B=6/2=3 厘米 ^{2}，C=4 厘米 ^{2}

∴A+B+C=3+3+4=10 厘米 ^{2}

三角形的面积=16-10=6 厘米 ^{2}

同样，在图二中，三角形以外的面积为 D+E+F，

∵D=4 厘米 ^{2}，E=1.5 厘米 ^{2}，F=4.5 厘米 ^{2}

∴D+E+F=4+1.5+4.5=10 厘米 ^{2}

图二中三角形的面积也为 6 厘米 ^{2}。

棋盘上的游戏（二）

如果在棋盘上任意找 5 个点（比如图一），连成一个五角星，求五角星的面积？

假如你感到困难的话，那么先求出图二中飞镖图形的面积。过两个星期你必定会求五角星了。

解答：飞镖图形面积=16-（A+B+C）

其中：A=4 厘米 ^{2}

B=C=4 厘米 ^{2}

∴飞镖面积=16-12=4 厘米 ^{2}

或者，也可以说，A、B、C、D 四个面积相等。

豆腐块里的几何

假没 ABCD 是一块标准的豆腐，E 是 CD 的中点，沿 AE 和 BD 两刀切下去，分成四块面积各是多少？（考虑厚度，既然是标准豆腐，就认为它的面积是 1 平方分米。）

解答：连接 BE 并延长，与 AD 相交于 F，则 AE 和 BD 为△FAB 的两条中线，重心 G 有以下性质：

EG=AE/3，DG=BD/3

由此△DEG=1/3△DEA=1/2△DGA①

同理△DEG=1/3△DEB=1/2△EGB②

△DGA=1/3△ADB=1/2△AGB③

又因△ECB=1/4 正方形 ABCD=1/4 分米 2

△ADB=1/2 正方形 ABCD=1/2 分米 2

由③△DGA=1/3△ADB=1/3・1/2=1/6 分米 2

△AGB=2△DGA=1/3 分米 2

由①△DEG=△DGA/2=1/12 分米 2

由②△EGB=2△DEG=1/6 分米 2

由此，Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ的面积各为：

Ⅰ=1/12 分米 2 、Ⅱ=1/6 分米 2 、Ⅲ=1/6 分米 2、

Ⅳ=1/4 分米 2、Ⅴ=1/3 分米 2

断桥

一个圆形公园由一个内接四边形的湖与四块弓形草地组成。原来连接四边形对角有两座桥，现在一座桥犹在，长 40 米；另一座桥已断。如果湖边的岸长如图所示，依次是 25 米、20 米、45 米和 37 米，那么，你是否知道那座断桥原来是多长呢？

解答：应该是对边乘积之和除以现存桥长，即断桥原长：

$$\frac{25\times45+20\times37}{40}=47$$（米）

其理由是：圆内接四边形对边乘积之和等于对角线之乘积。

证明如下：

如图：边长为 a、b、c、d，对角线长 e、f。

作∠2=∠1，分割 f 为两段 f_1 和 f_2。

∵△AED∽△ABC

$$\because \frac{c}{e}=\frac{f_1}{d}\Rightarrow cd=ef_1 \qquad ①$$

又△AEB∽△ADC

$$\therefore \frac{a}{e}=\frac{f_2}{d}\Rightarrow ab=ef_2 ②$$

由①、②两式相加，得

ab+cd=e（f_1+f_2）=ef

八仙聚会

八仙每次回到蓬莱，都要在仙阁上聚会。仙阁里有一张八仙桌，八仙每两人占据一方，正好坐满。他们每次互相相邻的情况都不一样，问需要多少次后才能重复出现彼此相邻的情况？

解答：固定一人，相邻的第 2 人，有 7 种不同的选择；固定前二人，相邻的第 3 人有 6 种不同的选择，依次类推，直到相邻的第 8 人（他也与第 1 人相邻）只有 1 种选择。

由于八仙桌各位坐好后，彼此的相对关系固定了，它不随方位而变，所以第一人取任何位置都可以。于是不同的相邻关系组合为：

7×6×5×4×3×2×1=5040 种

由此可见，八仙要经过 5040 次聚会以后，才能出现重复的情形。

降妖镜

我国古代神话中有许多丰富的想像，就拿降妖镜来说，不管妖怪是什么形状，它都能把它们收住。现在我们用科学的计算来证明这点。比如：

（1）有一个妖怪藏在 3 个半圆之间（如图左阴影部分），那么这时降妖镜只要照出直径为 BD 的圆中，就可以了。因为阴影部分的面积正好收进直径为 BD 的圆面积中去。

（2）若有一个妖怪呈水母状，它的表面积是一个球冠（如图右），那么降妖镜只要罩住以 21 为直径的圆就可以了。也就是说，此时球冠的表面积正好 等于直径为 21 的圆面积。

请你来证明一下。

解答：（1）设 AC=d，AD=x，DC=d-x。

则 $BD^2=AD\cdot DC=x(d-x)$

而 BD 为直径的圆面积（即降妖镜的面积）

故降妖镜面积等于阴影面积。

（2）设球的半径为 R，球冠高为 h。

球冠表面积$=2\pi Rh$

$\because \angle ACB=\angle R$

$\triangle ADC \backsim \triangle ACB$

$\therefore AC/AD=AB/AC$

$AC^2=AB\cdot AD$

即 $1^2=h\cdot 2R=2hR$

直径为 21 的圆面积（即降妖镜面积）

$S=\pi 1^2=2\pi Rh$

故降妖镜面积等于球冠（水母怪物）的表面积。

方阵的游戏（一）

无数点摆成横竖相等间隔的方阵，请你找出三点组成一个正三角形。

解答：这是不可能的。因为在方阵中根本找不到夹角为 60°角的两条线。

见图：如果△ABC 为所找到的三角形，必然至少有两边相等，设 AB=AC，那么 B 和 C 必然是对称点，在方阵图中必然能有 BC 的中点 D。这样，BC 和 AC 相应于一条边和高的关系。由于节点的距离都相等，所以 AD/BC 为有理数，而正三角形中一边和边上的高相比是无理数，所以相矛盾。因此，在方阵中找不到正三角形。

方阵的游戏（二）

无数点摆成的横竖间隔相等的方阵中，能找到几点共圆？

解答：能找到三点共圆、四点共圆、八鱼共圆而不可能有五点、六点、七点或九点以上的共圆。

八卦图

《易经》中将八种图形分别称作：乾、兑、离、震、巽、坎、艮、坤。根据这八种图形两对成为一姐，就可以得 64 组，这就是 64 卦。现在以“ 乾 ”和“ 艮 ”两种图形，可以组成两种形式；一种是乾在上、艮在下（见图甲）；另一种是艮在上、乾在下（见图乙）。设：长线条为阳，用 1 表示；断开的线条为阴，用 0 表示。如果由下往上数的话，甲可记作 001111，乙可记作 111001。在八卦书中，甲图记着 001111，17，15 三个数；乙图记着 111001，71，57 三个数。这些数之间是什么关系？

解答：（甲）001111 是二进制表示。化成十进制为

23+22+21+1=15

15 变成八进制，等于

15÷8=1……余 7

故八进制表示为 17

因此 001111，17，15 分别是二进制、八进制和十进制的表示。

（乙） 111001 是二进制表示。化成十进制为：

25+24+23+1=57

57 变成八进制，等于

57÷8=7……余 1

故八进制表示为 71。

因此 111001，71，57 分别是二进制、八进制和十进制的表示。

电话机号码

某一个沿海小镇，原来电话号码三位数就够用了，现在由于改革开放，新兴了许多工厂企业，还有许多个体企业家，都纷纷要装电话，据统计，有 8 万户申请安装电话。电话局决定再增设分机暂进过渡，那么分机应是十位数还是百位数？

