学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

通过模型学解题中学物理专辑

—电路问题

BOOK

内部资料 非卖品

献·给·读·者

《通过模型学解题》（物理）丛书是围绕高中物理教材，结合中学教学实际编写的学生课外读物。本丛书突破按知识体系谋篇布局的常规，力图引导学生换一种新的角度去窥视中学物理图景，领悟分析和解决物理问题的思路。

什么叫物理模型？物理模型就是抽象化了的物理研究对象、条件或过程。物理模型可划分为实体模型与过程模型两大类。

实体模型是研究对象或条件的抽象。质点、点电荷、点光源、光滑轨道、单摆、理想气体、匀强磁场、核式结构的原子等，都属于实体模型。

过程模型是对物理过程的抽象。直线运动、圆周运动、简谐运动、等温过程、静电平衡、稳恒电流、带电粒子在电场与磁场中的运动、导体在磁场中的运动等等，都是过程模型。

物理模型，按其性质特征、规模大小及相互联系，可以划分为不同的层次。本丛书以过程模型为结构框架，各分册有体观第一层次模型的书名和体现第二、三层次模型的简明目录。所谓“通过模型学解题”，就是根据物理问题的基本性质和特征，条分缕析，剖切成各个层次的过程模型，并抓住同一模型中各类问题的共同特性，例举有代表性的实体模型，综合运用各种物理知识，各种定理、定律，运用不同的观点、方法，归纳出解决问题的一般途径和方法技巧。

本丛书在研究具体问题时，以文字演算为主，避免繁琐的数值计算，从而使解决问题的方法更具广泛性，更显得逻辑严密。

按物理模型构建丛书框架，在不同层次的模型上展示物理图景，是一种新的编写体裁，新的尝试，前无经验，谬误和不妥之处难免，敬请读者批评指正。

王　兴　桃

1994 年 2 月

本书重点研究电路中电压与电流的分配问题。当电路结构发生变化，或电路中某个电阻的阻值发生变化时，电路中的电流与电压也将随之发生变化。电流、电压的变化，以及电流电压变化中的极值问题十分重要。

电路中的能量过程，是电路中更为本质的问题。用能量转化与守恒的观点研究电路问题，也是分析解决实际问题的重要方法。真正理解并掌握电路中的电流、电压与能量转化过程的关系，是学习电路问题的关键。

在分析电路中的电压分配问题时，我们讨论了电路中各点电势及任意两点的电势差；在分析电路中的电流分配问题时，我们专门探讨了对称电路；在研究用电器中的能量转换问题时，重点研究纯电阻性用电器，并简单介绍了以被充电的电池和电动机作为电源负载时的情况。这对拓宽知识面，增强学习物理的兴趣，理解电学的基本概念，掌握电学研究问题的方法，提高分析、研究、解决实际问题的能力都是有好处的。

一、电路中的电压分配

电路结构可分为串联电路和并联电路，实际电路一般是串、并混联电路。对简单的串、并联电路的分析是电路分析的基础。我们首先分析串联电路中电压的分配问题，然后把在分析中得出的结论用于混联电路，

部分电路中的电压分配问题

串联电路的基本特点是：①电路中各处的电流强度相等；②电路的总电压等于各部分电路电压之和。

在图 1－1 中，U 是加在整个串联电路两端的总电压，U_1、U_2 分别是 R_1、R_2 上的电压，因为

$$\frac{U_1}{R_1}=\frac{U_2}{R_2},\qquad U=U_1+U_2$$

所以可导出

$$U_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}U=\frac{R_1}{R}U$$

$$U_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}U=\frac{R_2}{R}U$$

（其中 $R=R_1+R_2$ 是串联电路的总电阻）

上面两式称为串联电路的分压公式。显见，每个电阻上分配的电压跟电阻的阻值成正比。

如果所讨论的电路是由 n 个电阻串联而成（如图 1—2），同样可导出在任一电阻 R_K 上分配的电压：

$$U_K=\frac{R_K}{R_1+R_2\cdots+R_n}U$$

$$\frac{R_K}{R}U$$

闭合电路中的电压分配问题

图 1－l 和 1－2 所示电路，习惯上称为部分电路，它不含电源。而实际电路应该是电源、导线、电阻等组成的闭合电流通路，这种电路称为闭合电路（或全电路）。在串联的闭合电路中，电压的分配与部分串联电路中电压的分配遵从相同的原则。

在图 1－3 所示的闭合电路中，电源电动势为 ε 、内阻 r 上的电压降为 U ′，路端电压为 U，电阻 R_1、R_2 上电压分别为 U_1、U_2。因为

$$\frac{U'}{r}=\frac{U}{R_1+R_2},\quad U'+U=e$$

所以可导出

$$U'=\frac{r}{R_1+R_2+r}\varepsilon=\frac{r}{R}\varepsilon$$

$$U_1=\frac{R_1}{R_1+R_2+r}\varepsilon=\frac{R_1}{R}\varepsilon$$

$$U_2=\frac{R_2}{R_1+R_2+r}\varepsilon=\frac{R_2}{R}\varepsilon$$

由此可见：电压分配公式对于串联的部分电路和闭合电路同样成立。

混联电路中的电压分配问题

在图 1－4（a）中，电阻 R_2R_3 联后再与 R_1 联。

首先从整体考虑，其等效电路如图 1—4（b）所示，其中

$$R=\frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}$$

根据电压分配公式，在电源内阻上的电压

$$U'=\frac{r}{R+r}\varepsilon$$

路端电压

$$U_{AB}=\frac{R}{R+r}\varepsilon$$

再考虑 R_2 与 R_3 串联的局部情况，其等效电路如图 1－4（C）所示，根据部分电路电压分配公式

$$U_2=\frac{R_2}{R_2+R_3+r}U_{AB}=\frac{R_2R}{(R+r)(R_2+R_3)}\varepsilon$$

$$U_1=\frac{R_3}{R_2+R_3}U_{AB}=\frac{R_3R}{(R+r)(R_2+R_3)}\varepsilon$$

在图 1－5（a）中，电阻 R_2 与 R_3 并联后再与 R_1 串联。

首先从整体考虑，其等效电路如图 1－5（b）所示，其中

$$R=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$$

根据电压分配公式，在电源内阻上的电压

$$U'=\frac{r}{R_1+R+r}\varepsilon$$

再考虑 R_1、R_2 与 R_3 上的电压

$$U_1=\frac{R_1}{R_1+R+r}\varepsilon$$

$$U_2=U_3=\frac{R}{R_1+R+r}\varepsilon$$

作为实例，我们讨论含有电容器的电路。如图 1－6（a）所示电路中，设电流电动势为 ε、内阻为 r，电阻为 R_1、R_2、R_3，电容器的电容 C_1、C_2 均为已知，试确定电容器 C_1、C_2 所带电量 Q_1、Q_2。

分析　在电路中电流达到稳定状态时，没有电流通过电容器，也没有电流通过电阻 R_3，所以 R_3 不参与电压分配，因此可将图 l－6（α）等效为图 1－6（b）。这样 C_1 两端的电压就等于 R_2 两端的电压 U_{BD}；C_1 两端的电压就等于 R_1、R_2 两端的电压 U_{AD}：

$$U_{BD} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + r}\varepsilon$$

$$U_{AD} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + r}\varepsilon$$

所以

$$Q_1 = C_1 U_{BD} = \frac{R_1 R_2 \varepsilon}{R_1 + R_2 + r}$$

$$Q_2 = C_2 U_{AD} = \frac{C_2 (R_1 + R_2)\varepsilon}{R_1 + R_2 + r}$$

电路中各点的电势及任意两点间的电势差问题

在电路分析中，我们常常要分析电路中的电势，比较电路中各点电势的高低。解决这类问题需要用到电场基本知识，并把“场”的基本知识与“路”的分析有机地结合起来。

1.电势高低的判断及电势参考点的选择

在电场中某一点的电荷的电势能跟它所带电量的比值，称作这一点的电势，即

$$U\frac{E}{q}$$

电场中两点间的电势的差值叫做电势差，即

$$U_{AB}=U_A-U_B$$

$$=\frac{E_A}{q}-\frac{E_B}{q}-\frac{\Delta E}{q}$$

因为电场力移动电荷 q 时所做的功等于电荷电势能的变化，所以也把电势差定义为

$$U=\frac{W}{q}$$

实际上电势差也就是电压。

在图 1－7 中，a、b 之间的电势差即是加在电阻 R 上的电压 U＝IR。因为从 a 到 b 沿电流方向移动正电荷，电场力做正功，所以电荷的电势能减小，即

$$E_a>E_b$$

$$\frac{E_a}{q}>\frac{E_A}{q}$$

$$U_a>U_b$$

因此，沿电流方向经过电阻 R 电势降低 IR。正因为如此，电压也叫电势落或电压降。

在图 1－8 中，电源电动势为 ε，内阻忽略不计。如果在电源内部把正电荷从电源的负极移到正极，则必须克服电场力做功。因此，电场力做负功，电荷的电势能增加，即

$$E_b>E_a$$

$$\frac{E_b}{q}>\frac{E_a}{q}$$

$$U_b>U$$

因此，从电源的负极到正极，电势升高 ε。如果电源的内阻不能忽略，则电流通过内阻 r 时，将在 r 上产生电势降落 Ir，由此可知从电流负极到正极电势升高 ε—Ir。

为了确定电路中各点的电势，如同在电场中的情况一样，必须选定电势参考点。在电路分析中通常取接地点为电势参考点。

如图 1－9 所示电路，若 c 点接地，则 c 点电势为零，即 U_c=0；电流沿

顺时方向经过 R_1、R_2，电势降低 $I（R_1+R_2）$。则 a 点的电势 $U_a=I（R_1+R_2）$；同理，$U_b=IR_2$。

对于 a 点的电势，我们也可以分析由 c 点经电源到 a 点的这部分电路。由于电动势的作用，a 点电势比 c 点高 ε，由于电流流过内阻 r 电势降落 Ir，所以 a 点电势为：$U=\varepsilon-Ir$，而 $\varepsilon=I（R_1+R_2+r）$，代入上式便得 $U_a=I（R_1+R_2）$。与上面的结果相同。

