学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

小学数学解题常见错误分析

BOOK

内部资料 非卖品

前　言

分析学生解题错误是一个很有意义的研究课题，《小学数学解题常见错误分析》一书就是我们多年来研究的成果．愿它能成为小学生学习数学的得力助手，也愿它能成为教师教学的参谋和家长辅导孩子的工具．

本书共分为数的概念、四则计算、量的计量、几何初步知识、应用题、代数初步知识、比和比例七个部分，每个部分选取了适量的例题，每道例题都列举了学生常见的错误，并分析了产生错误的原因，揭示了发生错误的规律，有的还指出了纠正和防止错误的办法．书中把这些例题适当地进行了分类，以便从比较中发现规律、掌握规律．

本书的例题一部分是选自历年的小学毕业升学试题，而另一部分则选自我们长期积累的素材．升学考试试题都是各地精心设计的，它紧扣教学大纲和教材，不仅具有一定的代表性，而且与我们原来研究的材料相吻合，这样两者结合起来，使本书的内容更加翔实．

本书初版至今，已近 10 年了．随着对素质教育研究的深入，这一课题研究的意义越来越明显，在注重学生能力培养的要求下，本书再版时，我们又作了较大的修改和补充．

学生解题出现的错误千差万别，产生错误的原因也是多方面的．限于我们的水平，所选错例不一定很全面，分析也不一定很深刻，希望读者多批评、指正．

黄云生　李光伯

于湖南省教育科学研究所

小学数学解题常见错误分析

黄云生 李光伯
责任编辑：郑绍辉
湖南教育出版社出版发行
湖南省新华书店经销
湖南省望城湘江印刷厂印刷
787×1092 毫米 32 开
印张：7.875
字数：190000
1989 年 1 月第 1 版
1998 年 10 月第 3 版第 3 次印刷
印数：44801—47800
ISBN7—5355—0763—8／G·795
定价：10.20 元

一、数的概念

儿童从开始记事起，爸爸妈妈就扳着指头教他们数 1，2，3，4…，他们也慢慢地知道 3 个指头、3 颗糖、3 个人…都表示的是 3．可以说，他们就开始萌发了数的概念，但系统地建立数的概念还是从进学校后开始的，首先认识整数，再认识小数、分数、百分数．而建立数的概念，掌握有关数的基础知识，是学习数学的基础．当然，随着数学知识的丰富，又可以加深学生对数的有关知识的理解和掌握．正因为这样，学生是从数 1，2，3，4…就开始认识数了，但限于学生的年龄和知识水平，开始对数的知识的掌握也是很有限的，需要在以后的学习过程中不断加深理解．由于教和学的种种原因，往往有的学生对于数的认识相当模糊，有时甚至是错误的．因此，在解题过程中，常出现这样或那样的错误。

1．整数

整数是小学阶段主要的学习内容．学生对整数的有关知识的学习，最感困难的是多位数的读写，特别是含有 0 的多位数，最容易读错和写错．整数的知识内容还应包括“数的整除”，它涉及的概念与法则较多，如约数、倍数、质数、合数、奇数、偶数等概念，还有求最大公约数、最小公倍数、分解质因数等方法．对小学生来说有些概念比较抽象，难以理解和记忆．其中有的很容易混淆，因此解题时经常出错．

（1）整数与自然数

例 1 判断题

（1）整数就是自然数和 0．（ ）

（2）自然数就是 1、2、3、4、5 等等这样的一列数．（ ）

（3）最小的一位数是 0．（ ）

（4）3 是由 3 和 0 组成的．（ ）

[解]（1）×（2）×（3）×（4）×

[常见错误]

（1）√（2）√（3）√（4）√

[分析]

小学教科书里曾说过“自然数和零都是整数”，但这并不是给“整数”

下的一个定义，而只是指出自然数和 0 都属于“整数”的范围．然而，有些人以为这就是整数的定义，并把它倒过来理解，说成“整数就是自然数和 0”，这样就把整数这一概念的外延缩小了，因为整数不仅包括自然数和 0，而且还包括负整数。

小学教科书里说“我们数物体时，用来表示物体个数的 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，11…叫做自然数．”这里自然数只指这一列数中的一个个的数，1、2、3、4、5 等等这样的一列数叫做“自然数列”，“自然数”与“自然数列”是两个不同的概念。

十进位制记数法，是利用 1、2、3、4、5、6、7、8、9、0 这十个数字符号，结合数位来记数的，并且规定了一个数最左边的数位（数的最高位）不能为 0，即不允许出现 0253、00368 的形式（编码除外）的数．像 0253、00368 之类的数码也不能称之为四位数、五位数．否则，对于一个数就无法确定它是几位数，也无法正确记数了．对于一位数来说，它的最高位是个位，依据最高位不应为 0 的规定，最小的一位数就当然是 1，而不是 0 了。

数的组成是在数数的基础上产生的，3 是 1 和 2 组成或 2 和 1 组成，这里的 1 是 1 个计数单位，2 是 2 个计数单位．0 虽然也是一个数，但它不是计数单位，也不含计数单位．无论多少个 0，都不可能组成一个自然数．也就是任何一个自然数，都不可能由 0 来组成。