解答：三位数字的电话号码可有 10^3 不同的组合，即可装 1000 部电话机。现又有 8 万户申请安装电话，因此总的需有 10^5 组合才行。由于分机两位数字可有 10^2 种组合，加上总机三位数字一共为 $10^3 \times 10^2 = 10^5$，可容纳 10 百万电话机。

愚人节

欧洲一年一度有一个节日，叫“ 愚人节 ”。在那一天，人们一半说真话、一半说假话，他们从真话和假话中进行逻辑判断，以此为乐。

乔尼那天驶车想去安道尔首都，他从法国南部的小城市出发，到了一个偏僻的三岔路口，前面出现左、右两条路。他不知哪条通向安道尔首都。

正在这进，他见到路旁一个老人正在自制多式奶酪。乔尼前去搭话：“ 老大爷，您做的奶酪真好。 ”老人说：“ 哈哈！瞧你说的。 ”乔尼接着问：“ 您知道去安道尔首都怎么走？ ”老人不耐烦地说：“ 我忙着呢！，没功夫告诉你。你问我的两个儿子吧！可是你要注意，他们一个说真话，一个说假话。 ”乔尼很有礼貌地说：“ 谢谢。 ”老人说：“ 不要紧。 ”

乔尼转身看见两个小伙子，于是向他们提出一个同样的问题：“ 左边的路通向安道尔首都，安都尔有两个首都，对吗？ ”一个小伙子说：“ 对。 ”另一个小伙子说：“ 不对。 ”乔尼应该选择哪条路才能通向安道尔首都。

解答：结论是右边的路通向安道永首都。

乔尼的思维过程是这样：

乔尼从老人话里，知道老人是说真话的。因为他夸老人奶酪做得好，老人高兴。他谢谢老人，老人说不用。

由此，老人说两个儿子一个说真话、一个说假话，也是真实的。这是乔尼去试问的前提。

由于乔尼的问题包含两段，第二段肯定是错的，一个国家怎么能有两个首都呢？可是说假话的会点头说：“ 对 ”。这样，第一段的结论也是错的了，所以左边不通向首都。再以说真话的来检验，证明结论是正确的：右边的路通向安道尔首都。

健忘的森林

有一座“ 健忘的森林 ”，谁进到那里，都会忘记日期，聪明的小姑娘丽丹娜误入了这座森林，也记不起星期几来了。她去问老黄牛，老黄牛回答道：“ 我一天到晚耕地，从来不问星期几。你倒可以去问问狮子和狐狸。但是，你记住：狮子在星期一、二、三这三天说谎话，狐狸在星期四、五、六这三天说谎话。其余的日子，他们倒还都说真话。 ”因为老黄牛是从来不说假话的，所以丽丹娜就去问狮子和狐狸。狮子说：“ 昨天是我说慌话的日子。 ”狐狸也说：“ 昨天是我说谎话的日子。 ”聪明的小姑娘从它们的回答知道这一天是星期几。你知道为什么？

解答：由于狮子在星期一、二、三说谎话，所以它的回答必然与前一天的实际情况相反；而星期四、五、六、日说真话，它的回答必然与前一天的实际情况一样。

同样，狐狸在星期四、五、六说谎话，它的回答与前一天实际情况相反；而星期日、一、二、三说真话，它的回答必然与前一天实际情况一样。

概括两种情况于图上。狮子只有在星期一、四两天才说：“ 昨天是我说谎话的日子。 ”狐狸只有在星期四、日两天才说：“ 昨天是我说谎话的日子。 ”因此只有在星期四才是它们俩都这样说。丽丹娜就是通过这样分析，断定这天是星期四。

一刀准

小铁从小学习武术，现在已练就一身好刀术。他不但武术精通，而且爱好数学。在一次新年晚会上，他表演“一刀准”。把一块石膏做的正立方体，一刀砍下去，把正立方体切成两半，截面处是一个边长相等的六边形。你说，小铁是凭什么才砍那么准的？

解答：他是凭着这样一条数学定理，即：三角形中两边中点的连线，等于第三边的一半，并与第三边平行。这样，他只要把立方体上六条棱上的中点连成线，就成了一个六边形，边长都相等，而且对边都平行。小铁看准了这个平面，一刀砍下去，不偏不歪，正好截出一个相等的边长的六边形。

但是要注意，这个六边形并不是正六边形，因为它的对角线并不相等。

拼拼看

用塑料板做成几个图形：一个正方形，边长是 1 分米；两个正三角形，边长也是 1 分米，两个梯形，上底是 1 分米，下底是 2 分米，两腰是 1 分米。

上述这 5 个图形，如何搭成一个立体形状？它的体积是多少？

解答：这 5 个图形，可以组成一个五面体。如果我们有两个这样的五面体甲和乙，那么甲和乙可以拼成一个正四面体。因此要计算五面体的体积，只需要知道这个正四面体的体积，然后取其一半就是了。

由于五面体的体积为正四面体体积的一半，所以五面体的体积为 $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ 立方分米。

一分为二

一个正四面体的实心模型，每条棱长都是 1 米。用彩纸四面糊好。现在还剩下一块彩纸，正好是 1 米长、半米宽的矩形。假如把这个正四面体锯一刀变成两个，把剩下的彩纸正好用上，这一刀该怎么锯呢？

解答：取其中四条棱的中点所成的平面，使锯子沿着这个平面锯下去，就可以得到一个边长为半米的正方形。锯下的两部分形状和体积完全相同，两个正方形截面正好分用剩下的那块彩纸。

倒数的特例

倒数已为大家熟知，比如 m 的倒数是 1/m，现在我们举一个例子：

若 m+1/m=2，求 m2+1/m2；m3+1/m3

这个问题应该算是个特例了吧！

为了使你更形象地理解，我们假设 m 是一条线段，m^2 就是以这条线段为边的正方形的面积，m^3 就是以这条线段为棱的正方体的体积，于是有这样形象化的公式：

解答：由 m+1/m=2，我们立刻可知 m=1。

这也可以通过计算得到

m+1/m=2

$m^2-2m+1=0$

$(m-1)^2=0$，∴m=1

由此 $m^2+1/m^2=1$；$m^3+1/m^3=1$

题中故作玄虚，千万不要力其迷惑。

减肥灵药

有一种高效减肥药，服药一周可以减少 1/10 体重。有一位胖子，连续服药 5 个星期，他的体重减到 50 公斤，问他在服药前原来体重是多少？

解答：设原来体重为 x，服用 5 周，体重应为（9/10）^{5}x，

因此：（9/10）^{5}x=50

x=84.7 公斤

这位胖子原来体重为 84.7 公斤。

大集装箱

大集装箱的内部容积是：高度 10 分米，长度 22 分米，宽度 16 分米。现有 23 只电扇分装 23 只包装箱，包装箱的外部尺寸是高度 10 分米，长度 5 分米，宽度 3 分米。问应该如何放，才能放在一个大集装箱里？

解答：由于小包装箱的高度正好等于大集装箱内部的高度，所以可以不考虑高度的问题。从平面上看，只有将两个长度加上两个宽度才是最合理的方案，所以最后安放的结果如图所示。

京剧脸谱

甲、乙、丙、丁、戊是五个京剧迷，一天在俱乐部里，他们分别带上京剧里的生、旦、净、末、丑五个行当的面具。他们相对而坐，不知对方是谁，所以互相端详着。

甲说：“生角是丙，末角是戊。”

乙说：“净角是丁，丑角是丙。”

丙说：“旦角是戊，净角是甲。”

丁说：“末角是乙，丑角是丙。”

戊说：“生角是甲，旦角是乙。”