若将 a 点接地（如图 1－10 所示），则 $U_a=0$；这时 c 点电势为：$U_c=-I（R_1+R_2）$；同理，b 点电势 $U_b=-IR_1$。

在图 1－11 中，0 点接地，欲求 a 点电势，可选电流方向，即顺时针方向为正，看 a、0 点右边的电路可知：

$U_a=\varepsilon_2-I（R_2+r_2）$

看 a、0 左边的电路则有：

$U_a=I（R1+r1）-\varepsilon_1$

因 $I=\dfrac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{R_1+R_2+r_1+r_2}$,

即：

$\varepsilon_1+\varepsilon_2=I（R_1+R_2+r_1+r_2）$，不难证明，关于 U_a 的两个表达式是完全相同的。

2．电路中任两点间电势差的确定

电路中任一点的电势，实际上是这一点与电势参考点之间的电势差。所以前面介绍的确定电势的方法也就是确定两点间电势差的方法。下面我们通过图 1－12 所示电路进一步讨论这个问题。

显然，在图 1—12 中：

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}$$

现用虚线将电路分为两部分，如果看虚线的右边，则

$$U_{ab}=IR=\frac{\varepsilon}{R+r}\cdot R$$

如果看虚线的左边，则

$$U_{ab}=\varepsilon-Ir=\frac{\varepsilon}{R+r}\cdot R$$

两式求得结果相同，说明两点间电势差的数值与选择的路径无关。

在图 1－13 所示电路中，求 a、b 间的电势差。如沿 $a\rightarrow\varepsilon_2\rightarrow R\rightarrow b$ 路径，

$$U_{ab}=\varepsilon_2-I（r_2+R）$$

若沿 $a\rightarrow\varepsilon_1\rightarrow R\rightarrow b$ 路径

$$U_{ab}=-\varepsilon_1+I（r_1+R）$$

电路中电流为

$$I=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{r_1+r_2+2R}$$

将 I 代入上述两个表达式，经运算可得相同结果：

$$U_{ab}\frac{(R+r_1)\varepsilon_2-(R+r_2)\varepsilon_1}{R_1+R_2=2R}$$

在图 1—14 所示电路中，ε_1与ε_2并联对外电路供电，由于两个电源的电动势、内阻均不相等，所以无法直接确定电池组的电动势 ε，从而无法直接确定干路电流 I，但是我们可以写出沿不同路径的 U_{ab} 表达式，并通过联立方程组求出 U_{ab}。

如　沿 a→ε_1→b 路径，则

$$U_{ab}=\varepsilon_1-I_1r_1$$

沿 a→ε_2→b 路径，则

$$U_{ab}=\varepsilon_2-I_2r_2$$

沿 a→R→b 路径，则

$$U_{ab}=IR=(I_1+I_2)R$$

联解上述三式便可求得：

$$I=\frac{r_2\varepsilon_1+R_1\varepsilon_2}{r_1\cdot r_2+R(r_1+r_2)}$$

$$U_{ab}=\frac{r_2\varepsilon_1+R_1\varepsilon_2}{r_1r_2+R(r_1+r_2)}\cdot R$$

思考与练习

1．在图 1－15 中，AB 间电压 U_{AB}=9 伏，R_1=R_2=R_3=6 欧，电键 K 打开和闭合时，每个电阻上的电压各是多少？通过它们的电流各是多少？

2．如图 1－16 所示电阻 R_1、R_2 串联接到电压为 110 伏特的电路中，R_1、R_2 均为 800 欧姆。今用一内阻为 2000 欧姆的电压表测量 R_2 两端电压，读数是多少？电表内阻对测量要引起多大误差？

3．有一个灯泡 A，工作电压为 5 伏特，工作电流为 1 安培；另一个灯泡 B，工作电压为 6 伏特，工作电流为 0.5 安培。有一电源，其电动势为 12 伏特，内阻忽略不计。另有若干供选用的电阻。问应如何连接才能使两个灯泡都正常发光？（要求以最简单的方式连接）

4．图 1－17 中的三个灯泡相同，电阻均为 R。将 K_1、K_2 都闭合，用内阻为 Rg 的伏特表测量 A、B 间的电压，伏特表恰好为满刻度。断开 K2，A、B 间电压将增大，为使 K2 断开后伏特表的读数仍为满偏值，应给伏特表串联一只多大的电阻？（不考虑灯泡电阻可能发生的变化以及电源内阻对路端电压的影响）

5．有 2 只旧干电池，每只电池的电动势为 1.35 伏，将它们串联起来，作为图 1—18 的电源。图中伏特表的内阻为 1000 欧，灯泡上标有“ 2.5V，0.75W ”的字样。当 K 掷向 1 时，伏特表的示数为 2.5 伏，可是当 K 掷向 2 时，灯泡不发光。经检查，确认伏特表、灯泡、开关完好，所有接线均无误。试分析灯泡不亮的原因。

6．有两只内阻不同，但都经过仔细校准的伏特表。现用这两只表分别测量电路中同一电阻两端的电压。用甲表测得的结果是 14.7 伏，用乙表测得的结果为 13.9 伏。（1）试分析这两次测量值中，哪一个更接近电压的实际值？(2)如果用这两个表同时去测量同一电压,它们的读数是否相同？

7．在图 1－19 中，R_1＝10 欧，R_2＝20 欧，C_1＝1 微法，C_2＝2 微法，a、b 间电压恒为 U_{ab}＝18 伏。那么电键 K 闭合前 R_1、R_2、C_1、C_2 上电压以及 c、d 两点间的电压各多大？电键 K 闭合后 R_1、R_2 及 C_1、C_2 上的电压各多大？

8．在图 1－20 中，R_1＝10 欧，R_2＝20 欧，C_1＝1 微法，C_2＝2 微法，a、b 间电压恒为 Uab＝18 伏，则电键 K 闭合前 R_1、R_2、C_1、C_2 上电压以及 c、d 两点间的电压各多大？电键 K 闭合后 R_1、R_2 及 C_1、C_2 上的电压各多大？

9．在图 1—21 中，R_1＝4 欧，R_2＝2.5 欧，R_3＝2 欧，R_4＝5 欧，电源电动势 ε＝9 伏，内阻 r＝0.5 欧。试求：（1）K 闭合时 a、b、c、d 各点的电势；（2） K 断开时 a、b、c、d 各点的电势。

10．在图 1－22 中，两电源的电动势均为 ε，内阻均为 r，两外电阻阻值均为 R，试求：a、b 两点间电势差 U_{ab}＝？c、d 两点间电势差 U_{cd}＝？

二、电路中的电流分配

本章首先讨论简单并联电路中电流分配问题，然后再把讨论所得的结果应用到混联电路中。

并联电路中的电流分配问题

并联电路的基本特点是：①并联电路各支路两端的电压相等，即 $I_1R_1=I_1R_2=\cdots\cdots=I_nR_n=U$；并联电路的总电流强度等于各支路电流强度之和，即 $I=I_1+I_2+\cdots\cdots+I_n$。

在图 2－1 中，n 个电阻并联，其中 I 是电路的总电流，I_1、I_2、……、I_n 分别是通过 R_1、R_2、……、R_n 的电流。

因为 $U=IR$，R 是并联电路的总电阻 $\left(\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots\cdots\frac{1}{R_n}\right)$，所以可得并联电路的电流分配公式

$$I_1=\frac{R}{R_1}I$$

$$I_2=\frac{R}{R_2I}$$

$$\cdots\cdots$$

$$I_n=\frac{R}{R_nI}$$

显见，每一支路分配的电流跟这一支路的电阻值成反比。

两个电阻并联时（图2—2），$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$，则有

$$I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I$$

$$I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

混联电路中的电流分配问题

以上的分流公式可以应用于较复杂的电路。例如在图 2—3 中，流经电阻 R_1 的电流 I_1 在 A 点分配成 I_2、I_3，可得

$$I_2=\left(\frac{R_3}{R_2+R_3}\right)I$$

$$I_3=\left(\frac{R_2}{R_2+R_3}\right)I$$

在图 2—4（a）中，电动势 ε、内阻 r 一定，总电流 I 在 A 点分配成 I_1、I_2，I_2 在 B 点被分配成 I_3、I_4。

首先求出总电流

$$I=\frac{\varepsilon}{r+\frac{R_1R}{R_1+R}}$$

其中$R=\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}$ R_2是I_2流经支路的等效电阻，（a）图的等效电路如图（b）所示。在总电流已知的情况下，根据电流分配公式可直接求出：

$$I_1=\left(\frac{R}{R+R_1}\right)I$$

$$I_2=\left(\frac{R_1}{R+R_1}\right)I$$

$$I_3=\left(\frac{R_4}{R_3+R_4}\right)I_2$$

$$I_4=\left(\frac{R_3}{R_3+R_4}\right)I_2$$

作为实例，我们分析图 2－5 所示电路中理想安培表 A_1 与 A_2 的读数，设 U_{MN}、R_1、R_2、R_3、R_4 均为已知。

首先分析电路结构。因为安培表内阻不计，可将安培表短接，短接后 M 和 b 实为同一点，a 和 c 实为同一点，由此可将图 2－5 等效为图 2—6（a），即 R_1、R_2、R_3 并联后再与 R_4 串联。

根据图 2－6（a）所示的电路结构不难求出总电流：

$$I=\frac{U_{MN}}{R+R_4}$$

其中R是并联部分的等效电阻，$R=\frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$。

再由分流公式求出：

$$I_1=\left(\frac{R}{R_1}\right)I,\ I_2=\left(\frac{R}{R_2}\right)I,\ I_3=\left(\frac{R}{R_3}\right)I$$