例 2 填空题

（1）个级的单位是（　　），亿级的单位是（　　）。

（2）和一万相邻的两个数分别是（　　）和（　　）。

[解]（1）个级的单位是（一），亿级的单位是（亿）。

（2）和一万相邻的两个数分别是（9999）和（10001）。

[常见错误]

（1）个级的单位是（个位），亿级的单位是（亿级），或个级的单位是（个、十、百、千），亿级的单位是（亿、十亿、百亿、千亿）。

（2）和一万相邻的两个单位分别是（十万位）和（千位）。

[分析]

错解（1）的前种错误是把计数单位误填成了数位，这主要是对数位和计数单位的概念不清楚造成的．后种错误则把各个数位上的计数单位与每一级的计数单位混淆了．个级的单位应该是“一”，万级的单位是“万”，亿级的单位是“亿”。

错解（2）是把数与数位混淆了，概念不清是造成解题错误的主要原因，还有可能是由于学生粗心所致，因为题中的一万是用汉字表示的，没有用阿

拉伯数字 10000 表示，因此容易产生错觉，把“一万”误认为是“万位”了，和万位相邻的两个数位就是“十万位”和“千位”。

（2）多位数读写

例 1 （1）一个数由五千三百个万，六个千组成，这个数写作（　　）；改写成以万为单位的数是（　　）。

（2）一个数十万位上是 6，千位上是 5，百位上是 4，其他数位上都是 0，这个数是（　　）；四舍五入到万位记作（　　）万。

[解]（1）写作 53006000；是 5300.6 万。

（2）是 605400；记作 61 万。

[常见错误]

（1）写作 536000，把五千三百个万错写成五十三个万。

（2）是 6000005000400，题目条件本是一个数的各数位的值是多少，而这里却错误地按三个数的组成来写；记作 60 万，没有把千位上的数“5”入上来。

[分析]

产生上述错误的原因是对数位概念不清，没有掌握数的组成．如（1）题是分为两级说的，万级里是五千三百个万，个级里是六个千，如果我们按级先写出万级的五千三百个万，再写出个级的六个千，合起来就是 53006000．（2）题是按数位说的，如果我们记住十万是右起第六位，千是右起第四位，百是右起第三位，就很容易写出 605400．关键是要记住下面的数位顺序表（见 5 页表）。

至于要改写成以万为单位的数，一定要看清题目的要求，（1）题只要改写成以万为单位的数，要得精确值．那么只要在万位数右下角记上小数点，再把小数末尾的零去掉．（2）题要四舍五入到万位，只要得近似值，那么必须根据千位上的数四舍五入。

亿级				万级				个级			
…	百亿位	十亿位	亿位	千万位	百万位	十万位	万位	千位	百位	十位	个位

例 2

（1）202005400 读作（　　）。

（2）一个数由一个亿，五个千，三个十组成，这个数写作（　　），读作（　　）。

（3）5046008000 读作（　　）。

（4）805032005 读作（　　）。

[解]（1）读作二亿零二百万五千四百。

（2）写作 100005030，读作一亿零五千零三十。

（3）读作五十亿四千六百万八千。

（4）读作八亿零五百零三万二千零五。

[常见错误]

（1）读作二亿二百万五千四百。

或：二亿零二百万零五千四百。

（2）读作一亿五千零三十。

（3）读作五十亿零四千六百万零八千。

（4）读作八亿零五百零三万二千零零五。

以上的错误是应该读出的“零”没有读，不该读出的“零”，又读出来了。

[分析]

产生上述错误的原因是因为没有掌握数中含“0”的读数法则，现行小学数学教材规定：一个数中间有一个 0 或连续有几个 0，都只读一个零，但每一级末尾的 0 不必读出来．像 202005400 中，万位、十万位、千万位上的几个 0 都是数中间的 0，但万位、十万位的两个 0 是万级末尾的 0，就不必读出来了，只要读出千万位上的 0；5046008000 中所有的 0 都是级末尾的 0，都不要读出来；805032005 中十位、百位上的两个 0 就只要读一个零；100005030 中连续的四个 0 只要读一个零。

纠正这种错误最好的办法是按级来读，每级开头和中间的 0 要读，每级末尾的 0 不读．如读 202005400 时，亿级读二亿，万级读零二百万（读开头的 0，不读末尾的 0），个级读五千四百，即二亿零二百万五千四百。

例 3　380704005 读作（　　）。

[解]读作三亿八千零七十万四千零五。

[常见错误]

读作三千八百零七万四千零五。

或：三十八亿零七十万四千零五。

[分析]

这里都把最高位定错而读错了．很多学生读多位数时，都是先从个位起，按个、十、百、千、万…一直数到最高位，再从最高位往下读，因为数位较多，这样很容易数错，因此造成读数错误．为了定准最高位，首先可把多位数按级分开，然后按级读数，就不会出现上述错误．如读 380704005，就可分为 380704005 三级（或每级间作一个记号），就能很快确定 3 是在亿位，读作三亿八千零七十万四千零五。

另外，按多位数中记分节号的习惯，是三位一节，与四位一级不同，如果使用分节号，记清楚分节号前面的数位分别是千、百万、十亿，也能很快确定最高位在什么位．如 380，704，005．记上分节号后，就能确定 3 在亿位。