实际上，他们每个人都只说对了一半。请你分析一下他们的判断，正确的结论应该是什么呢？

解答：第一步：假设甲说的“生角是丙”为对的，那么“末角是戊”即是错的，简化写如下：

甲：生=丙→末≠乙

丁：生=丙→丑≠丙→末=乙

戊：末=乙→旦≠乙→生=甲

由此，生角既是丙，生角又是甲，这是矛盾的，所以这种假设错误。

第二步：甲说的“生角是丙”为错，“末角是戊”为对。同样按简化式推理如下：

甲：生≠丙→末=戊

丁：末=戊→末≠乙→丑=丙

乙：丑=丙→净≠丁

丙：末=戊→旦≠戊→净=甲

戊：净=甲→生≠甲→旦=乙

由上述可得结论：

末=戊；丑=丙；净=甲；旦=乙

剩下，唯独：生=丁

气象塔

气象塔顶上的红星闪闪发亮，在蓝天的陪衬下格外引人注目。林凡天天放学回家都要经过这里，他早就想知道气象塔的高度是多少。这天，他课堂上刚学了三角函数，他就想拭拭。他打开书包只有两副三角板。一个是 45°的三角板，另一个是 30°、60°的三角板。其他什么量具都没有了。但他想到自己每步的距离为 80 厘米。

他想，凭这些条件足够了。于是他找了一个位置瞄准塔顶红星，正好是 45°，然后朝着塔与这点连线相反的方向走了 100 步（包括左脚和右脚一起），再回头望塔顶的红星，仰角为 30°。

问：林凡测量的气象塔高度是多少？

解答：因为走了 100 步，相当于 80 米。

设塔高为 y，第一次测点与塔相距 x

$x=y\cdot ctg45°$

$x+80=y\cdot ctg30°$

$$\therefore y=\frac{80}{ctg30°-ctg45°}=\frac{80}{\sqrt{3}-1}=109$$ （米）

故气象塔的高度为 109 米。

逼人太甚

学习要有压力，才有紧迫感。数学也有一种“逼近法”，它能帮我们得到一定的精确值。但是“逼近”不必要“太甚”，而只要“适度”就行。比如π的值可以用正多边形来逼近。它可以从两个方向来逼近，一个方向是圆的外切正多边形，一个方向是圆的内接正多边形。当正多边形边数越多时，求得的π值越精确。

你能不能估算：经常用π=3，π=3.2，π=3.14，是分别用正几边形得到的？

解答：我们先列出一般的计算关系式：

设圆半径为 R，正多边形边数为 n，a 角为每条边对的中心角的一半，即 a=360°/2n，2b 和 2a 分别为外切和内接正多边形的边长。由此，对于外切正多边形，周长为：

$S_{外}=2nb=2nRtga=2nR\cdot tg360°/2n$

对于内接正多边形，周长为

$S_{内}=2na=2nRsina=2nR\cdot sin360°/2n$

由此，

（1）当 n=6，内接正六边形：

π=6·sin30°=3

（2）当 n=12，外切正十二边形：

（3）当 n=96，内接正九十六边形：

观礼台

连环鞋帽集团公司为独立广场资助盖一个别致的观礼台。为了给“边环鞋帽”大做广告，观礼台从顶上往下看，是四个圆一个套一个，彼此内切；而从侧面看，却俨然像一只鞋的样子。这还有一层意思，说是表示“金鸡独立”。

假设底部最大的圆，其直径为 d，那么这另外三个内切圆，它们的直径应该是多少，才能使四层观礼台有效面积相等呢？

解答：本题的意思就是分成四等分，所以四个圆的面积，由小到大，应该是成 1∶2∶3∶4 之比。面积之比等于直径平方之比，所以四个圆直径之比应相应为$1:\sqrt{2}:\sqrt{3}:2$，为此，四个圆的直径等于$\frac{1}{2}d$，$\frac{\sqrt{2}}{2}d$，$\frac{\sqrt{3}}{2}d$时，四层观礼台的有效面积相等。

八卦益智图（一）

我国古代有一种几何游戏，叫做“八卦益智图”。它是由“乾、坤、坎、离、震、艮、巽、兑”八块图形以及中间的八卦标记组成的。请你把这 15 块图形拼成一个密合的正方形。

八卦益智图（二）

“独钓寒江雪”。

这幅画是由八卦益智图形块拼起来的，请你拭拭。

八卦益智图（三）

这幅画的题目叫：“ 山外青山楼外楼 ”。它也是用八卦益智图形块拼成的。请你拭拭。

八卦益智图（四）

请你再用八卦益智图形块拼成一幅画，这幅画能领略唐朝张继的《枫桥夜泊》中的意境：

姑苏城外寒山寺，
夜半钟声到客船。

吝啬鬼（一）

莫里哀的喜剧《吝啬鬼》中，主人公阿尔巴贡自私、贪婪、爱财如命。他想娶玛丽雅娜，可是又嫌她带不来彩礼。于是找来了虔婆。虔婆对他说：“这个姑娘吃得很节省，这等于一年节省了 1/4 的彩礼；她穿得也很朴素，又等于一年节省下 1/3 的彩礼；她还讨厌赌钱，赌钱一年至少要输掉 2 万法郎，就按 1/4 计算吧，也不是小数。所以一年节省下来，彩礼钱不是出来了吗？”

请问，阿尔巴贡想要的彩礼是多少钱？

解答：设彩礼钱为 x 法郎

$$\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}x+\frac{20000}{4}=x$$

x=12000 法郎

彩礼钱是 12000 法郎。

吝啬鬼（二）

吝啬鬼阿尔巴贡训斥他的儿子克莱昂特，他说：“你从头到脚，缀了许许多多带子，有什么用处？你头上明是长着头发，可以一个钱也不破费，可是偏要拿钱来买头头发。我敢说，假头发和带子的钱，要是放一年利，收入就有十八法郎六苏八代尼耶，这还不过是照十二个、一个利算。”

假如，1 法郎=20 苏，1 苏=12 代尼耶，利率是 12 个本钱，生 1 个利。那么，克莱昂特买假头发和带子的钱是多少？

解答：18 法郎 6 苏 8 代尼耶=4400 代尼耶

根据月利率的求法，

$$\frac{1}{12}=0.083$$

第一月的收入为本金乘 1.083，设本金为 x

即：第一月 x（1+0.083）

而第二月 x（1+0.083）·（1+0.083）

一年

∴x（1+0.083）12=4400

得 x=1692.3 代尼耶

=7 法郎 1 苏

所以，克莱昂特买假发和带子的钱应该是 7 法郎 1 苏。吝啬鬼阿尔巴贡的计算是很精确的。

庞贝古城

庞贝是意大利的古城，它位于维苏威火山东南麓。它全盛时期到火山爆发把它湮没，正好是横跨公元前后相同的年数。原来人们都不知道有这么一个古城，在挖掘的那年，才发现庞贝已被火山爆发湮没了 1669 年，而挖掘的工作一直延续了 212 年，到挖掘结束后，证实庞贝城最繁华的时期已相距 2039 年。请问：庞贝城全盛时是哪年？火山爆发把它湮没又是哪年？挖掘工作又是从哪年到哪年？

解答：设庞贝城全盛时为公元前 x 年，由于它横跨公元前后，火山爆发把它湮没在公元后 x 年。

设挖掘工作从公元 y 年到 z 年，

则

y-x=1669 ①

z+x=2039②

z-y=212③

由①+②，得

y+z=3708 ④

由③、④联立，得 z=1960

由此，y=1748

x=79

所以，庞贝城全盛时为公元前 79 年，火山爆发把它湮没在公元后 79 年，挖掘工作从公元 1748 年一直延续到 1960 年。

三剑客

三剑客都是代表同样的一个数。一天他们三人走进数学演算厅，那里有“加号”、“乘号”和“等号”。他们三人肩并肩地站在两个“加号”中间和两边，立刻等号右边出现了结果，三人中间的“加号”变成了“乘号”。假如用 Y 来形象地比方剑客，那么演算的结果是这样的：