至此，问题还没有完全解决，因为还需要判断通过两个安培表的电流各多大。为此，我们要准确判定各个电阻上的电流方向。我们知道电流是沿着电势降低的方向通过电阻的，在图 2—5 中，M 与 b 点电势相等，a、c 两点电势相等，且 $U_M = U_b > U_a = U_c$，所以电流分配情况如图 2－6（b）所示。由此可知通过 A_1 的电流 I_1'、通过 A_2 的电流 I_2' 分别为：

$$I_1' = I_2 + I_3 = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)RI$$

$$I_2' = I_1 + I_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)RI$$

对称电路中的电流分配问题

对称电路是指电路结构对称，而且阻值也对称的一种特殊电路。众所周知，电路中电流的分配与电路结构以及电路中阻值的分布有关，因为在对称电路中，电路结构和阻值分布是对称的，所以电流的分配也是对称的。利用电流对称分布这一特点，我们可以简便地求得此类问题的解。

在图 2－7 所示电路中，各电阻阻值均为 r，电源电动势为 ε，电源内阻忽略不计。下面首先讨论各支路的电流分配情况，并应用电流分配的特殊性求 AB 间总电阻 R。

分析　在图中作虚线 AB，将电路划分为两部分，因为各电阻阻值相等，所以这两部分的电路结构和阻值分布对称于直线 AB。在对称电路中，处于相同位置的支路在电流分配上是相等的，可得电流分配如图 2－8（a）所示。其中

$$I_1 = \frac{1}{2}I,$$

$$I_2 = \frac{1}{2}I_1 = \frac{1}{4}I$$

根据欧姆定律可以求得 A、B 间总电阻 R。在图 2—7 中从 A 到 B 有若干条路径，我们可任选其中一条，沿着电流的方向计算 A、B 间电压 U_{AB}。若选 ACDEB 路径，则

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_{AC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EB} \\ &= I_1 r + I_2 r + I_2 r + I_1 r \\ &= \frac{3}{2}Ir \end{aligned}$$

根据欧姆定律，可知 A、B 间的电阻为

$$R = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{3}{2}r$$

我们也可以用等势点短路的方法求总电阻 R。在图 2—8（a）中，C、H 点电势相等，D、O、G 点电势相等，E、F 点电势相等，将它们分别短接，不影响电路中的电流分配。根据这一道理作等效电路如图 2－8（b）所示，从而直接用电阻串、并联公式求得 A、B 间电阻

$$R = \frac{3}{2}r$$

在图 2－9 中各电阻阻值均为 r。我们来讨论将电源分别接在 OA 间、AB 间和 AC 间，电路中电流分配的情况如何，并根据电流分配的对称性求 R_{AO}、R_{AB}、R_{AC}。

（1）设在 OA 间加一电源，使电流 I 从 O 点流入，A 点流出。电路相对于 AOC 对称，电流分配也相对于 AOC 对称，B、D 点电势相等，即 OD 支路和 OB 支路电流相同，CB 支路和 CD 支路电流相同，BA 支路和 DA 支路电流相同。电流分配情况如图 2—10（a）所示。

由于 B、D 两点等电势，用导线将 B、D 两点短接得等效电路如图 2－10（b）所示。由电阻串、并联公式直接求得

$$R_{AO} = \frac{7}{15}r$$

（2）仍然是图 2－9 所示电路，若在 A、B 间加一电源，设电流从 A 点流入 B 点流出。电路中 A 点电势最高，B 点电势最低。看 AB、AOB 及 ADCB 三条支路，比较各点电势，可知：$U_A > U_D > U_O > U_C > U_B$，从而确定电流分布如图 2－11（a）所示。

按图 2－11（b）所示，将 O 点分为 O_1 与 O_2，由电路的对称性可见，O1 与 O2 点的电势相等，分开后电路中电流不会发生变化。这样，根据该图，并根据电阻的串、并联知识，可直接求得

$$R_{AB} = \frac{8}{15}r$$

（3）仍然是图 2－9 所示电路，若在 A C 间加一电源，使电流 I 从 A 点流入、C 点流出，由电路对称性可知 B、D 两点电势相等，参考图 2－10（a）、（b），将图 2－12（a）改画成图 2－12（b）所示的等效电路。

观察图 2－12（b），由于电源加在 AC 两端，回路是一平衡的桥式电路，OB、OD 间无电流，即图 2－12（a）中 $I_3=0$，O、B、D 三点电势相等，这样图 2－12（b）又可等效为图 2－13，从而求出

$$R_{AC} = \frac{2}{3}r$$

根据前面的分析，我们看到电路的对称情况，不仅与电路的结构有关，而且还与电源加在电路上的位置有关，需要仔细观察、综合分析才能作出正确判断：哪些点的电势相等？相关的点之间各点电势高低如何？根据这些判断就可以确定电流的流向，或将电路改画，从而得到正确的结论。

在前面分析的所有实例中，我们只求出了相应的电阻值，对于电路中的总电流和各支路的电流，读者可自己分析并得出正确的结论。

作为实例，我们讨论一个立体的对称电路：由 12 根导线构成的立体框架，每根导线的电阻均为 r，如图 2－14，求 A、G 间电阻 R_{AG}。

分析　因各电阻相等，电路对称于对角线 AG。设电流 I 从 A 流入，由 G 流出，则各支路电流分配可如图 2－14 的方向标出，并可确定它们的关系：

$$I_1 = \frac{I}{3}, \qquad I_2 = \frac{I_1}{2} = \frac{I}{6}$$

根据电流的分布情况，我们可以沿 ABCG 路径得

$$U_{AG} = I_1 r + I_2 r + I_1 r = \frac{5}{6}Ir$$

所以

$$R_{AG} = \frac{U_{AG}}{I} = \frac{5}{6}r$$

根据电路的对称情况，我们可以看到 B、D、E 三点的电势相等，C、F、H 三点电势也相等，因此分别将 B、D、E 和 C、F、H 短接便可有等效电路如图 2－15 所示，从而直接求出：

$$R_{AG} = \frac{5}{6} r$$

思考与练习

1．把电动势为ε的电源、电阻 R_1、R_2、R_3 和安培表 A 按图 2－16 连接，从安培表上可得到一个读数 I_1；将电源和安培表 A 互换位置后，从安培表可得另一个读数 I_2。如电源内阻和安培表内阻均可不计，试证明两次读数相等。

2．在图 2－17 中，$R_1=R_2=R_3=R_4=4$ 欧，电源由 2 节电池串联组成，每节电池的电动势为 1.5 伏，内阻为 0.3 欧。如安培表与伏特表均可看作理想的电表，则它们的示数应多大。

3．有一个没有标明阻值的电阻，一位同学为了判明其阻值的大小，将该电阻与内阻为 $R_g=800$ 欧的伏特表并联，然后接到某电压恒定的电源上去，结果发现指针偏转了 44 格。后来，他又将该电阻与伏特表串联再接到同一个电源上去，这时伏特表的指针偏转 8 格。你能判断出电阻的阻值多大吗？

4．在图 2－18 所示电路中，$R_2=2$ 欧。电键 K 闭合后，电路的总电流为原来的 2 倍，而通过 R_1 的电流为原来的 1/2。求电池内电阻 r 的阻值。

5．在图 2－19 中，$U_{AB}=5$ 伏，$R_1=4$ 欧，$R_2=5$ 欧，R3=1 欧，求下列情况下安培表 A_1、A_2 的示数是多少？

（1）安培表 A_1 和 A_2 的内阻忽略不计；（2）两表的内阻均为 2 欧。

6．电路如图 2－14 所示，求：（1）A、E 间电阻 R_{AB}；（2）A、H 间电阻 R_{AH}。

7．现有 8 个电池，每个电池的电动势为 ε_0＝2 伏特，内电阻为 $r_0=0.5$ 欧姆。先把若干个电池串联成相同的几组，然后再把这几组并联起来作电源对电阻为 R=4 欧姆的纯电阻性用电器供电。为了使通过用电器的电流强度最大，电池应如何连接？最大电流强度为多大？

8．图 2－20 是电流—电压两用电表的电路，图中电流计的内阻 $R_g=100$ 欧，满偏电流值 $I_g=500$ 微安，$R_1=0.1$ 欧，$R_2=100$ 欧。

（1）在何种情况下可以把它当安培表使用，这时电流量程多大？（2）在何种情况下可以把它当伏特表使用，这时电压量程多大？

9．如图 2－21 所示电路，已知：$R_1=15$ 欧，$R_2=40$ 欧，$R_3=20$ 欧，R_4＝R_5＝80 欧，$R_6=60$ 欧。通电后，通过 R_1 的电流强度为 I，通过 R_6 的电流强度为 I_1。计算 I：I_1=？

10．在图 2－22 所示的无限网络中，电源电动势ε=12 伏，内电阻 r=1 欧，其它电阻的阻值均为 10 欧。试问：在 CD 之间接入多大的电阻时，电源的输出功率才与“格子”数目无关？输出功率多大？

三、电路中电流与电压的变化

对于一个闭合电路来说，当电路的结构和电阻的阻值发生变化时，电路中各部分的电流和电压以及功率都会发生变化，研究这种变化，是电路分析中的一个重要方面。一般来说，电路结构的变化可以通过开关的控制来实现。开关控制中，电流和电压只能取一系列分立的、确定的数值，我们把这一类的变化称为非连续性变化；电路中某一电阻值的变化，可以通过滑动变阻器的调节来完成，在这种变化中，电流和电压在一定范围内连续取值，我们称这一类变化为连续性变化。在这一章中，我们主要讨论上述两种情况。