例 4（1）九千万零二百零八写作（　　）。

（2）十五亿七千零六万零三百写作（　　）。

（3）三十亿零四十七万二千写作（　　）。

（4）十亿零三十万七千五百写作（　　）。

[解]（1）写作 90000208。

（2）写作 1570060300。

（3）写作 3000472000。

（4）写作 1000307500。

[常见错误]

（1）写作 90208，或：9000208。

（2）写作 157060300。

（3）写作 30472000，或：300472000。

（4）写作 10307500。

[分析]

我们读一下上面写错的各数就会发现（如 90208 读作九万零二百零八，10307500 读作一千零三十万七千五百），这些数都不是原来的数了。

产生上述错误的原因是：第一，没有记清数位顺序表；第二，没有掌握按级写数的法则；第三，对于零的读写法则产生混淆．如写九千万零二百零八，首先要定下“ 9 ”是在千万位，再定出“ 2 ”是在百位，“ 8 ”在个位，而其他数位上都是 0，就能写出 90000208．如果按级写，先确定这个数有万级

和个级，万级是 9000 万，个级是 0208．再合起来就是 90000208，这里关键是要写出千位上的 0，也就是说，每级必须写出四位数．再如写十亿零三十万七千五百，先确定这个数有亿级、万级和个级，亿级是 10 亿，这个零不要漏写．万级是三十万，这是写数中的难点，它的千万位、百万位都是 0，万位也是 0，并且前两个 0 只读了一个零，后一个零没有读出来，因此这些零很容易漏写而产生错误，万级正确的写法是 0030， 个级是 7500．所以这个数应写成 1000307500．这里必须强调的是，由于读数时，数中间有一个 0 或者连续几个 0 都只读一个零，而写数时所有的 0 都要写出来，所以写数时常产生少写 0 的错误．因此，为了防止产生上述错误，写数时要注意两点：第一，要一级一级地写；第二，哪一位上一个单位也没有，就在那一位上写 0。

例 5（1）最小的四位数和最大的三位数的差是（　　）。

（2）用 0、2、9、7、5、8 这六个数字写出的最小六位数是（　　）．用上述六个数字写出的最大的六位数是（　　）。

[解]（1）1000-999=1。

（2）205789．987520。

[常见错误]

（1）1111-999=112，或 1000-900=100。

（2）257890，或 025789．908752。

[分析]

先要弄清数位和位数的概念，把数字按要求排列在一定的位置上，这些数字就组成一个数，我们就把各个数字所占的位置叫做数位．而位数是指一个整数所含有数位的个数，这是解答这类题必须具备的基本知识．产生上述错误的主要原因是对于“ 0 ”认识模糊，0 是表示没有，但它又能“ 占位 ”，如 0 不叫一位数，而 10 叫做两位数，100 叫做三位数，而 01、001 中的 0 又没有意义，它们不是两位数和三位数．所以 025789 不是最小的六位数．1000 是最小的四位数，1111 不是最小的四位数，999 是最大的三位数，900 虽是三位数，但不是最大的．（2）题的解答，因为相邻两个数位间的进率都是 10，那么写出最小的六位数时，一定要把非零的最小数字作最高位，再从小到大依次写出各位数得 205789．而要写出最大的六位数时，一定要把最大的数字作最高位，再从大到小依次写出各位数得 987520。

（3）数的整除

例 1（1）下列算式中，能整除的算式是（　　）。

1.5÷0.5，10÷4，24÷6。

（2）判断题：18 能被 0.3 整除（　　）。

[解]（1）24÷6。

（2）×

[常见错误]

（1）1.5÷0.5，10÷4，24÷6。

（2）√

[分析]

产生上述错误的原因是不明白整除必须具备三个条件：①整数除以自然数；②商是整数；③余数为 0．1．5÷0.5 不合第①条，10÷4 不合第②③条，18÷0.3 也不合第①条，所以都不能叫做整除．只有 24÷6=4，才叫做 24 能被 6 整除．

例 2　分解质因数

（1）把 180 分解质因数。

（2）把 60 分解质因数。

[解]（1）

2 | 180
2 | 90
3 | 45
3 | 15
5

（2）

2 | 60
2 | 30
3 | 15
5

180=2×2×3×3×5．　60=2×2×3×5。

[常见错误]

180=4×3×3×5，60=2×2×15，60=1×2×2×3×5。

[分析]

产生上述错误的主要原因是对于分解质因数的概念不清．把一个合数用质数相乘的形式表示出来，叫做分解质因数．因此，这些相乘的因数必须是质数，而 180=4×3×3×5 和 60=2×2×15 中的 4 和 15 都是合数．60=1×2×2×3×5 中的 1 既不是质数，也不是合数．这是在短除时没有用质数去除或除得的商还不是质数的缘故．所以，把一个合数分解质因数，一定要用能整除这个合数的质数（通常从最小的开始）去除，得出的商如果是质数，就把除数和商写成相乘的形式；得出的商如果是合数，就照上面的方法继续除

下去，直到得出的商是质数为止；然后把各个除数和最后的商写成连乘的形式。

例 3 求最大公约数和最小公倍数

（1）12 和 8 的最大公约数是（　　），最小公倍数是（　　）。

（2）36 和 48 的最大公约数是（　　），最小公倍数是（　　）.