$Y+Y+Y=Y\times Y\times Y$

请你说出三剑客代表哪个数？

解答：$\because Y+Y+Y=Y\times Y\times Y$

$\therefore 3Y=Y^3$

$Y^2=3$

$Y=\pm\sqrt{3}$

答：三剑客或者都等于 $+\sqrt{3}$，或者都等于 $-\sqrt{3}$。

XY 何其多

有一个式子，未知的数字分别用 X、Y 表示：
（8XYX9）2=YYYXYYXXYX
那么多 X 和 Y，请你求一下它们倒底是几？
解答：9^2=81 ∴X=1
8^2=64 ∴Y=6
原式应该是：81619^2=6661661161

飞机表演

航校成立 17 周年的典礼上，17 架飞机进行了精彩表演，在飞行中组成一个飞机形状，而且从不同方向看过去，形成 7 条直线，每条直线的方向都由 5 架飞机组成。你知道是怎样排列的吗？

圆变小丑

一个圆如何剪下一块，贴在另一个位置而变成一个小丑的脸型，你拭拭看。

解答：在圆上剪下一个月牙形，拉到头顶的位置，就可成小丑的脸型。

转让摩托车

甲花了 8000 元买了一辆摩车，两年后，他转让给乙，要乙交付 9000 元。乙很不满意；“ 都用了两年了，还长了 1000 元，真不应该。 ” 甲道出了苦衷：“ 其实，我还亏了本了呢！你想，我要交税牌的钱，两年来还要修年，花了不少钱呢 !告诉你吧 !我亏的本正好是 1/6 的卖价加上 1/3 的交税和修车费。” 你想想，甲亏卖了多少钱？

解答：设交税和修车一共用 x 元

1500+x/3=x-1000

2/3x=2500

x=3750

实际上，甲交税和修车花了 3750 元，亏卖的钱数为：

（8000+3750）-9000=2750

甲亏卖了 2750 元。

电影皇后

电影皇后已经有几十年的电影生涯了，可是在银幕上依然是妙龄少女。记者们对她的年龄很感兴趣，在采访她的时候，她说："5 年后我的年龄乘上 5 倍，减去 5 年前我的年龄乘上 5 倍，正好是我现在的年龄。"请问，她今年多大岁数了呢？

解答：设她今年为 x 岁，则：

$5(x+5)-5(x-5)=x$

$\therefore x=50$

因此，电影皇后今年已是 50 年了。

六盆花和七盆花

6 盆花要摆成 4 排，每排 3 盆，应该怎么摆？

假如再增加 1 盆花，仍然每排 3 盆，最多能摆成几排？

解答：如图那样摆，可由 6 盆花摆成 4 排，每排 3 盆。如果再增加 1 盆，则可摆成 6 排，仍然每排 3 盆，形状正好是三角形和它的三条边上的中线，凡顶点和交鱼处都放上一盆花。

两个秀才

两个秀才在书房里，觉得无聊，于是对着墙角发起了议论。

“仁兄，你看这个墙角，吾若 3 个方向分别取 a、b 和 c，在墙上和地板上一共得到 3 人三角形。吾若用一块三角形的木板正好盖住它们。拭问：这块木板的面积，与 3 个三角形的面积之和，孰大孰小？”

“贤弟，依我之见，是一般大也！”

“仁兄差矣！这就如豆腐缸中挑起豆腐皮，挑起来的面积自然要比平着放的大。现在樯角处如同挑了起来，当然是 3 个三角形的面积之和要大于木板的面积了。”

“有理有理。贤弟真不愧为数学大师。愚兄仍有一疑难请教：假如，把它们的面积平方起来，那么，三个三角形面积的平方之和，与盖着的那块木板面积的平方，相比起来，又该是谁大谁小焉？”

“贤弟，你的问题颇为高深，看来‘秀才不出门，不知天下事’，让吾俩去拜仿勾股老先生，求他赐教。”

勾股老先生是如何赐教呢？请听下回分解。

解答：上回讲到：两个秀才去找勾股老先生答疑，原来，道理并不复杂，只要懂得勾股定理，便能迎刃而解。

拭看：

$\because DC^2=SD^2+SC^2$

$AB^2=SA^2+SB^2$

$\therefore AB^2\cdot DC^2=AB^2（SD^2+SC^2）$

$=AB^2\cdot SD^2+AB^2\cdot SC^2$

$=AB^2\cdot SD^2+（SA^2+SB^2）\cdot SC^2$

$=AB^2\cdot SD^2+SA^2\cdot SC^2$

$+SB^2\cdot SC^2$

$（\triangle ABC）^2=（\triangle SAB）^2+（\triangle SAC）^2+（\triangle SBC）^2$

今日无车

新盖的汽车站是一个翘式的遮阳结构，真是美观而新颖。它的长 5 米，从顶到地的高度也是 5 米，两个翘翼板之间的距离也是 5 米，人们称它是“555”牌汽车站。

一日，由于汽车干线上有一段路修路，因故无车。于是汽车公司的职工在顶上的一角拉了一根铁丝一直到另一端的墙根，上面挂了一块牌子：“今日无车。”

拭问：这根铁丝多长？

解答：请看图上的长方体，它的长高宽分别是 a、b、c，那么根据勾股定理的关系：

$d^2=a^2+b^2$

$x^2=d^2+C^2$

$\therefore x^2=a^2+b^2+c^2$

所以，长方体的斜对角线的平方等于长、高、宽的平方和。

回到现在汽车站问题，铁丝的长度也为 x，它的长度关系有：

$x^2=a^2+b^2+c^2$

现在，a=b=5 米，c=2.5 米

$\therefore x^2=5^2+5^2+2.5^2$

$x^2=56.25$

x=7.5 米

路灯和竹竿

高高的路灯挂在路中央的上方，高傲而明亮。赵环拿起一根 2 米长的竹竿，想量一量路灯的高度。

他走到路灯旁的一个地方，竖立着竹竿，这时量了一下竹竿的影子长为 1 米。

他沿着影子的方向，又向远处走出两根竹竿的长度（也就是 4 米），他又竖起了竹竿，这时竹竿的影子长正好也是 2 米。

这时，他回过头，斜睨着路灯，若有所思地说道：“噢，原来有 10 米高。”

你说，他的判断对不对？

解答：赵环的办法是很妙的。请看图上所示：

AE 和 BF 是竹竿两次的位置，DB 和 CA 是两次的影长。

由于 BF=DB=2 米，所以 DP=OP=灯高；

由于 CA=1/2AE=1 米，所以 CP=1/2OP=1/2 灯高。

由此 DC=1/2 灯高

∵DC=DB+BC

BC=BA-CA

又 BA=4 米，CA=1 米，DB=2 米

∵DC=DB+BA-CA

=5 米

因此，灯高=10 米

至此，问题已经解决了。但是，让我们并不停留在此，假设：此竿是 a 长，两次竹竿的距离（必须是沿影子方向）为 S，两次竹竿的影长为 c 和 b，那么灯的高度 h=？