非连续变化问题

正如前面所说，所谓非连续变化，是由于电路中开关的不同状态使得电路结构发生变化，从而引起电路中电流、电压发生变化的情况。

在图 3－1（a）中，若 R_1、R_2、R_3、 ε 、r 均为已知，则在下列情况中安培表和伏特表的示数如何？

（1）K_1、K_2 都断开；

（2）K_1 闭合，K_2 断开；

（3）K_1、K_2 都闭合。

分析　开关处在不同的通断状态时，电路的结构不同，电路中各部分的电流和电压也不同。所以，分析开关特定状态下的电路结构是解决此类问题的关键。

（1）当 K_1、K_2 都断开时，电路结构如图 3－1（b）所示，R_1 被断开，R_2、R_3 串联后接在电源的两端。此时伏特表、安培表示数分别是：

$$U_1=\frac{\varepsilon}{R_2+R_3+r}\cdot R_3$$

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_2+R_3+r}$$

（2）当 K_1 闭合、K_2 断开时，电路结构如图 3－1（c）所示，R_1 与 R_3 并联后再与 R_2 串联。此时伏特表、安培表示数分别是：

$$U_2=\frac{\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}{R_2+r+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}\cdot\varepsilon$$

$$=\frac{R_1R_3\varepsilon}{(R_2+r)(R_1+R_3)+R_1R_3}$$

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_2+r+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}$$

$$=\frac{R_1R_3\varepsilon}{(R_2+r)(R_1+R_3)+R_1R_3}$$

（3）当 K_1、K_2 都闭合时，电路结构如图 3－1（d）所示，R_2 被短路，R_1 与 R_2 并联后接在电源两端。此时伏特表、安培表的示数分别是：

$$U_3=\frac{\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}{\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}+r}\varepsilon$$

$$=\frac{R_1R_3\varepsilon}{r(R_1+R_3)+R_1R_3}$$

$$I_3=\frac{\varepsilon}{\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+r}$$

$$=\frac{(R_1+R_3)\varepsilon}{r(R_1+R_3)+R_1R_3}$$

利用开关控制电路，这在电路技术中被广泛采用。下面我们专门讨论在电表改装电路中，开关的控制和调节作用。

在图 3－2（a）所示电路中，利用双刀双掷开关的控制作用进行安培表和伏特表的转换，具体做法如下：

（1）将开关掷在 cd 一侧，R_1 被断开，R_2 与电流表并联组成安培表，电路结构如图 3－2（b）所示。若电流表满偏电流 I_g、内阻 R_g、电阻 R_2 已知，根据 $I_gR_g=(I-I_g)R_2$，可求出此安培表量程为

$$I=(1+\frac{R_g}{R_2})I_g$$

（2）将开关转换到 ab 一侧，R_2 被断开，R_1 与电流表串联组成伏特表，电路结构如图 3－2（c）所示。若 R_1 已知，可求出此伏特表量程为

$$U=I_g(R_g+R_1)$$

在电流表改装电路中，除了可利用开关进行安培表和伏特表的转换外，还可以利用开关进行量程的转变。例如，在图 3-3 所示电路中，I_g、R_g、R_1、R_2 均已知（$R_2 \gg R_1$），则：

（1）K_1、K_2 断开 K_3 闭合时 MN 间量程多大？

（2）K_1、K_2 闭合，K_3 断开时，MN 间量程为多大？

（3）K_1、K_2、K_3 都闭合时，MN 间量程多大？

（4）K_1、K_2 闭合，K_3 断开时，MN 间量程多大？

讨论　（1）当 K_1、K_2 断开，K_3 闭合时，R_1 被断开，R_2 与电流表串联后组成伏特表，电路结构如图 3-4（a），量程为：

$$U_{MN}=I_g(R_g+R_2)$$

（2）当 K_1、K_3 闭合，K_2 断开时，R_1 与电流表并联后再与 R_2 串联组成伏特表，电路结构如图 3－4（b）。虽然同为伏特表，但与 a 图相比，量程明显扩大。根据 $I_gR_g=(I-I_g)R_1$ 求出：

$$I'=I_g(1+\frac{R_g+R_2}{R_1})$$

比较图（a）、（b）两种情况，量程增大了：

$$\Delta I=I'-I=\frac{R_2}{R_1}I_g$$

连续变化问题

利用滑动变阻器调节和控制电路中的电流和电压，在实际电路技术中应用极为普遍。滑动变阻器的阻值在一定的范围内连续变化时，电路中电流、电压随之在相应的范围内连续变化。这里我们着重讨论三点：①滑动变阻器的调节与控制作用；②电路中电流、电压变化的问题；③电流、电压变化中存在极值的问题。

1．滑动变阻器的调节与控制作用

滑动变阻器的用途是控制电路中的电流或电压，使电路中的电流或电压达到某一指定的数值，或使其在一定的范围内连续变化。根据滑动变阻器在电路中的连接方式不同，通常将其分为限流电路和分压电路。

〔限流电路〕

如图 3－5，把变阻器的 a 端、c 端接入电路，b 端空着不用（或图 3—5 将 b、c 两端连在一起接入电路）。显然，当 c 点滑动时，整个电路的阻值发生变化，因此电流也随之改变，所以称之为限流电路。

设在图 3－5 中，电源电动势 ε（为简单起见，电源内阻不计）、滑动变阻器总阻值 R_0、负载电阻 R_L 均为已知。当 K 闭合后，负载电阻 R_L 上流过的电流为

$$I_L=\frac{\varepsilon}{R_L+R_{ac}}$$

当 c 点移至 a 端时，$R_{ac}=0$，I_L 最大，最大值为：

$$I_{max}=\frac{\varepsilon}{R_L}$$

当 c 点移至 b 端时，变阻器全部串入电路，$R_{ac}=R_0$，这时通过 R_L 的电流最小，最小值为：

$$I_{min}=\frac{\varepsilon}{R_L+R_0}$$

由此可知，对于限流电路，电流的调节范围为：

$$\frac{\varepsilon}{R_L+R_0}\sim\frac{\varepsilon}{R_L}$$

在此过程中，负载电阻上的电压随着电流的改变而变化，所以滑动变阻器对电压同样有着调节作用。根据欧姆定律，负载 R_L 上的电压调节范围为：

$$\frac{R_L}{R_L+R_0}\cdot\varepsilon\to\varepsilon$$

综上讨论，限流电路中，电流和电压都在一定的范围内连续可调，并且电流和电压的调节范围均与变阻器的总阻值 R_0 有关；在电源电动势 ε 和负载电阻 R_L 一定时，R_0 越大，电流、电压调节范围越大；R_0 越小，调节范围越小。这一性质，是我们选择滑动变阻器时必须考虑的一个重要因素。

〔分压电路〕

如图 3－6（a），变阻器的两个固定端 a、b 分别与电源的两极相连，负载电阻 R_L 接在滑动端 c 和一个固定端之间。接通电路后，等效电路如图 3－6（b）所示，ab 两端的电压 U_{ab} 等于电源的路端电压。根据分压原理，$U_{ab}=U_{ac}+U_{cb}$，输出电压 $U_L=U_{cb}$ 是 U_{ab} 的一部分，故称此电路为分压电路。若 ε、R_0R_L 均为已知，由图 3-6（b）所示的电路结构，根据分压公式可求出：

$$U_L=U_{cb}=\frac{R_{并}}{R_{ac}+R_{并}}\cdot \varepsilon$$

其中 $R_{并}=\frac{R_{cb}R_L}{R_{ac}+R_L}$，$R_{ac}+R_{cb}=R$。

化简得

$$U_L=\frac{R_{cb}R_L}{R_{ab}R_{cb}+R_0R_t}\cdot \varepsilon$$

显然，当滑动头 c 移至 b 端（如图 3－7），$R_{cb}=0$，$R_{ac}=R_0$，此时输出电压 U_L 有最小值 $U_{min}=0$。

当滑动头 c 移至 a 端（如图 3-8），$R_{ac}=0$，$R_{cb}=R_0$，此时输出电压有最大值 $U_{max}=\varepsilon$。

所以，分压电路中，负载 R_L 上电压的调节范围是 0→ε。

根据欧姆定律 $I_L=\frac{U_L}{R_L}$ 可知，通过 R_L 的电流调节范围为：

$0\to\frac{\varepsilon}{R_L}$。

综上所述，在分压电路中，负载电阻 R_L 上的电流和电压也在一定范围内连续可调，但与限流电路不同的是，电流和电压的调节范围均与变阻器的总阻值 R_0 无关。

上面，我们分别讨论了限流电路和分压电路对电路中电流电压的控制作用和调节范围。我们看到，限流电路和分压电路对电流和电压都有调节作用。所以，认为限流电路只能控制电路中的电流，分压电路只能控制电路中的电压是错误的。但我们还应看到，限流电路和分压电路虽然都能调节电流，又能调节电压，但调节范围不同。下面，我们就对两种电路的调节范围作一比较。

从电压调节范围看，分压电路是 0→ε，且与滑动变阻器总阻值 R_0 无关；限流电路是 $\frac{R_L}{R_L+R_0}\varepsilon\to\varepsilon$，且与 R_0 有关，调节范围较分压电路小。

从电流调节范围看，分压电路是 $0\to\frac{\varepsilon}{R_L}$，限流电路只能从 $\frac{\varepsilon}{R_L+R_0R}\to\frac{\varepsilon}{R_L}$，也较分压电路小。

特殊地，当满足R_0》R_L时，$\frac{R_L}{R_L+R_0}$→0。在此情况下，限流电路的调节范围与分压电路的调节范围相差不大。由于分压电路中滑动变阻器直接并联在电源的两端，滑动变阻器上损耗的电功率较大，所以在 R_0R_L，从节省电能考虑，滑动变阻器一般采用限流接法。