（3）4、6 和 9 的最大公约数是（　　），最小公倍数是（　　）。

（4）6、9 和 15 的最大公约数是（　　），最小公倍数是（　　）。

（5）从 10 起的三个连续自然数是（　　），它们的最大公约数是（　　），最小公倍数是（　　）。

[解]（1）4，24。

（2）12，144。

（3）1，36。

（4）3，90。

（5）10，11，12.1，660。

[常见错误]

（1）2，48．或 24，4。

（2）4，432．或 144，12。

（3）6，36。

（4）1，810。

（5）1，1320。

[分析]

（1）（2）题的第一种错误产生的原因是因为在求最大公约数和最小公倍数的过程中，只完成了下列步骤：

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 8 \\ \hline & 6 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r|rr} 2 & 36 & 48 \\ \hline 2 & 18 & 24 \\ \hline & 9 & 12 \end{array}$$

上面 6 和 4，9 和 12 都不是互质数，还应该用它们的公约数继续去除，直除到商为互质数为止．否则得到的公约数不是最大的，公倍数也不是最小的．

（1）（2）题的第二种错误产生的原因是对最大公约数和最小公倍数的概念不清，误认为大数就是最大公约数，小数就是最小公倍数．所以，一定要先区分约数和倍数的概念。

（3）题的情况就比较复杂了，因为求三个数（或三个以上的数）的最大公约数和最小公倍数的方法，与求两个数的最大公约数和最小公倍数的方法

有些不相同．本题最大公约数与最小公倍数的求法分别是：

$$\begin{array}{r|lll} 1 & 4 & 6 & 9 \\ \hline & 4 & 6 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r|lll} 2 & 4 & 6 & 9 \\ \hline 3 & 2 & 3 & 9 \\ \hline & 2 & 1 & 3 \end{array}$$

因为除 1 外，没有一个自然数能同时被 4、6、9 整除，所以 4、6 和 9 的最大公约数是 1.4、6 和 9 的最小公倍数是 36。

求最大公约数时，要用能整除每个数的约数去除，而求最小公倍数时，只要有两个数还有公约数就要继续往下除，直至除到两两互质为止．如果不能区分这一点，就会误认为它们的最大公约数是 6。

（4）题没有找出 6、9 和 15 的公约数 3，所以求出的 1 和 810 都是错误的．（5）题由于 10 和 12 不是互质数，求三个数的最小公倍数时应用 2 去除，因此，最小公倍数是 660，不是 1320．即：

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 10 & 11 & 12 \\ \hline & 5 & 11 & 6 \end{array}$$

10、11 和 12 的最小公倍数为 2×5×11×6=660。

例 4 填空题

（1）在 7，8，15，13，24，36 这六个数中，（　　）是质数，（　　）是合数；（　　）是奇数；（　　）是偶数。

（2）能同时被 2、3、5 整除的最小的数是（　　）。

（3）10 以内不是偶数的合数是（　　）；不是奇数的质数是（　　）。

（4）A 既能整除 12，又能整除 36，A 最大应该是（　　）。

（5）在自然数中，最小的质数是（　　），最小的合数是（　　），最小的奇数是（　　），最小的偶数是（　　）。

[解]（1）（7，13）是质数，（8，15，24，36）是合数，（7，15，13）是奇数，（8，24，36）是偶数。

（2）是（30）。

（3）是（9）；是（2）。

（4）是（12）。

（5）最小的质数是（2），合数是（4），奇数是（1），偶数是（2）。

[常见错误]

（1）（7，15，13）是质数，（8，24，36）是合数。

（2）是（15）或是（60）。

（3）是（4，6，8，9），是（2，3，5，7）。

（4）是（36）、（72）、（144）…

（5）最小的质数是（1），合数是（2），奇数是（3），偶数是（4）。

例 5 判断题

（1）互质数没有公约数．（　　）

（2）一个自然数不是质数就是合数．（　　）

（3）在自然数列中，相邻的两个数一定互质．（　　）

（4）所有的偶数都是合数．（　　）

（5）如果两个数是互质数，那么这两个数必定都是质数．（　　）

（6）最小的质数是 1．（　　）

（7）两个数的公约数，一定小于这两个数中的每个数．（　　）

（8）两个质数的积一定是合数．（　　）

[解]（1）×（2）×

（3）√（4）×

（5）×（6）×

（7）×（8）√

[常见错误]

判断恰与上述判断相反。

[分析]

上面例 4 和例 5 的解答错误都是属于概念性错误，因为在数的整除这一章教材中，概念很多，并且这些概念既有联系，又有区别，很容易混淆．下面我们分类来分析上述各题的解答错误。

1．约数和倍数

例 4（2）题把能同时被 2、3、5 整除的最小的数写成是 15 或 60，前者不能被 2 整除，后者虽说同时能被 2、3、5 整除，但不是最小的．所以都是错误的．要能被 2、3、5 整除，且是最小的数，显然就是求 2、3、5 的最小公倍数，2、3、5 已是两两互质，所以最小公倍数为 2×3×5=30。