如果回到赵环的问题，S=4 米，a=2 米，c=2 米，b=1 米，结果很显然，h=10 米。

小问题，大学问

向你提出 3 个小问题：

（1）34 的平方是哪两个自然数的平方和？

（2）35 的平方是哪两个自然数的平方和？

（3）37 的平方是哪两个自然数的平方和？

解答：（1）$16^2+30^2=34^2$

（2）$21^2+28^2=35^2$

（3）$12^2+35^2=37^2$

这 3 个问题虽小，可是其中有着重要的规律，假如你掌握并记住这些规律，那么不要说是 34、35、37 了，就是再多的数你也可以回答得一清二楚。

这些规律是什么呢？

在自然数中存在着 3 个恒等式：

（1）$(3n)^2+(4n)^2=(5n)^2$

（2）$(2n)^2+(n2-1)^2=(n2+1)^2$

（3）$(2mn)^2+(m^2-n^2)^2=(m^2+n^2)^2$

这 3 个恒等式中的 m 和 n 都是自然数。

由这 3 个恒等式，我们很容易回答上面的 3 个小问题了，不信你拭拭。

领奖台

用新型的聚氨酯发泡浇注了 3 个大小不等的领奖台，第 1 名的领奖台是 50 厘米兄方，第 2 名的领奖台是 40 厘米见方，第 3 名的领奖台是 30 厘米见方。

如果用同样多的原料浇注一个大的立方体，那么，新的立方体将是多大尺寸？

解答：应是 60 厘米见方的立方体。

因为，3、4、5、6 四个数字有根巧妙的联系：

$3^3+4^3+5^3=6^3$

所以，（30 厘米）^{3}+（40 厘米）^{3}+（50 厘米）^{3}=（60 厘米）^{3}

修公路

A 村在宝塔的西北方向，从宝塔向西 2 公里，再向北 2 公里处。B 村在宝塔正南方 4 公里处。现从正东方向向宝塔修建一条公路，要绕过宝塔分别通过 A 村和 B 村。问应该在宝塔东边几公里的地方，分成两叉，使分界点通达 A 村和 B 村的直线距离相等？

即在宝塔东边 2 公里处。公路应该分道了，从 P 到 A 村和到 B 村的距离相等，都为$2\sqrt{5}$**公里。**

赏花归去马如飞

宋朝著名诗人秦少游写过一首回形诗：“赏花归去马如飞，去马如飞酒力微，酒力微醒时已暮，醒时已暮赏花归。”这首诗，首尾相衔，循环成趣。

现在，让我们以这首诗为主题，做一个有趣的游戏。

赏花归去马如飞

酒力微醒时已暮

暮赏花归

请你裁一张纸条，两端像图那样剪成斜角。在纸条的正面，等距离地写上 7 个字：“赏花归去马如飞”；然后，把纸翻转过来，在纸条的背面，再等距离写上另外 7 个字；“酒力微醒时已暮。”写好以后，把纸条的一端扭转 180”，使两端粘在一起，也就是使斜角正好对齐。这时，顺着这个圈，就可以反复无穷地读出秦少游的这首诗。

这个圈很有意思，它把正面和背面连在一起，也就是说，它没有正、背面的区别。假如把这个圈的一面涂上红色，背面涂上绿色，那么这是绝对办不到的。这个圈在数学中很有名，它是 19 世纪的几何学家墨比乌斯发现的，因此，叫做墨比乌斯环。

色带的诀窍

杨阳的爸爸买回一台中文打字机，它的色带是这样装的：色带在色带盒中一折一折地迭起来，可是有一折是扭着（如图所示）。

杨阳说：“ 这个色带一定装错了。 ”可爸爸说：“ 这是对的，这样装可以正面、反面都利用上，又节约，又省地方。 ”

这是什么道理呢？

解答：原来，这正是墨比乌斯环的一个实际应用。利用它，色带只需朝一个方向前进，而不需要倒退。而且，当色带进到接缝外，由于相扭 180 °，所以把正面和背直连在一起，这样，等于两面打印，充分利用了两面的油墨。

杨阳听了这番道理，听得出了神。他在想，能不能让录音带或录像带也用墨比乌斯环的方法装呢？这样装不是又节约、又高效吗？看来，这个建议是值得生产录音带和录像带的厂家好好考虑的。

折纸魔术

当魔术师用一张方纸，一会儿交成红纸，一会儿变成绿纸，一会儿又变成黑纸，你一定感到很奇怪。

当魔术师一次一次又变出字来，联成一个句子，你一定更感到有意思。

现在就来教你一个折纸魔术。

用一张正方形的纸，折迭成 16 格，中间有三道实线部分是刀刻的印良。然后依次涂上各种颜色。涂毕后，把正方形翻一个身，但不要转动，在上面再依次涂上颜色。

这样，你就可以随心所欲地得到每种颜色的正方形（这个正方形是由 4 个小正方形组成的）一共可以变换 8 种颜色。

如果你把每种颜色组合好的正方形上写上不同的字，那么一共 8 个字可以联成一个佳句。

请你动手拭拭，一定会有无穷的乐趣。

布置联欢会

联欢会的会场是一个精致的、边长为 5 米的正六边形客厅。假如从会场中间任意一点，向正六边形每条边垂直地拉一根彩绳，那么六根彩绳的总长度是多少？

解答：分别联接 PA、PB、PC、PD、PE、PF

正六边形面积

S=△PAB+△PBC＋…+△PFA

=1/2・5・（h1+h2+…+h6）

因此六条彩绳的总长度为$15\sqrt{3}$米，可见会场中间一点是任意取的，它并不影响总体的最后结果。

相煎何太急！

曹植有名的七步诗是这样写的：“ 煮豆燃豆萁，豆在釜中泣。本是同根生，相煎何太急！ ”

今天，曹旭老师面了同样大小的两上半圆。又在两个半圆内，用圆规面了两个不同的形状：第一个半圆中，画了一个顶天立地的内切圆；第二个半圆中，画了两个残缺的圆。

曹旭老师问：在第一个图中，犄角挤有一个小圆，在第二个图中，上面顶着一个小圆，这两个小圆的半径谁大谁小？

再看图二，半圆的半径仍为 r，小圆的半径为 y，

由此可见，两种情况的小圆一样大。

二维变三维

还是上个题目的老问题：皮球的直径等于乒乓球直径的 2 倍，现在有一个半球状的空心容器，正好能放时这只皮球，问在皮球周围还能放进几只乒乓球。

解答：由上题可知，当乒乓球的直径是皮球直径的一半时，它正好能挤在半球容器的犄角处。

如果从顶部透视看下去，那么，乒乓球的半径就是大半球半径 r 的 1/4，所以乒乓球中心连成的圆周长为

$$2\pi\left(\frac{3}{4}r\right)=\frac{3}{2}\pi r$$

该周长被乒乓球的直径 1/2 r 除，得到乒乓球的个数：

$$\frac{\frac{3}{2}\pi r}{\frac{1}{2}r}=3\pi=9$$

由此，可以挤下九个乒乓球。

吉祥包（一）

新春来临，大家争购吉祥包，看看鸿运如何。一共准备了 100000 个吉祥包，设立中奖人次 100 名，其中特等奖 10 名，奖品价值 3000 元，一等奖和二等奖若干名，一等奖奖品 1000 元，二等奖奖品 500 元，所有奖品总额为 90000 元。拭问：一等奖、二等奖各设多少名？

解答：设一等奖 x 名，二等奖 y 名

$10+x+y=100$

$3000\times 10+1000x+500y=90000$

由此，求得：

$x=30$

$y=60$

即：一等奖 30 名，二等奖 60 名。

吉祥包（二）

购买吉祥包每个花 20 元，除了特等奖、一等奖和二等奖以外，一般奖品价值为 10 元。如果一共推销了 100000 个吉祥包，而中奖者仅 100 名。那么中奖的概率是多少？如果中奖分配如前面所述，那么一共可集资多少钱？