在 R_0《R_L。的情况下，限流电路的电压和电流的调节范围很小，一般不能满足对电压和电流的调节要求，所以在这种情况下不宜采用限流电路，而应采用分压电路。如高中物理课本中校对改装后的伏特表时，滑动变阻器即采用分压接法。

2．电路中电流、电压变化问题

如前所述，在由电源及电阻组成的闭合回路中，当某一电阻的阻值发生变化时，电路中各部分的电流、电压和功率都可能发生变化，如何判断这种变化呢？这是电路分析中的一个重要问题。下面，我们对这类问题进行讨论。

（1）串联电路的分析方法：

因为串联电路中通过各部分电阻的电流强度相等，所以在串联电路中应遵循的原则是：先确定串联电路中电流变化情况，再由电流的变化分析各部分电压的变化情况。

例如在图 3—9 中，若滑动变阻器的滑动头 c 由 a 移向 b，则滑动变阻器的阻值 R_1 增大，电路总电阻 R 增大，总电流减小，路端电压 U 增大。对于各部分电压，由 I 的减小判断 R_2 上的电压（$U_2=IR_2$）减小；再根据 U 增大、U_2 减小，判断 R_1 上的电压（$U_1=U-U_2$）增大。

显然，如果我们一开始就直接判断滑动变阻器 R_1 上电压 U_1 的变化，则因为 R_1 的增大使 U_1 有增大的趋势，而 I 的减小又使 U_1 有减小的趋势，两个相关因素纠缠在一起，不免会陷入困境。

（2）并联电路的分析方法：

因为并联电路中加在各部分电阻上的电压相等，所以在分析并联电路时应遵循的原则是：从电压的变化判断电流的变化。即先分析并联电路两端电压如何变化，再由电压变化确定各支路电流的变化，最终根据总电流的变化确定阻值变化的电阻上电流、电压的变化。

例如，在图 3－10 中，若滑动变阻器的滑动头 c 由 a 移向 b，则滑动变阻器的阻值 R_1 变小，外电路总电阻 R 减小，总电流 I 增大，路端电压 U 减小。由于R_1与R_2并联，根据U的减小判断通过R_2的电流（$I_2=\frac{U}{R_2}$）减小，然后根据 I 增大、I_2 减小判断通过 R_1 的电流（$I_1=I-I_2$）增大。如果我们一开始就直接判断通过滑动变阻器 R_1 的电流的变化，则因为 U 的减小使 I_1 有减小趋势，R_1 的减小又使 I_1 有增大的趋势，同样会陷入困境。

（3）混联电路的分析方法：

混联电路实际上是由若干个串联和并联部分所组成，因此，前面所讨论的串联电路、并联电路的分析方法，可以综合用在混联电路的分析、判断中。在电路组成比较复杂时，我们应灵活运用“从局部看整体”和“从

整体看局部”的分析方法，即从某一电阻的变化，判断总电流强度 I 及路端电压 U 的变化；再从 I 及 U 的变化，分析电路中各部分电流、电压的变化。

例如，在图 3－11 所示电路中，电源电动势 ε、内阻 r 一定，R_1、R_3是定值电阻，若滑动变阻器 R_2 的滑动端 c 由 a 移向 b，则图中各电表的读数将如何变化？

分析：①从局部看整体：因为 c 向 b 滑动时 R_2 减小，所以电路总电阻 R 减小，相应地电路总电流 I 增大，路端电压 U 减小。

②从整体看局部：首先，由 I 增大判断 R_1 上电压 IR_1 增大；再根据 U 减小、R_1 上电压增大，判断 F、G 间电压 U_{FG} 减小。

对于FG部分，由U_{FG}减小判断通过R_3的电流（$I_3=\frac{U_{FG}}{R_3}$）减小，再根据 I 增大、I_3 减小，判断通过 R_2 的电流（$I_2=I-I_3$）增大。

整个判断过程可用图 3—12 所示的图式表示。

综上所述，在滑动变阻器的 c 端滑向 b 时，电路中 A_1、A_2 的读数增大，U_1、U_2 的读数减小。

在图 3-13 所示电路中，电源电动势 ε、内阻 r 一定，R_1、R_2 是定值电阻。若滑动变阻器 R_3 的滑动头 P 向上移动，则电路中各部分电流、电压如何变化？

分析：

①从局部看整体。由于 R_3 增大，电路总电阻 R 增大，电路总电流 I 减小，路端电压 U 增大。

②从整体看局部：对于 AD 支路和 ABC 支路，由 U 的增大判断通过 R_1 的电流$I_2=\frac{U}{R_1}$增大，并且由总电流I减小、I_1增大，判断$I_2=I-I_1$减小；对于 R_2 与 R_3 串联，可由 I_2 减小，判断 R_2 上电压 $U_{AB}=I_2R_2$ 增大。 再由 U 增大、U_{AB} 减小，判断 R_3 上电压 $U_{BC}=U—U_{AB}$ 增大。

整个分析过程可用图 3－14 所示图式表示。

显见，各电阻上电流、电压变化情况为：I_1 增大、I_2 减小、U_{AB} 减小、U_{BC} 增大。

电路中各部分电流、电压发生变化，必然会导致各部分消耗功率的变化，但我们只要判断出电流、电压的变化情况，即可根据$P=\frac{U^2}{R}$或$P=I^2R$ 判断出功率变化的情况。

3．电流、电压变化中存在极值的问题

前面，我们讨论了电流、电压一般变化的情况，即电流、电压在整个变化区域内，或随阻值增大始终增大，或随阻值增大始终减小的情况。现在，我们讨论在电流、电压变化区域内将出现先增大、后减小，或先减小、后增大的问题。

例如，在图 3－15 中，电源电动势为 ε，滑动变阻器总阻值 R_1 与定值电阻 R_2 相等，即 $R_1=R_2=R_0$。分析当滑动变阻器的滑动触头 c 从 a 向 b 滑动

的过程中，安培表的读数如何变化？（为方便起见，忽略电源内阻）。

分析：当 c 处于 a 端时，等效电路如图 3－16（a）所示，由于电源内阻不计，路端电压等于电动势，故通过安培表的电流为$\frac{\varepsilon}{R_0}$。

当 c 处于 b 端时，等效电路如图 3－16（b）所示，由于安培表内阻很小，可认为定值电阻R_2被短路，安培表的读数仍为$\frac{\varepsilon}{R_0}$。

当 c 处于 a、b 之间时，等效电路如图 3－16（c）所示，电路中总电阻为

$$R = R_{ac} + \frac{R_2 R_{bc}}{R_2 + R_{bc}}$$

$$= \frac{R^2{}_0 + R_{ac}R_{bc}}{R_0 + R_{bc}}$$

总电流为

$$I = \frac{R_0 + R_{bc}}{R^2{}_0 + R_{ac}R_{bc}} \cdot \varepsilon$$

通过安培表的电流为

$$I_A = \frac{R_0}{R_0 + R_{bc}} \cdot I = \frac{R_0}{R^2{}_0 + R_{ac}R_{bc}} \cdot \varepsilon$$

显见，通过安培表的电流 I_A 随 R_{ac} 的变化而变化（这里取 R_{ac} 为自变量，若取 R_{bc} 为自变量，得出的结论一致）。但是，若要直接从 I_A 的表达式判断其变化情况就很困难，因为在表达式中 R_{ac} 和 R_{bc} 这两个相关变量的变化趋势相反。因此，需要考虑用其它方法。

在 I_A 这个表达式中，ε、R_0 均为常量。分母中的变量 R_{ac} 与 R_{bc} 都大于零，它们的和为常量：$R_{ac} + R_{bc} = R_0$。所以，当$R_{ac} = R_{bc} = \frac{1}{2}R_0$时，乘积$R_{ac} \cdot R_{bc}$最大，这时$I_A$有极小值$I_{min} = \frac{4\varepsilon}{5R} = 0.8 \cdot \frac{\varepsilon}{R}$

根据 I_A 的极小值和在两个端

点（R_{ac}=0、$R_{ac} = R_0$）的取值可大致作出 I_A 随 R_{ac} 的变化曲线如图 3－17 所示，并由此判断通过安培表的电流变化为先减小、后增大。

综上所述，可以清楚以下两点：

（1）上面所讨论的变化问题，是指电流（或电压）在变化区域内存在极值的一类问题。

（2）分析电流（或电压）的极值性质，可对此类变化作出判断：若电流（或电压）在变化区域内存在一个极小值，则在该变化区域内，它们的变化情况一定是先减小、后增大，如图 3－18（a）所示；若电流（或电压）在变化区域内存在一个极大值，则在该变化区域内，它们的变化情况一定是先增大、后减小，如图 3－18（b）所示。

在图 3－19 中，电源电动势为 ε、内阻为 r，定值电阻 R_0＝r，可变电

阻 R_x 的阻值在一定范围内连续可调。若 R_x 的滑动头 c 由 a 向 b 滑动，那么电源输出功率 P、可变电阻 R_x 上消耗功率 P_x、定值电阻 R_0 上消耗的功率 P_0 将如何变化？

分析：当可变电阻的滑动头 c 处在 a、b 之间任一位置时，电源的输出功率 P，R_x 上消耗功率 P_x，R_0 上消耗功率 P_0，可分别表示为

$$P=\left(\frac{\varepsilon}{R_0+R_x+r}\right)^2\left(R_x+R_0\right) \qquad ①$$

$$P=\left(\frac{\varepsilon}{R_0+R_x+r}\right)^2\cdot R_x \qquad ②$$

$$P=\left(\frac{\varepsilon}{R_0+R_x+r}\right)^2\cdot R_0 \qquad ③$$

显见，P、P_x、P_0 都是 R_x 的函数，由于 R_0 是定值电阻，所以由③式可直接判断 P_0 随 P_x 的增大而减小，其情形如图 3－20（b）所示。