例 4（4）题把 A 最大填成 36 等，是因为把“A 能整除 12，又能整除 36”错误理解为“A 能被 12 整除，又能被 36 整除”．这和除法里的“除”和“除以”的区别是一个道理。

例 5（7）题“两个数的公约数，一定小于这两个数的每个数”的说法是错误的，因为如果小数能整除大数，那么小数就是这两个数的最大公约数．它并不小于这两个数的每个数．如 36 和 12 的最大公约数就是 12．

2．质数和合数、奇数和偶数

质数和合数是从约数的个数进行判断的，一个大于 1 的整数，如果只有 1 和它本身两个约数，就叫做质数；如果除了 1 和它本身以外还有其他的约数，就叫做合数．而奇数和偶数是从能否被 2 整除来进行判断的，能被 2 整

除的叫做偶数；不能被 2 整除的叫做奇数．因为除 2 以外，所有的偶数都为合数，所有质数都为奇数，而又有许多奇数又为合数，所以很容易把质数与奇数、合数与偶数混淆．再有 1 是奇数，但 1 既不是质数又不是合数．如果这些概念不清楚就会出现解题错误。

例 4（1）题把 7、15、13 看成是质数，就是因为把质数与奇数混淆了，7、15、13 虽然都是奇数，但 15 又是合数。

例 4（3）题虽然 4、6、8、9 都是合数，但其中仅有 9 不是偶数，所以不是偶数的合数只有 9；2、3、5、7 都是质数，但其中仅有 2 不是奇数．所以不是奇数的质数只有 2。

例 4（5）题，按定义来判断，因为 1 既不是质数，也不是合数；那么 2 是最小质数；1 是奇数，那么 3 就不是最小的奇数；2 是偶数，那么 4 也不是最小的偶数。

例 5（1）题，因为任何两个数至少都有公约数 1，那么不能说“互质数没有公约数”。

例 5（2）（6）题，因为 1 既不是质数，又不是合数，所以“一个自然数不是质数就是合数”和“最小的质数是 1”的判断都是错误的。

例 5（3）题，因为在自然数列中，相邻的两个数都只有公约数 1，所以它们“一定互质”的判断是正确的。

例 5（4）题，因为 2 是偶数，但不是合数，所以“所有的偶数都是合数”的判断是错误的。

例 5（5）题，互质数与质数是两个既有联系又有区别的概念．质数是对自然数分类而言，它是说明数的性质的概念，而互质数是说明数与数关系的一个概念，它和数本身的性质没有关系．只要两个数的最大公约数是 1，这两个数就是互质数．因而可能这两个数都是质数，或一个质数一个合数，或两个数都是合数．如 3 和 5、7 和 10，8 和 9 等都是互质数．所以“如果两个数是互质数，那么这两个数都是质数”的判断是错误的。

例 5（8）题，因为两个质数的积，它的约数除了 1 和它本身外，还有这两个质数一定是它的约数，所以“两个质数的积一定是合数”。

综上所述，要正确解答这类题的关键是要理解和掌握有关的概念，切忌混淆。

2．小数

小数的概念本来是建立在分数概念的基础之上的，但考虑小学生的年龄特点，小学教材一般是先学小数，再学分数．这给小数意义的理解带来一定的困难，其中对于小数点位置移动引起小数大小变化的规律；对于有限小数和无限小数的认识；对于循环小数的认识及求近似值的方法等，都是学生比较难以理解和掌握的，因此，在解题中常常出现这样或那样的错误。

例 1

（1）一个数由 4 个 10、3 个 1、3 个 0.1、5 个 0.01 组成，这个数是（　　），如果把这个数扩大 1000 倍，应写作（　　）。

（2）0.85 的计数单位是（　　），把这个数扩大 1000 倍得（　　）。

（3）由 32 个 1，57 个 0.001 组成的数是（　　），保留一位小数是（　　）.

（4）读出下面各数：

7.005，　120.28。

（5）在 0.、0.33、2.1、2.1 这四个数中，（　　）是纯小数；（　　）是带小数；（　　）是纯循环小数；（　　）是混循环小数。

[解]（1）是 43.35，写作 43350。

（2）是 0.01，得 850。

（3）是 32.057，是 32.1。

（4）读作七点零零五或七又千分之五；

读作一百二十点二八或一百二十又百分之二十八。

（5）$0.\dot{3}$，0.33是纯小数；2.1，$2.1\dot{4}\dot{2}$是带小数；$0.\dot{3}$ 是纯循环小数；$2.1\dot{4}\dot{2}$是混循环小数。

[常见错误]

（1）是 403.305，写作 403305。

（2）是 1，得 85。

（3）是 32.57，是 32.6。

（4）读作七点零五，读作一百二十点二十八.