解答：中奖的概率为：$\frac{100}{100000}=1\%_{0}$

即：中奖概率为千分之一。

未中奖人数为：100000-100=99900 人

未中奖折合钱：99900×10=999000 元

净利用来集资的有：

100000×20-90000-999000=911000 元

可用来集资 911000 元。

“ 特异功能 ”

某诸葛说他自己有“ 特异功能 ”，他把 8 张扑克牌背着横放一排。然后他闭上眼睛，他让你从左端第一张牌移到右端，这样顺次移动若干次。他只要翻开左边数第二张牌就知道你移动了几次。你知道他的诀窍是什么？

解答：他是按图示方式摆的，次序是 7、8、1、2、3、4、5、6，当移动的次数只要在 8 以内，移几次，左数第二张牌的数字就是几。因此，只要翻开左数第二张牌一切就清楚了。

但是，要注意，移动的次数只能在 8 以内，而且移功过一回以后，接着再移动，就不能翻第二张牌了。

智探珠宝洞

一个妖魔把珠宝藏在洞里，洞门紧闭，挂着一把特大的 3 位数字的号码锁。洞门的两侧分挂着一副对联，对联这样写 道：“ 若要门开路通达，必先识得我你他。 ” 抬头一看，原来横匾上写着一道奇怪的算式：

你我

+你你

我你他

请你想想，依靠智慧去打开这个洞门。

也就是：我你他=190

这就是号码锁的密码，知道了它，洞门就能打开，就可径直取到珠宝。

铁塔的电梯

新建一座高达 310 米的铁塔，连地面算起（地面作为第 1 层）共 22 尾。下面 11 层的间距一样，一共高度是 160 米，上面 11 层间距较小，总共高度是 150 米。现在有一个电梯上升了 110 米，它是从第几层升到第几层呢？

解答：设从 12 层地板向下数为 x 层，向上数为 y 层，那么：

$$\frac{160}{11}x+\frac{150}{11}y=110$$

解得：

x=1

y=7

即电梯从第 11 层向上升到第 19 层，正好是上升了 110 米。

蛋铺的生意

有一家小蛋铺，主要出售鸡蛋、鸭蛋和鹅蛋。鸡蛋 1 元 5 角一打，鸭蛋 1 元 8 角一打，鹅蛋 2 元 6 角一打（注：一打蛋是 12 个）。有一位顾客，身边只带了 1 元 1 角，他能买几种蛋几个？能不能各种蛋都买到？

解答：假设可买鸡蛋 x 个，鸭蛋 y 个，鹅蛋 z 个。

有方程：$\frac{1.50}{12}x+\frac{1.80}{12}y+\frac{2.60}{12}z=1.10$①

化简得：15x+18y+26z=132 ②

∵132=3×44=4×33

∴②的解有两种形式：

（1）x=0 ，y=z=3

（2）z=0，x=y=4

由此，1 元 1 角钱可以买三个鸭蛋和三个鹅蛋，或者买四个鸡蛋和四个鸭蛋。要想三种蛋都能买到，不是要找钱，就是蛋铺老板吃亏了。

世界算奇妙（一）

埃及的金字塔是世界七大建筑奇迹之一。尤其是其中的库孚王金字塔，亦称大金字塔，更为奇妙。它的塔高是 149.59 米（经长期风雨侵蚀现在塔高为 137 米）。这个数字乘上一千万倍，正好是地球到太阳之间的距离。

149.59×107=149 590 000 000 米

=149 590 000 公里

从最近的天文计算，日地之间的距离为：

149 597 870 公里

或者也称作一个天文单位的距离，两个数字是何其相近！

世界真奇妙（二）

海边有一种鸟，名叫雀鲷鹭。它们每天飞往海边的时间总比头一天推迟50分钟。这正好与海边退潮的规律相一致。原来雀鲷鹭的体内有着奇妙的生物钟，它能严格地掌握好时间，于是，这就保证了雀鲷鹭每天都是最准时地来到海滩，成为海滩上第一批食客。

世界真奇妙、（三）

每当一轮明月悬挂在蓝宝石一样的天空时，人人往往翘首仰望，把皓月比作明镜。你可知道，这面镜子的面积有多大？如果把中国或者亚洲搬到月亮上去，能不能装得下？

其实，月球的直径相当于地球直径的四分之一，约为 3476 公里。这祥，地球上看月亮，这面镜子的面积就是月球大圆的面积，按计算，几乎与中国土地的面积 960 万平方公里相近。同时，月球总表面积应为$\pi D^2/4$，经计算也很近似于亚洲的总面积。因此，假如月球上能依靠科学进步供人类生存，那么月球上也仅仅容纳得下亚洲的居民，而其他大陆的居民只好另谋生路了！

四通八达

这里要传授给你一个秘诀，只要你领会了，今后你遇到这一大类问题，你会感到四通八达、迎刃而解了。

假如你遇到这样一个问题：求 3 个整数 a、b、c，使其满足，$a^3+b^3=c^4$，这时，你该怎么办？

最好的办法是，等式两边同除以 C^3，于是

奇妙的灯光

A 处有红色、蓝色和黄色 3 种灯光，这 3 束灯光的角度都一样；B 处也有红色、蓝色和黄色 3 种灯光，这 3 束灯光的角度也都一样。于是形成一个△ABC 的灯光重迭区。在这个重迭区里，有着红、黄、蓝、绿、橙、紫 6 种光区。请你想想，在黄、蓝、红 3 种光区里，∠Ⅰ、∠Ⅱ、∠Ⅲ三个角有什么特殊的关系？

解答：假设 A 处的三束光各为 a 角，B 处的三束光各为 b 角。

∠Ⅲ+3∠a+3∠b=180°

于是：∠Ⅱ+2∠a+2∠b=180°

∠Ⅰ+∠a+∠b=180°

由此∠Ⅰ+∠Ⅱ-∠Ⅲ=180°

所以∠Ⅰ，∠Ⅱ和∠Ⅲ的关系与∠A 和∠B 的大小没有关系。而它们彼此之间∠Ⅰ+∠Ⅱ-∠Ⅲ=180°

巴林格陨石坑

有美国的亚利桑那州，有一个巨大的圆坑，它的直径 1280 米，深 180 米。据说它是在数千年以前，由一个巨大的陨石落到地上砸出来的。请你估算一下，这个巨大的陨石直径有多大？

解答：如图所示：AB=1280 米，DC=180 米，

OC=OB=x x 表示陨石半径。

x=1228 米

这个巨大的陨石直径为 2456 米。

包装心理学

一斤（500 克）点心包成边长为 a 的方盒，二斤（1000 克）鱼心成$\sqrt[3]{2}a$边长的方盒。可是从购买者心理来讲，感到二斤的包装少了。这是因为人的视线是平面的，他总错误地认为面积大一倍，就是东西多一倍，为了迎合顾客的心理平衡，决定把二斤的包装盒做成$\sqrt{2}$边长的方盒，但是在底部做成一个四棱锥的空心部分。请你计算一下，四棱锥的高应该是多少？

解答：设四棱锥的高为 h。

（大立方体体积）-（四棱锥体积）=2 倍小立方体体积

由于大立方体的长、高、宽均为，所以四棱锥的高 h 已经相当大了，几乎要碰上包装盒的顶盖了。

狄康卡的近郊

俄国著名作家果戈理，写过一部小说：《狄康卡近乡夜话》。那里有一段描写人们在暴风雪的夜晚迷路的情景。似乎是鬼差神使一样，一个人在雪地里走着走着，又走回到原地，老是走不出这个怪圈子，这是什么原因呢？

解答：原来，人的两腿跨的步子不是绝对一样的。这样，当在没有周围参照物的情况下，他走着走着，就会偏离直线方向。正如在按鼻子的游戏中，闭着眼睛走路总是走不直，结果不是把假鼻子接到下巴底下，就是把假鼻子插到耳朵里，造成笑话。