由于①、②两式分子、分母中都含有 R_x，因而无法直接判断 P 及 P_x 的变化情况。这里涉及的问题是存在极值的问题。根据前面所提供的方法，应首先讨论 P 及 P_x 的极值情况。

在①式中，通过对其分母配方，可写成如下形式

$$P=\frac{\varepsilon^2}{\frac{(R_x+R_0-r)^2}{R_x+R_0}+4r}$$

显见，当 $R_x+R_0=r$，即当 $R_x=r-R_0=0$ 时，电源的输出功率有极大值P_{max}，且$P_{max}=\frac{\varepsilon^2}{4r}$。因为在$R_x=0$时，P有极大值，所以随$R_x$的增大，电源输出功率减小。其情形如图 3－20（a）所示。

用同样的方法对②式的分母配方可得

$$P_x=\frac{\varepsilon^2}{\frac{(R_x-R_0-r)}{R_x}+4(R_0+r)}$$

显见，当 $R_x=R_0+r=2r$ 时，P_x 有极大值，极大值为：

$\frac{\varepsilon^2}{4(R_0+r)}=0.5\frac{\varepsilon^2}{4r}$。由于在$R_x$的调节范围内$P_x$存在一个极大值，所以$P_x$随 R_x 的增大先增大，后减小。其情形如图 3—20（c）所示。

比较（a）、（b）、（c）三图很容易看出，无论各部分功率如何变化，能量总是守恒的，即 $P=P_0+P_x$ 总成立。综上所述，本问题的答案是，当 R_0 的滑动头 c 从 a 滑向 b 的过程中：电源输出功率逐渐减小，R_0 上消耗的功率逐渐减小，R_x 上消耗的功率先增大，后减小。

思考与练习

1．如图 3-21，R_1=3000 欧姆，电压表 A、B 的内阻分别为 R_A＝6000 欧姆、R_B＝3000 欧姆。当 K_1 断开，K_2 接到 A 时，U_A 示数为 U_1＝4 伏特；当 K_1 接通，K_2 接到 A 时，U_A 示数为 U_2＝8 伏特；当 K_1 接通，K_2 接到 B 时，U_B 的示数为 U_3＝7.5 伏特。试求 R_2 的数值。

2．在图 3－22 中，电源电动势 ε＝26 伏，内电阻 r＝1 欧姆，电阻 R_1＝R_2＝R_3＝R_4＝R_5＝4 欧姆。当电键 K 分别与 1、2、3 接触时，安培表与伏特表读数各多大？

3．在图 3－23 中，已知电源电动势 ε＝12 伏、内阻不计，R_1＝$2R_3C_1$＝10 微法，R_2 是可变电阻。现将 F 点接地，测得 D 点电势为 8 伏。求：

（1）C_2 多大？

（2）调节 R_2 使 B 点电势与 D 点电势相等，此时流过 R_1 的电流为 10 毫安，求这时 R_2 接入电路中的阻值多大？

（3）当 B、D 电势相等时，R_3 上消耗的电功率多大？

4．在图 3－24 中，R_1＝R_2＝R_3＝3 欧，可变电阻 R_4 的总阻值为 6 欧，电源电动势为 6 伏，内阻不计，电容器的电容为 0.01 微法。试求：

（1）R_4 的滑动触头在 M 端时，b 板上的电量是多少？

（2）R_4 的滑动触头在中点时，b 板上的电量是多少？

（3）在 R_4 的滑动触头下移过程中，通过 R_3 的电流方向如何？

5．在图 3－25 中，滑动变阻器的滑动头 P 向上滑动时，a、b、c 三灯的亮度如何变化？

6．在图 3－26 所示电路中，K 闭合后 a、b、c 均能正常发光，问当可变电阻的滑动触头上移时，a、b、c 三灯亮度如何变化？

7．在图 3－27 所示电路中，电源电动势为 ε，内阻不计，滑动变阻器的总阻值与负载电阻的阻值相等，均为 R。试讨论在电键 K 断开与闭合两种情况下，滑动变阻器的滑动触点 c 由 a 向 b 滑动过程中，负载电阻 R_1 上获得的电压的变化范围。

8．如图 3－28 所示电路，电源电动势 ε＝6 伏，内阻 r＝1 欧，R_1＝10 欧，R_1＝6 欧，电表均为理想电表。

（1）K 闭合时，伏特表读数为 5 伏，安培表读数为 0．25 安，求此时滑动变阻器上消耗的功率。

（2）K 断开时，求电源通过的电流变化范围。

9．有一电阻器阻值在 100～200 欧之间，额定功率为 0．25 瓦，现用伏安法测量它的阻值，实验器材备有：

A．量程 50 毫安，内阻 20 欧的毫安表；

B．量程 5 伏，内阻 10 千欧的伏特表；

C．全电阻为 20 欧，允许通过电流 2 安培的滑动变阻器；

D．输出 12 伏左右的低压直流电源；

E．导线若干，电键一个。

问：在本实验中，滑动变阻器应如何连接。

10．如图 3－29 所示，电源由 n 个电动势均为 1.5 欧、内阻相同的电池串联而成。合上 K，变阻器触头 C 由 A 端滑到 B 端的过程中，电路中的一些物理量的变化由图 3－30 给出。求：

（1）电池的个数和每个电池的内阻；

（2）变阻器的最大阻值；

（3）在各图线上填出 a、b、c、d 诸点的坐标。

四、电路中的能量变化

电流通过电路时，都要发生能的转变。分析电路中能量转变的过程，用能量的观点分析、解决电路中的问题，不仅可以加深对问题的理解，而且对于拓宽思路，增强分析解决问题的能力都是有益的。下面，我们将从几个具体的问题入手，对电路中的能量转变问题作一较全面的分析。

电源中的能量转变问题

从能量转化的观点看，各种形式的电源都是把其它形式的能转化为电能的装置。

在图 4－1 所示电路中，虚线内 A、B 是电源的极板，R 是用电器。当开关 K 断开时，在电源的极板 A、B 上分别堆积着一定量的正、负电荷，从而形成一定的电势差。当 K 闭合时，外电路导体中即形成电场，在电场力作用下，正电荷（这里只讨论正电荷）沿外电路的导体从电势高的正极向电势低的负极运动。为了在电路中获得一个持续的稳恒电流，在电源内部，必须能持续不断地把正电荷逆着电源内部的电场方向，从电势较低的负极向电势较高的正极运送。显然，正电荷逆着电场方向运动必定要受到电场力以外的其它形式的力作用，这些力统称为非静电力。电源就是能够提供非静电力的装置。不同类型的电源，形成非静电力的机理不同。化学电池中的非静电力来自正负极板物质与电解质的化学作用；发电机中的非静电力来自电磁感应作用。

非静电力在正负极间搬运电荷要克服电场力做功，电荷的电势能增加，并且增加的电势能就等于非静电力克服电场力所做的功，所以非静电力搬运电荷的过程，实质上是其它形式的能转化为电能的过程；电源在向电路供电的过程中，电场力做正功，电荷的电势能减少，并且减少的电势能就等于电场力做的功。所以电场力移动电荷的过程，实质上是电能转化为其它形式能的过程。

设电源非静电力将正电荷 q 从电源负极经电源内部搬运到正极做的功为 W，则搬运 2q、3q、……所做的功分别为 2W、3W、……，比值 W／q＝2W／2q＝3W／3q＝……，对于一个电源来讲是一个恒量。可见，比值 W／q 反映了电源的特性。定义为电源的电动势：

$$\varepsilon = \frac{W_{非}}{q}$$

电动势 ε 越大，表示移送相同电荷时非静电力做的功越多，也即电源把其它形式的能转化为电能的本领越大。电动势反映了电源转换能量的特性，它在数值上等于电路中通过 1 库仑电量时电源所提供的能量。设某电源的电动势为 ε，内电阻为 r，当电路中通过 q 库仑电量时，电源所提供总的电能 E＝qε，总功率 P_0＝Iε；由于电源都有一定的内阻，电流通过时将有一部分电能转化为热能，这部分功率为 P'＝I^2r；电源向外电路输出的电功率 P＝IU（U 为路端电压）。根据能量转化与守恒定律，应有：

$$P_0=P'+P=I^2r+IU$$

电源向外电路提供电能的效率：

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{U}{\varepsilon}$$

用电器中的能量转换问题

电源向外电路提供的电能，将在外电路的用电器上进行转换，用电器的性质不同，转换的情况不同。对此，我们讨论三种具体情况。

1．用电器是纯电阻的情况

用电器是纯电阻的情况，是指电路中只有像电灯、电炉等纯电阻性元件。在此，我们将从能量的转换以及功率分配等方面来研究纯电阻电路。

（1）能量转换问题：

设用电器的阻值为 R，加在用电器两端的电压为 U，通过的电流为 I。在时间 t 内通过用电器的电量 q＝It，则电场力做功为 W＝qU＝IUt，功率为 P＝UI。因为是纯电阻电路，U＝IR，所以电功

$$W=IUt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}\cdot t$$

将此与焦耳定律 $Q=I^2Rt$ 相比较，可知在纯电阻电路中，电功等于电热，即电流通过电阻时电能全部转化为内能，所以在计算电功率时，P＝IU、$P=I^2R$、$P=\frac{U^2}{R}$都是等价的。