（5）纯小数中遗漏了$0.\dot{3}$，带小数中遗漏了$2.1\dot{4}\dot{2}$。

[分析]

产生上述错误的主要原因是对于小数的组成、小数的计数单位没有很好掌握，对于纯小数、带小数、纯循环小数、混循环小数的概念不能很好的区分．小数的数位顺序表是：

	整 数 部 分	小数点	小数部分
数位	… 百十个 位位位	.	十百千万 分分分分 … 位位位位
计数单位	… 百十一		十百千万 分分分分 … 之之之之 一一一一

如果掌握了这个数位顺序表，（1）题就不会写成 403.305，因为依题意十位上是 4，个位是 3，十分位上是 3，百分位上是 5，即 43.35．（2）题 0.85 虽由 8 个 0.1 和 5 个 0.01 组成，但 0.85 的计数单位应该是 0.01，因为一个小数的计数单位应是小数部分最小数位的计数单位．（3）题因为 32 个 1 是 32，57 个 0.001 是 0.057，合起来就是 32.057，而不应是 32.57。

小数的读法与整数是不相同的，小数中的整数部分，可按整数的读法去读，而小数部分一般只按顺序依次读出各位上的数字．如 7.005 要读成七点零零五，要读出两个零．120.28 要读成一百二十点二八，不读成二十八．如果按数位读，7.005 就是七又千分之五，120.28 就是一百二十又百分之二十八。

小数中的纯小数和带小数是根据整数部分是否有数来确定的，而纯循环小数和混循环小数是从循环节的位置来区分的，循环节从小数部分第一位开始的，叫纯循环小数．循环节不是从小数部分第一位开始的，叫混循环小数．所以（5）题中把 $0.\dot{3}$ 不列为纯小数，$2.1\dot{4}\dot{2}$ 不列为带小数都是错误的。

例 2 733÷3300。

[解] $733 \div 3300 = 0.22\dot{2}\dot{2}$．

[常见错误]

$733 \div 3300 = 0.\dot{2}$

```
          0.2 2 2
      ┌─────────
3300 )  733.0
        660 0
        ─────
          73 00
          66 00
          ─────
           70 00
           66 00
           ─────
            4 00
```

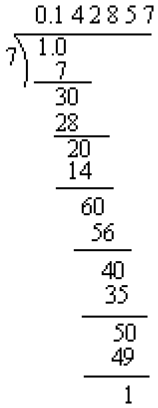
[分析]

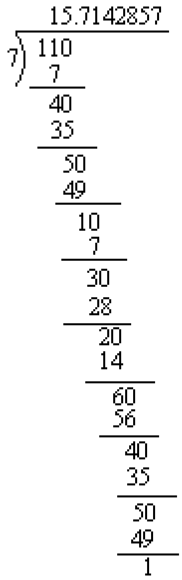
两个数相除，判断它的商是不是循环小数，应该看除到小数部分后，它的余数是否重复出现．余数重复出现商才会不断重复出现，若只有商重复出现几次，还不一定是循环小数．如上例除到小数第三位，连续出现了三个 2，

但它的余数依次是 730、700、400，因此绝不能就把循环小数定为 $0.\dot{2}$，只有当余数再次出现 700 时，它的商就会按 0.22212121…重复出现，因此循环小数应该是 $0.22\dot{2}\dot{1}$.

例 3 1÷7，110÷7。

[解] $1\div7=0.\dot{1}4285\dot{7}$. $110\div7=15.7\dot{1}4285\dot{7}$。





[常见错误]

$110\div7=15.\dot{7}1428\dot{5}$ 或 $110\div7=15.\dot{7}1428\dot{5}$。

[分析]

在 110÷7 里虽说在除到小数第 5 位时就出现了相同的余数“4”，不能说它的循环节是 $15.\dot{7}142\dot{8}$，在除到小数第 6 位时又出现了相同的余数“5”，也不能说它的循环节是 $15.\dot{7}1428\dot{5}$.只有在小数部分出现了相同的余数“1”，才能说它的循环节是 $15.7\dot{1}4285\dot{7}$.所以，判断商是不是循环小数，一定要“除到小数部分后”，看它的余数是否重复出现，如 $100\div7=14.2857\dot{1}4285\dot{7}$，前面的 4 位小数都不包括在循环节之内。

例 4（1） $0.\dot{6}\dot{7}$＜（ ）＜$0.6\dot{7}$。

（2）把 $2.0\dot{1}$、2、2.001、2.101 按从大到小的顺序排列。

（3）把 3.14、π、$3.\dot{1}\dot{4}$、$3.1\dot{4}$ 这四个数按从大到小的顺序排列。

[解]（1）$0.\dot{6}\dot{7}$＜（0.677）＜$0.6\dot{7}$。

（2）2.101＞$2.0\dot{1}$＞2.001＞2。

（3）$3.1\dot{4}$＞π＞$3.\dot{1}\dot{4}$＞3.14。

[常见错误]

（1）题找不到合适的数。
（2）（3）题顺序排错或从小到大排列。

[分析]

（1）题是一道很有特色的题，较好地考查了学生对小数大小概念及循环小数的理解．要填的这个数肯定不可能是两位小数，因为如果是 0.67 肯定小于 $0.\dot{6}\dot{7}$，如果是 0.68 肯定大于 $0.\dot{6}\dot{7}$，其他的两位小数都不合适．当然更不可能是一位小数．确定了这一点，这个数就好找了，可以填 0.677，也可以填 0.6777 等.找不到合适的数的原因主要是思维只停留在两位小数的圈圈里．