从宠观的结果来看，由于左右脚步的习惯差异，人是在绕着一个圆圈。假设两脚之间的间距为 15 厘米，右腿以每步 75 厘米计算，而左腿跨距略小 1 毫米，那么两只脚的脚步踩出去两个同心圆。它们的半径相差 0.15 米。也就是说，内圆的半径若是 R 米，外圆的半径就是（R=0.15）米。

如果他走了 x 分钟走回到原地，而他的速度是每分钟 70 步（即左腿、右腿各 35 步）于是可以得到联立方程组：

$35x(.75)=2\pi(R+0.15)$

$35x(0.749)=Z\pi R$

得 $x=5.385$（分）

$R=22.47$（米）

也就是用 5 分多钟的时间又转回到原地,而他所走的圆圈的半径是 22.47 米。

阿里安娜的线团

法国命名它的运载火箭为《阿里安娜》，这个名字是来自希腊神话。阿里安娜是古希腊米诺斯国王的公主，她聪明善良，在提修斯王子准备闯进迷宫杀死牛头怪物的时候，她送给王子一个线团，这个线团帮助王子打入迷宫又顺利返回。因此，“阿里安娜的线团”成为一吉祥的名称。

如今，《阿里安娜》火箭正是带着这个吉祥的线团遨游太空。假如用《阿里安娜》火箭把通信卫星发射到离地球 36000 公里的圆形轨道上去，也就是发射到地球同步静止轨道上，那么绕此轨道一圈再回到地面，这个线团起码要有多长？

解答：地球的半径 R=6400 公里地球同步静止轨道一周的周长为：L=2πr=2π×36000=226194.7 公里所以，一共长为：

226194.7+2×（36000-6400）=285394.7 公里

因此，阿里安娜线团至少要长 28 万 5 千公里。

折纸的面积

一张等腰直角三角形的白纸，它有 3 种迭法：（1）A 点折到 B 点处，形成一个三角形 DCB；（2）A 点折到 C 点外，形成一个梯形 EDBC；（3）A 点折到 BC 边的中点 F 点处，形成一个不规则四边形 GDBC，请你对这 3 个图形，说明其面积的变化。

“太”字的来历（一）

这个节目是“萤光杂技”。舞台中央的大桌子上，放着两个长方形的板。这两块板大小形状完全一样，而且完全重迭在一起。它的魔力就在于两块板相对移动的时候，从每一个顶点处就拉出一根萤光的橡皮绳。表演时，舞台上灯光渐暗，只见两块板相对旋转，拉出了几根萤光亮线，组成一个“太”字。请问长方形四个顶点是沿哪个点为中心旋转的？每个顶点移动了多大的距离？（假如长方形边长分别为 a 和 b）

解答：由于“太”字下面一点原地不动，所以它是旋转中心。A 点由垂直方向移到水平位置，故长方形旋转 90°角。于是，可以断定长方形 ABCD 旋转后成为长方形 A′B′C′D′，其各点移动的距离为：

$AA' = \sqrt{2}a$，$BB' = \sqrt{2}BD = \sqrt{2(a^2+b^2)}$

$CC' = \sqrt{2}b$，$DD' = 0$

“太”字的来历（二）

“萤光杂技”看着不过瘾，要是“灯光杂技”看起来多明亮呀！于是杂技新秀作了一下改革，把长方形四角换上四个灯泡。这样长方形来回旋转的话，不是形成明亮的“太”字了吗！请你想想，这样旋转能形成什么样的图案？

解答：因为 A、B、C 三点并不是直线到达 A′、B′、 C′的，它们都是以 D 为圆心，画的三段圆弧，所以不能形成一个“太”字。

铺地板

甲某铺地板用的是八边形和小正方形两种瓷砖。乙某觉得这种瓷砖太小，铺起来太费功夫，他希望商店有面积比那种大一倍的瓷砖。商店服务周到，马上满足乙某的要求。乙某拿起大的瓷砖，如图那祥，与两块小瓷砖比了一比，满意地买够了数，回家铺地板去了。

你知道，他是怎么判断大瓷砖是小瓷砖的两倍呢？

解答：根据勾股定理，大瓷砖边长的平方正好等于两块小瓷砖边长的平方和，即 $b^2=a^2+a^2$，而大瓷砖的面积与小瓷砖的面积之比，应该是它们边长的平方之比，所以，大瓷砖正好是小瓷砖面积的两倍。

上述八边形的瓷砖是这个道理，正方形的瓷砖也是同样的道理，所以乙某买回家去，可以节省一半的劳动。

茅爷爷的记忆力

我国著名的桥梁学家茅以升爷爷，有着非凡的记忆力。他为什么有这么好的记忆力呢？这是与他刻苦、专心分不开的。在他少年时代，只看了几遍，就能把圆周率小数点后 100 位全背出来。后来，他经常把背圆周率作为考验他记忆力的试金石。你愿不愿意要这块试金石？请你试试，你需要念几遍，才能把小数点后 100 位全背出来？

精确到小数点后　100 位的圆周率数值为：

π=3.1415926535 8979323846
2643383279 5028841971
6939937510 5820974944
5923078164 0628620899
8628034825 3421170679

28 英寸彩电的烦恼

乔迁之喜，小岩的爸爸、奶奶分到 18 平米的一间新居。房间里粉刷一新，大衣柜、席梦思床、沙发都很舒适。爸爸又买回来一台 28 英寸的彩电，这可给房间的布置带来了烦恼。

只怨彩电屏幕太大，房间太小，横着放不是、竖着放也不是、对角线斜着放也不够远。爸爸又出了个馊主意，把沙发放在楼道里，或者把彩电放在窗户外，这可受到奶奶的坚决反对。还是小岩想出了一个好办法，你知道是怎么摆？

解答：小岩的办法是这样的：把沙发和彩电放在同侧的两个角落，对面墙的中央放大衣柜。由于大衣柜的穿衣镜很大又很明亮，可以通过反射看到电视节目，这样做，无形之中加长了眼睛到屏幕的距离，看起来就舒服多了。

我们来计算一下：这样的视线距离比对角线斜放的距离还要长。

设房间的长和宽分别为 a 和 b。

由此，证明了在这个房间里，只有这样反射来看电视节目，距离是最合适的。

擀面杖的学问

你有没有细心地注意过：擀面杖为什么做成中间较粗，两头较细？你又是否发现：擀面条的时候，为什么要两头用劲擀，而不是在中间用劲擀？

看来这是生活中的小事，但里面却有着数学的道理呢！

大家知道：擀面从数学上来讲，就是要展开成一个平面。要展开得平平的，就一定要防止形成曲面。你看，有的人不会擀面，擀出来的翘曲不平，十分难看。

如果擀面杖是一样粗，那么由于两个手不可能在擀面杖上所有的部位用的劲儿完全一样，这就容易发生翘面现象，而且等粗的擀面杖在向前推滚的财候，使两层面片之间接触非常紧密，以致没有相互移动的余地，容易粘住。

当擀面杖两头稍细时，假如光是中间用劲，同样也适得其反，因为中间用劲，中间部位的平面展得大，两端展得小，面片就会像荷叶一样，从两边向中间卷起来，这就成了一个非展开面。

只有在两头用劲擀时，使两头细的部位展开的面大一些，而中间部位由于擀面杖本来就粗，它可以顺从两头的力量，把面片展得与两头同样程度，这样擀出的面片，又平整，厚度又均匀。