例如，在图 4－2 所示电路中，电源提供的总能量全部转化为内能：

$$I\varepsilon=I^2R+I^2r$$

由此可得：

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}$$

这就是我们熟悉的纯电阻电路的欧姆定律。

（2）功率分配与能量守恒问题：

在纯电阻电路中，电源将其它形式的能转化为电能，电流通过内、外电路时，电能又转化为内能。根据能量守恒定律，在这些能量的转化过程中，总的能量是保持不变的。

在图 4－3 中，设电源发出的总功率为 P_0，内电阻消耗的功率为 P'，电源输出功率为 P，电阻 R_1、R_2 消耗的功率分别为 P_1、P_2。根据能量守恒定律：

$$P_0=P'+P$$

电源的输出功率等于各用电器消耗的功率之和，即

$$P=P_1+P_2$$

推广到外电路由 n 个电阻串联的情况（图 4－4），这时外电路与内电路消耗的功率分别为：

$$P=I^2R,\ P'=I^2r$$

电源发出的总功率

$$P_0=P+P'$$

可得内、外电路功率分配情况为：

$$P'=\left(\frac{r}{R+r}\right)P_0$$

$$P=\left(\frac{R}{R+r}\right)P_0$$

其中 $R=R_1+R_2+\cdots\cdots+R_n$ 是外电路总电阻。可见，内、外电路的功率分配遵循与阻值成正比的原则。

在外电路，根据

$$P=P_1+P_2+\cdots\cdots+P_n$$

$$\frac{P_1}{R_1}=\frac{P_2}{R_2}=\cdots\cdots=\frac{P_n}{R_n}=I^2$$

可得，任一电阻 R_k 上获得的功率

$$P_k=\left(\frac{R_k}{R}\right)P=\left(\frac{R_k}{R+r}\right)P_0$$

（其中 $K=1，2，\cdots\cdots，n$）

由此可见，在串联电路中，任一电阻上分配的功率与该电阻的阻值成正比。上式可作为串联电路的功率分配公式在电路分析和计算中直接应用。

在图 4－5 中，外电路是 n 个电阻并联而成，这时外电路的总电阻 R 可由公式 $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots\cdots+\frac{1}{R_n}$ 求得。根据同样方法，可得内、外电路上功率分配情况为

$$P'=\left(\frac{r}{R+r}\right)P_0$$

$$P=\left(\frac{R}{R+r}\right)P_0$$

在外电路：

$$P=P_1+P_2+\cdots\cdots+P_n$$

$$P_1R_1=P_2R_2=\cdots\cdots=P_nR_n=U^2$$

可得任一电阻上分配的功率：

$$P_k=\left(\frac{R}{R_k}\right)P$$

由此可见，并联电路中，外电路电阻分配的功率与该电阻的阻值成反比。

特殊地，当外电路是两个电阻并联时，$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$，因此：

$$P_1=\left(\frac{R}{R_1}\right)P=\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)P$$

$$P_2=\left(\frac{R}{R_2}\right)P=\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)P$$

上述各式，可作为并联电路的功率分配公式，在电路分析与计算中直接应用。

作为实例，讨论一个电路设计问题。设有规格为“110V、40W”、“110V、25W”的 A、B 两灯泡和一个滑动变阻器。现将 A、B 两灯接到电压为 220 伏的照明电路中，既要使电灯正常发光，又要使电路消耗的功率最小，电路应如何连接？

分析　如果仅考虑灯泡 A、B 正常发光，则图 4－6 中所示的三种连接

方式都是可行的。

但仅考虑 A、B 灯能正常发光是不够的，按照设计要求，还应考虑电路消耗的功率最小。显然，图 4-6 所示的三种连接方式中，电灯消耗的功率是相同的，都为它们的额定功率，并且这部分功率是电路中的有用功率。所不同的是，三种连接方式中滑动变阻器消耗的功率不同，并且这部分功率是电路中的无用功率。要求电路中消耗功率最小，实际是要求滑动变阻器消耗的功率最小。现分别讨论图 4－6 所示三种电路的功率分配和电路效率问题。

（a）图中，滑动变阻器两端的电压应为 110 伏，根据分压原理，滑动变阻器连入电路的电阻值应为：

$$R=\frac{R_A R_B}{R_A+R_B}$$

串联电路功率分配与阻值成正比，可知滑线变阻器上消耗的功率为：

$$P_R=P_A+P_B$$

电路消耗的总功率为：

$$\begin{aligned}P&=P_R+P_A+P_B\\&=2(P_A+P_B)\end{aligned}$$

电路效率 $\eta=\frac{P_A+P_B}{P}\times 100\%=50\%$

（b）图中，滑线变阻器 R 与 B 并联的电阻应与 A 的电阻相等：

$$R_A=\frac{RR_B}{R+R_B}$$

滑线变阻器与 B 消耗的功率应与 A 消耗的功率相等：

$$P_A=P_B+P_R$$

总功率为：

$$\begin{aligned}P&=P_A+P_B+P_R\\&=2P_A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta&=\frac{P_A+P_B}{P}\times 100\%\\&=\frac{P_A+P_B}{2P_A}\times 100\%>50\%\end{aligned}$$

（c）图中，滑动变阻器一部分与 A、B 灯并联，另一部分串在电路中，其等效电路如图 4－7。其中 R_2 的阻值等于 R_A、R_B、R_1 三者的并联值，所以功率分配情况为

$$P_2=P_1+P_A+P_B$$

$$\begin{aligned}P&=P_1+P_2+P_A+P_B\\&=2(P_1+P_A+P_B)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta&=\frac{P_A+P_B}{P}\times 100\%\\&=\frac{P_A+P_B}{2(P_1+P_A+P_B)}\times 100\%<50\%\end{aligned}$$

综上分析，采用（b）图的连接方式，电路消耗的功率最小，效率最高，所以（b）图所示电路是最合理的电路。

另外，在（c）图中，滑动变阻器采用分压接法，滑动变阻器消耗的效率最大，电路效率最低。这一点，我们在讨论滑动变阻器的调节与控制作用时就已提出，“如果从节省电能考虑，滑动变阻器不宜采用分压接法”。此处，我们恰好证明了这种说法的正确性。

（3）电源的最大输出功率问题：

在纯电阻电路中，电源向外电路的输出功率，等于路端电压与电流强度的乘积，即 P＝IU。当外电路的电阻 R＝0 时，也就是短路的时候，路端电压 U＝0，短路电流 I＝ε／r，输出功率等于零。当 R→∞，即断路时，路端电压等于电动势 U＝ε，但电路中电流强度为零，所以输出功率也为零。可见，必然存在着 R 的某一数值，使得电源的输出功率为最大值。

通过运算可以求出这个最大值：

$$P = IU = I^2R$$

$$= \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$$

$$= \frac{\varepsilon^2}{\frac{(R-r)^2}{R} + 4r}$$

显见，当 R＝r 时，输出功率有最大值：

$$P_m = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

我们以外电阻 R 为横坐标，输出功率为纵坐标，画出 P－R 图象如图 4－8所示，图象的转折点A（r，$\frac{\varepsilon^2}{4r}$）与功率的最大值相对应。

同样，我们也可以讨论电源的输出功率随路端电压变化的情况。电源的输出功率：

$$P = IU = \left(\frac{\varepsilon - U}{r}\right)U$$

$$= -\frac{1}{r}\ (U2 - \varepsilon U)$$

$$= -\frac{1}{r}\ \left(U - \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 + \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

可见，P 是 U 的二次函数。以 U 为横坐标，P 为纵坐标，在 POU 直角坐标平面内可得函数图象为开口向下的抛物线（如图 4－9 所示），顶点A的坐标是（$\frac{\varepsilon}{2}$，$\frac{\varepsilon^2}{4r}$）。显见，当U＝0（短路）和U＝ε（断路）时P＝0，即电源无输出；当U＝$\frac{\varepsilon}{2}$，即路端电压等于电源电动势的一半时，电源输出功率最大，最大功率为$P_m = \frac{\varepsilon^2}{4r}$。

对于以电流强度为变量的情况，电源的输出功率

$$
\begin{aligned}
P &= P_{总} - P_{内} \\
&= I\varepsilon - I^2 r \\
&= -r\left(I^2 - \frac{\varepsilon}{r}I\right) \\
&= -r\left(I - \frac{\varepsilon}{2r}\right) + \frac{\varepsilon^2}{4r}
\end{aligned}
$$

可见，P 也是 I 的二次函数。以 I 为横坐标，P 为纵坐标，画出 P—I 图象如图4－10所示。顶点A的坐标是（$\frac{\varepsilon}{2r}$，$\frac{\varepsilon^2}{4r}$）。显见，当$I=\frac{\varepsilon}{r}$（短路）和$I=0$（断路）时，$P=0$，即电源无输出；当$I=\frac{\varepsilon}{2r}$时，电源输出功率最大，最大输出功率$P_m=\frac{\varepsilon^2}{4r}$。

比较图 4－8、4－9、4－10 所示的三种情况可以看出，无论以 R 或 U 或 I 为变量讨论电源的最大输出功率，所得结论都是一致的。这个结果是必然的，因为在纯电阻电路中，电源向外电路提供的电能全部转化为内能，$P=IU$、$P=I^2R$、$P=\frac{U^2}{R}$是完全等价的，所以当$R=r$时，必然有$U=\frac{\varepsilon}{2}$，$I=\frac{\varepsilon}{2r}$。

当外电路的电阻等于内电路电阻时，电源输出功率最大，这种情况叫做功率匹配。应当强调指出，“匹配”的概念只有在电子电路（如多级晶体管放大电路）中才使用，因为在那里电源的内阻一般是较高的，且输出信号的功率本来就很弱，所以才需要使负载与电源匹配，使输出功率尽可能大。通常在低内阻、大功率的直流电路中，不但不需要考虑匹配，而且还要避免功率匹配时电流过大（$I=\frac{\varepsilon}{2r}$）的情况。另外，从电能的有效利用来看，还要考虑效率问题。在功率匹配时$\eta=\frac{P}{P_0}=0.5$，这就是说将有一半的电能消耗在电源的内阻上，电能的利用率太低。所以，在直流电路中不是单纯考虑匹配问题。

2．用电器是被充电的电池的情况

电池被充电时，电流从电池的正极流入，负极流出（图 4－11）。设被充电的电池的电动势为 ε′，内电阻为 r′，这时加在被充电电池上的电压 $U=\varepsilon'+Ir'$。