（2）题排列错误的原因是没有掌握比较小数大小的方法，要从最高位比起，依次往下比，如此题最高位都是 2，就比十分位，十分位只有 2.101 是 1，其余均为 0，所以 2.101 最大，其余三个数再比百分位，$2.0\dot{1}$ 的百分位是 1，其它都是 0，所以 2.01 排第二；最后再比 2.001 和 2 的千分位，前者为 1，后者为 0，所以 2.001 排第三；2 排第四．之所以出现从小到大的排列错误，是因为粗心看错了题而造成的。

（3）题的关键是π，它的值是 3.1415…。

例 5（1）一个数，如果将它的小数点向左移动一位，得到的新数比原来的数少 3.6．原来的数是（　　）。

（2）最小的三位小数去掉小数点后，再缩小 100 倍是（　　）。

（3）把 3.14159 的小数点先向右移动三位，再在后面添上两个零，原数就（　　）。

（4）把 3.09 扩大（　　）倍是 3090。

[解]（1）4。
（2）0.01。
（3）扩大 1000 倍。
（4）1000。

[常见错误]

（1）36。
（2）0.001。
（3）扩大 100000 倍。
（4）100。

[分析]

如果没有很好地掌握小数点位置移动引起小数大小变化的规律，就很容易出现上述错误．如（1）题，因为小

数点向左移动一位，原来的数就缩小10倍，即新数只有原数的$\frac{1}{10}$，比原 数少$\frac{9}{10}$，而题中已知新数比原数少3.6，即3.6为原数的$\frac{9}{10}$，所以，原数是$3.6\div\frac{9}{10}=4$．

整数的小数点是在个位右边，因为没有小数部分就不必记上．（2）题最小的三位小数是 0.001，去掉小数点后变为 1，1 记上小数点是 1.，再缩小 100 倍，即小数点向左移动两位，应该是 0.01，而不是 0.001；又如（4）题 3.09 变成 3090，小数点是向右移动三位，是扩大了 1000 倍，而不是 100 倍。

小数末尾添上 0 或去掉 0，小数的大小不变，理解了这条性质，那么（3）题中的“再在后面添上两个零”，并没有引起小数大小的变化，所以原数并没有扩大 100000 倍，只是因为小数点向右移动三位而扩大了 1000 倍。

小数点位置的移动引起小数大小的变化规律，既难理解，又易混淆．移动的方向与大小变化是相关的，移动的位数与变化的倍数是相应的．这些变化规律必须牢固掌握。

例 6（1）$4.\dot{2}\dot{6}$用四舍五入法保留三位小数是（　　）。

（2）3.295 保留两位小数是（　　）。

（3）$0.\dot{8}\dot{9}$保留两位小数是（　　）。

（4）$0.\dot{4}\dot{5}$保留三位小数是（　　）。

[解]（1）4.263

（2）3.30。

（3）0.90

（4）0.455.

[常见错误]

（1）4.262。

（2）3.3。

（3）0.9。

（4）0.454。

[分析]

求近似值的方法，一般是采用“四舍五入”法，（1）（4）题都是要保留三位小数，那么要根据第四位小数“四舍五入”．4.2626…、0.4545…的第四位都是五或五以上的数，所以去掉尾数后必须向第三位小数进一，4.262 和 0.454 都是因为没有“进一”而出错。

在求近似值里，一般地说 3.0 比 3 精确，在表示近似值的情况下，十分位的 0 不能去掉．因此，在（2）（3）题里，3.30 是由 3.295 保留两位小数得到，0.90 是由 0.89 保留两位小数得到它们的 0 都不能去掉，在这里如果写成 3.3 和 0.9 就是错误的。

例 7 判断题

（1）去掉小数点后面的零，小数的大小不变．（　　）

（2）2.666 是循环小数．（　　）

（3）在小数点后面添上零或去掉零，小数的大小不变．（　　）

（4）把 7.08 的小数点去掉后，比原来的数扩大 100 倍．（　　）

（5）0.13737…用简便方法表示是 $0.1\dot{3}\dot{7}$．（　　）

（6）$2.\dot{8}\dot{0}=2.\dot{8}$．（　　）

（7）一个数除以 0.1，就是把这个数扩大 10 倍．（　　）

[解]（1）×（2）×

（3）×（4）√

（5）√（6）×

（7）√

[常见错误]

判断恰与上述判断相反。

[分析]

产生上述错误的原因主要还是对小数的有关概念与性质模糊不清。

（1）（3）题的说法之所以是错的，因为只能是小数末尾添上零或去掉零，小数的大小不变，而不是“小数点后面”。

（2）题的 2.666 是有限小数，循环小数都是无限小数，所以不是循环小数．（5）题表示的小数 0.13737…后面会永远按 37 循环下去，所以是循环小数，可以用 $0.1\dot{3}\dot{7}$表示。

（4）题的 7.08 的小数点去掉后，也就是小数点向右移动了两位，所以是扩大100倍．（7）题一个数除以0.1，即除以$\frac{1}{10}$，所以是把这个数扩大10倍。

（6）题中的 $2.\dot{8}\dot{0}$=2.8080…，$2.\dot{8}$=2.88…，所以它们不相等。

例 8　20897600000，31548200000。

（1）省略亿后面的尾数，求它们的近似数。

（2）改写成用“亿”作单位的数。

（3）改写成用“亿”作单位的数后，保留两位小数。

[解]