古老的题目

这是一个古老的题目：牧马人从 A 点要回到帐篷 B，但必须先到河边饮马后才回到帐篷，问走什么样的路线最近最快？

这个问题是提得很现实的，天色傍晚，人疲马乏，需要尽早到家。

但是，要解这个问题，还必须有一个前提：小河是笔直的，而不是一条弯曲的河流。如果小河弯弯，那么问题要增加很大的麻烦。

解的办法是众所周知的：以小河为对称轴，找到 B 的对称点 B′，连接 AB，与小河交河边于 C，那么，连接 AC 和 CB，就是最近的路线。

要证明这条路线最近，并不难：

（1）首先，走曲线肯定不行，因为直线的距离最短，所以 AC 加 CB 是直线满足这条。

（2）假设河边另有一点 D，那么，连接 AD、DB 和 DB′，由于 D 在对称轴上，所以 DB=DB′，新的路程为 AD+DB=AD+DB′＞AB′，而 AB′=AC+CB 所以 AD+DB＞AC+CB，由此征明，只有 C 点，才是到达 A 和 B 的最近点。

这个古老的问题很简单，但是，它给予人们很重要的启示：在自然界中，光的行程往往是走的捷径。

回到这个古老的问题，我们把小河当成一块平面镜，从 A 点在镜子里看到 B，沿著你目光的方向所走的路程必然是刚才求得的 AC+CB，必然是最短的距离。

足球场上

甲、乙双方赛足球，甲方 3 号队员持球在 A 位置，甲方 5 号队员在边沿线上等着传球过来。如果乙方的球门为 BC，问 3 号队员应传球在哪个范围，使 5 号队员射门最近？

解答：设 5 号队员所在的边沿线为 FG，以 FG 为对称轴，取 A′为 A 点的对称点。连接 A′B 和 A′C，与边沿线 FG 分别在于 D 和 E，那么，DE 这段范围就是甲方 3 号队员应向 5 号队员传球的位置。

抢位子游戏

北边条桌上放的是苹果，东边条桌上放的是香蕉，甲、乙两个队员从 A 点出发，既要拿到苹果，又要拿到香蕉，然后坐到 B 处的椅子上。看谁先抢着位子。

只见甲队员径直地跑向东北角两张条桌的交点处，左手拿着苹果，右手拎起香蕉，回头又直奔 B 处。可是，还未跑到 B 处，只见乙队员已经手捧香蕉、苹果，泰然坐在 B 处的椅子上了。试问读者，难道还有比甲队员还要聪明的人吗？

这个问题，我们还是请教光先生，记得我们以前说过：光走的路程是最短的。那么，假设北面和东面各为一面大的平面反射镜，这进从 A 点发出的光要通过两面反射镜，两次反射而到 B 点，必然是如图 AC→CD→DB，这里 C、D 两点是如此求得的：

以北条桌为对称轴，找 A 点的对称点 A′；

以东条桌为对称轴，找 B 点的对称点 B′；

连接 A′B′，交两张条桌分别于 C 和 D 点，则 AC、CD、DB 即为所求的最短路程。

我们来证明：AC+CD+DB＜AO+OB

证明如下：

AC=A′C，BD=BD′

∴AC+CD+DB=A′C+CD+DB′=A′B′

又 AO=A′O，BO=B′O

∴AO+BO=A′O+B′O

在△A′OB′中， A′O+B′O＞A′B′

∴AC+CD+DB＜AO+OB

卡通玩具

在一块不大的矩形布上，哥哥和弟弟把他们各自剪的三角形纸板重迭着放在上面，正好如图所示那样。爸爸看见了，拿起剪刀从上部平着剪一刀，剪下来两个小三角形。然后他把两个小三角形交换了一下位置，如图右所示那样，在小三角形里又随便勾画一下，俨然成了有趣的企鹅和白熊了。

请问，当初哥哥和弟弟两人剪的三角形，谁的三角形面积大？爸爸把小三小形交换后，接在下面梯形的上部那么合适，是否有错？后来变成的企鹅和白熊又是淮的面积大？

解答：因为两个三角形是在矩形布上摆着，如图左那样，它们的底和高都相等，所以面积相等。爸爸平行于三角形底边剪下后，因为△AEF∽△ABC，所以，E/AB=EF/BC；又△DGH∽△DBC，则 DG/DB=GH/BC；又△BEG∽△BAD，则 BE/BA=BG/BD 由此，爸爸接小三角形时是合适的。由于两个小三角形底高都一样，它们的面积相等。下面的两个梯形，上底和下底也各各相等，高也相等。所以重新组合的图形：企鹅和白熊面积也相等。

开辟航线

满洲里的地理位置是北纬 49°、东红 117°，拉萨的地理位置是北纬 30°、东经 92°。如果从满洲里启航，一种办法是：先向西飞到东经 92°，然后向南飞，直达北纬 30°，到达拉萨。另一种办法是从满洲里启航，先向南飞到北纬 30°，然后再向西飞到东经 92°。这两种航线，距离是不是一样？

苏联的新地岛位于北纬 75°、东经 60°，加拿大的帕里群岛位于北纬 75°、西经 120°，从新地岛飞到帕里群岛，是向西飞近还是向东飞近？有没有更近的航线？

解答：从满洲里飞行到拉萨，第一种办法比第二种办法距离短。因这两个纬度之间的经线的长度是一样长的，但两个经度之间的纬线是不一样长的，越靠近赤道越长，越接近两极越短。

从新地岛到帕里群岛，向西和向东是一样的距离，因为东经和西经，从北板向下看，前者是逆时针计算，而后者是顺时针计算。因此东经 60°正好在西经 120°的延长线上，所以向东飞和向西飞是一样的。但是还有更近的航线，那就是向北飞，经过北板上空再向南飞，也能从新地岛到帕里群岛。

貌合神离

请你看三个矩形，它们都是由四部分组成；两个三角形，两个梯形。但是组合以后，发现它们的面积不一样了，对角线的长也不一样。这是为什么呢。

解答：甲图的计算：$AC=\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}$

S=4×8=32

乙图的计算：$AC=\sqrt{7^2+5^2}=\sqrt{74}$

丙图的计算：$AC=\sqrt{3^2+9^2}=\sqrt{90}$

S=3×9=27

原来，这四部分看来相像，实际上是不一样大的，所以组合后面积不等。另外，还可见到，对角线小的反面面积大，对角线长的反面面积小。

初识小皮匠

小皮匠以制做羊皮帽子为绝活。一天，到小皮匠那里，见他桌子上放着 3 顶羊皮锥帽，大致的尺寸如图所示。此外，看见桌上还放着半圆形的一张羊皮。小皮匠说：“原来这是一张圆形羊皮，那半张已经做好一顶帽子了，这是剩下的半张。”请你想想，那半张羊皮做的是哪一顶帽子呢？

解答：是锥角这 60°的那顶。因为 60°锥角的圆锥体底面的周长为πR，而半圆形羊皮的半圆周长也为πR。

根号三兄弟$\sqrt{A}$、$\sqrt{B}$、$\sqrt{C}$，他们经常在一起玩。有一天，数学俱乐部的摄影记者遇到他们，发现很有意思，让他们并排站好，照了一张相。过几天，记者把相片寄给三兄弟，他们一看，吃了一惊，怎么根本不像了呢？于是他们去问记者，记者笑着说：“我的相机有数学透视功能，实际上照片和你们是一回事。”

于是三兄弟动脑筋在想这个问题：

$$\sqrt{A}+\sqrt{B}+\sqrt{C}\rightarrow\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}$$

请你帮助三兄弟来思考，并且求出$\sqrt{A}$、$\sqrt{B}$、$\sqrt{C}$各是多少？

解答：

$$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}$$

$$=\sqrt{2+3+5+2\sqrt{2\times3}+2\sqrt{2\times5}+2\sqrt{3\times5}}$$

$$=\sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$$

这是一种很有用的推算方法，希望大家能记住。