从能量转化与守恒的观点看，电池的输入功率为：$IU=I\varepsilon'+I^2r'$，电流流过内阻 r′的发热功率为 I^2r'，可见转化为电池化学能的功率应为：

$$
\begin{aligned}
P_{化} &= IU - I^2r' \\
&= I(U - Ir') \\
&= I\varepsilon'
\end{aligned}
$$

充电时能量的转化效率为：

$$\eta=\frac{I\varepsilon'}{IU}=\frac{U-Ir'}{U}$$

给电池充电的电源必须是直流电源，设它的电动势为 ε，内阻为 r；被充电的电池电动势为 ε'，内阻为 r'（图 4－12）。对电源来讲，其输出功率为 $I\varepsilon-I^2r$；对被充电的电池来讲，其输入功率为 $IU=I(\varepsilon'+Ir')=I\varepsilon'+I^2r'$。根据能量守恒，则应有：

$$I\varepsilon-I^2r=I\varepsilon'+I^2r'$$

化简后可得此情况下的全电路欧姆定律：

$$I=\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{r+r'}$$

3．用电器为直流电动机的情况

如图 4-13，设电源加在电动机上的电压为 U，通过的电流为 I，这时电动机线圈的电阻 r' 上的电压为 Ir'。由于电流通过电动机时，电枢转动会产生感应电动势 ε'，感应电动势的方向与外加电压 U 的方向相反，这时 $U\neq Ir'$，且 $U>Ir'$，U 与 Ir' 的差值即为电枢电动势：

$$\varepsilon'=U-Ir'$$

对电动机而言，输入功率为 $P_电=IU$，线圈上的发热功率为 $P_热=I_热 r'$，根据能量守恒定律，电动机的输出功率应为：

$$P_机=P_电-P_热=IU-I^2r'=I\varepsilon'$$

电动机的效率为：

$$\eta=\frac{P_机}{P_电}=\frac{I\varepsilon'}{IU}=\frac{U-Ir'}{U}$$

例如，加在直流玩具电机上的电压 U＝3 伏，通过的电流 I＝1 安，玩具电机线圈的电阻 r'＝0．5 欧，则电阻上的电压为 Ir'＝0．5 伏，$U-Ir'$＝2．5 伏，这 2．5 伏便是电动机转子转动时产生的感应电动势 ε' 的大小。

从能量上看，电动机的输入功率为 $P_电=IU$＝3 瓦，线圈上发热功率为 $P_热=I_热 r'$＝0.5 瓦，则输出功率

$$\begin{aligned}P_机&=IU-I^2r'\\&=I(U-Ir')\\&=I\varepsilon'=2.5\text{ 瓦。}\end{aligned}$$

若考虑含电源的全电路，如图 4－14 所示，电源的输出功率为（$I\varepsilon-I^2r$），电动机的输入功率应为（$IU=I\varepsilon'+I^2r'$）。根据能量守恒定律，电源的输出功率应与电动机的输入功率相等，即

$$I\varepsilon-I^2r=I\varepsilon'+I^2r'$$

化简后可得外电路是电动机情况下的全电路欧姆定律表达式。

$$I=\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{r+r'}$$

思考与练习

1．有 A、B 两盏电灯，规格均为额定电压 U_1＝8 伏特、额定功率 P_1＝6.4 瓦特，如图 4－15 接入电路中，电池组的电动势 ε＝20 伏特。当电键 K 断开时 A 灯刚好正常发光。若要使 K 闭合时 A 灯仍能正常发光，变阻器的阻值应改变多少？

2．有一电源的电动势 ε＝75 伏，内阻 r＝0．6 欧姆，额定输出电流 I＝5 安培。现在手边有额定电流为 I_1＝1.25 安培、额定功率 P_1＝30 瓦特的灯泡若干只。若不用假负载，要使灯泡能正常发光，最多可用几盏灯并如何把它们连入电路中？

3．如图 4-16 所示，R_2 是电阻值可调的电热水器，R_1 是控制用的可

变电阻器，用电动势 ε＝80 伏，内电阻 r＝2 欧的电源供电。（1）先把 R_2 的阻值调为 8 欧。再调 R_2，则 R_2 多大时，热水器的功率最大？最大功率是多少？（2）若把 R_2 的阻值调为 10 欧，再调 R_1，则 R_1 多大时，热水器的电功率最大？这时的最大功率为多少？

4．如图 4－17 所示电路，电池组内阻 r＝0.5 欧，R_1＝2 欧，R_3＝1.3 欧，变阻器 R_2 的总电阻为 9 欧。当 R_2 滑动触头置于 C 点时，电源的总功率为 12 瓦，输出功率为 10 瓦。求：

（1）电源电动势；（2）M、N 两点间电压；（3）R_2 触头 C 点的位置。

5．如图 4－18 所示电路，已知 K 未闭合时，V_1 读数为 182 伏。当滑动变阻器的滑动触头 C 恰好处于中点时，闭合 K，V_1 的读数为 180 伏，这时 R_2 上消耗的功率为 100 瓦。如果电池组内阻 r＝1 欧，R_1＝40 欧，电压表的内阻都很大，对电路的影响可以不计。求：

（1）R_2、R_3 多大？

（2）如把滑动触头 C 移到左端的 A 点，V_1、V_2 的示数各多大？

6．如图 4－19 所示，电源电动势 ε＝80 伏特，内电阻 r＝2.1 欧姆，R 是可变电阻。求：

（1）电源最大输出功率；

（2）要获得 640 瓦特的输出功率，R 应调到何值？这时电源的效率多大？

7．有六个相同的电池，电动势为 e，内阻均为 r。按图 4-20 所示的三种组合方式对负载 R 供电。已知按组合（a）供电时比按（b）（c）供电时负载上获得的功率大，试判断 R 的阻值范围。

8．电炉的额定功率为 P_0＝400 瓦，某电源在不接负载时的路端电压与电炉的额定电压相同，当将电炉接到电源上时，电炉实际消耗的功率 P_1＝324 瓦，若将两个这样的电炉并联接入该电源，两电炉实际消耗的总功率 P_2 为多少？

9．由三个相同的蓄电池（每个 ε＝2 伏，r=0.1 欧）、一个电阻（R=1.7 欧）组成如图 4-21 所示的电路。求：（1）R 上消耗的功率；（2）处于充电状态的蓄电池两端的电压 U_{AB}（3）每秒钟内有多少电能消耗在被充电的蓄电池上？其中有多少电能转化为化学能？

10．有一台电阻为 2 欧姆的电动机，把它接在电压为 110 伏特的电路上工作时，通过它的电流是 10 安培。求这台电动机所消耗的电功率是多少？这个功率有多少变成了机械功率？电动机的效率是多少？

参考答案

一

1．4.5 伏，4.5 伏，0.75 安；3 伏，6 伏，0.5 安，0.5 安，1 安。

2．45.8 伏，读数误差△U＝9.2 伏，相对误差 16.7%。

3．将 A 与 7 欧姆电阻串联，将 B 与 12 欧姆电阻串联，再将两支路并联后接在电源上。

4．$\frac{1}{2}R_0$

5．电源内阻 r=80 欧，加在灯泡两端电压约为 1.4 伏。

6．14.7 伏，相同。

7.K 闭合前：6 伏、12 伏、12 伏、6 伏；K 闭合后：6 伏、12 伏、6 伏、12 伏。

8．K 闭合前：0、0、18 伏、18 伏、-18 伏；K 闭合后：6 伏、12 伏、6 伏、12 伏。

9．K 闭合时：U_a＝6.5 伏，U_b=2.5 伏，U_c=0，U_d=-2 伏；K 断开后：U_a＝U_b=9 伏，U_c＝U_d=0。

10．$U_{ab}=0$；$U_{cd}=\frac{2Re}{R+r}$。

二

2．0.8 安培，2.4 伏特 3.3600 欧 4.3 欧

5．(1) 6 安、2.25 安；

(2) $\frac{5}{3}$安、$\frac{5}{6}$安。

6．$R_{\Delta B}=\frac{7}{12}r$，$R_{AH}=\frac{3}{4}r$。

7.8 个电池全部串联，I_{max}＝2 安。

8．(1) K 闭合时，电流量程为 0.5 安；

(2) K 打开时，电压量程为 50 伏。

9．4:1

10．7.32 欧，15.2 瓦。

三

1．2500 欧.

2．K 接 1、I＝0，U＝26 伏；K 接 2、I=2.4 安，U＝14.4 伏；K 接 3、I=2 安，U＝16 伏。

3．(1) 5 微法；(2) 约为 133 欧；(3) 0.32 瓦。

4．(1) -3×10^{-8}库；(2) 0；(3) 始终从 a 到 b。

5．a、c 变亮，b 变暗。

6．a、c 变亮，b 变暗。

7．K断：$\frac{\varepsilon}{2}\leq U\leq \varepsilon$，K合：$0\leq U\leq s$.

8.（1）2.125 瓦；

（2）$\frac{3}{7}$安$\leq I\leq 1.2$安。

9．分压接法。

10．（1）4 个 r＝0.5 欧；（2）R=8 欧。

四

1．应减小 7.5 欧。

2．12 盏灯分 4 条支路并联。

3．（1）R_2＝10 欧时，P_{max}=160 瓦；（2）R_1=0 时，P_{max}=444 瓦

4．（1）6 伏；（2）-2.4 伏；（3）距 a 端 3 欧处。

5．（1）R_2＝200 欧，R_3＝100 欧；（2）178 伏，0.

6．（1）761.9 瓦；

（2）R 为 0.9 欧或 4.9 欧，η 为 30%或 70%。

7.$r>R>\frac{r}{3}$

8.535.5 瓦

9.（1）1.7 瓦；（2）2.1 伏；（3）2.1 焦耳，2 焦耳。

10．1100 瓦，900 瓦，82%。