（1）20897600000≈209 亿。
　　31548200000≈315 亿。

（2）20897600000=208.976 亿。
　　31548200000=315.482 亿。

（3）20897600000=208.976 亿≈208.98 亿。
　　31548200000=315.482 亿≈315.48 亿

[常见错误]

（1）20897600000≈208 亿。
　　31548200000=315 亿。

（2）20897600000≈209 亿。
　　31548200000≈315 亿。

（3）30897600000≈208.98 亿。
　　31548200000≈315.48 亿。

[分析]

这三道题都要求写成用亿作单位的数，但具体要求是不相同的．（1）题是省略亿后面的尾数，求它们的近似数，那么要看它的千万位是什么数，然后用“四舍五入”法求出近似数．20897600000 的千万位是 9，省略尾数后应该向亿位“进一”，所以写成 208 亿是错误的，31548200000 千万位是 4，省略尾数后不须向亿位进一，应该是 315 亿，但这只是近似数，应该用“≈”，错解错在用了“=”。

（2）题是改写成用“亿”作单位的数，不是求近似数，所以，分别写成 209 亿和 315 亿都是不合题意的。

（3）题改写成用“亿”作单位的数后再保留两位小数，省略了前一步也是不合题意的，应按题目要求进行改写。

还值得注意的是不要忘记写上“亿”字作单位。

3．分数和百分数

对分数和百分数的认识比整数难多了，我们这里讲的分数和百分数主要

包括分数、百分数的意义；分数的性质；分数大小的比较；分数、百分数和小数的互化等．如果没有很好地建立分数和百分数的概念，那么解答有关分数、百分数的概念题、比较分数的大小或进行分数、百分数和小数的互化，都会经常出现错误．但对分数和百分数的理解不是孤立地建立起来的，它是通过比较分数大小、进行分数、百分数和小数的互化等过程中逐步加深认识的。

例 1（1）判断题：把单位“1”分成若干份，表示这样一份或者几份的数，叫做分数．（　　）

（2）$1\frac{5}{8}$的分数单位是（　），共有（　）个这样的分数单位．

（3）写出一个比$\frac{1}{3}$大，又比$\frac{2}{3}$小的最简分数（　）．

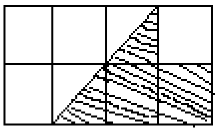
（4）分数单位是$\frac{1}{9}$的最大真分数是（　）．

（5）$\frac{3}{4}$和$\frac{5}{6}$比较，（　）的数值较大，（　）的分数单位较大．

（6）判断题：小于$\frac{5}{8}$的真分数有四个．（　）

（7）40个1%等于（　）$\frac{1}{10}$个，等于（　）$\frac{1}{5}$个．

（8）用分数表示图中的阴影部分是（　　）．



（9）十分位的一个单位，相当于十位上一个单位的（　　）．

①$\frac{1}{10}$，②$\frac{1}{100}$，③$\frac{1}{1000}$．

（10）判断题：大于$\frac{1}{11}$，小于$\frac{3}{11}$的分数有无数个．（　）

（11）判断题：分数的分子和分母都乘以或者除以相同的数，分数大小不变（　　）。

（12）$\frac{4}{9}$的分子加上8，要使分数值不变，分母应加上（　）．

[解]（1）×

（2）$\frac{1}{8}$，13

（3）$\frac{1}{2}$．或$\frac{2}{5}$、$\frac{3}{5}$、$\frac{3}{7}$、$\frac{4}{7}$、$\frac{3}{8}$、$\frac{5}{8}$…

（4）$\frac{8}{9}$

（5）$\frac{5}{6}$，$\frac{3}{4}$

（6）×

（7）4，2。

（8）$\frac{3}{8}$

（9）$\frac{1}{100}$．

（10）√

（11）×

（12）18．

[常见错误]

（1）√

（2）$\frac{1}{8}$，5．

（3）写不出或写的不对，如$\frac{3}{4}$、$\frac{1}{4}$等。

（4）$\frac{9}{9}$

（5）$\frac{3}{4}$，$\frac{5}{6}$

（6）√

（7）写不出。

（8）$\frac{4}{8}$．

（9）$\frac{1}{10}$或$\frac{1}{100}$．

（10）×

（11）√

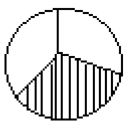
（12）8。

[分析]

产生上述错误的主要原因是对分数的有关概念不清楚。

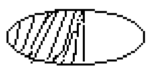
（1）题之所以判为“正确”，是因为对分数定义中的“平均”二字没有引起重视．这两个字在分数的定义中是很重要的，如果不是平均分就不可能建立分数的概念．如表示下面各图中的阴影部分的分数都是错误的．

$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{3}$

$\frac{3}{4}$



$\frac{1}{2}$

只有在平均分的情况下才能出现分数。

（2）题要写出$1\frac{5}{8}$的分数单位并不困难，但往往容易把它的分数单位的个数误写成5个，因为问的是$1\frac{5}{8}$所含的分数单位，而不是指$\frac{5}{8}$所含的分数单位．

（3）题因为再找不出一个分母为3的分数使它比$\frac{1}{3}$大，又比$\frac{2}{3}$小，所以有的学生找不出这个最简分数．最容易找的应该是$\frac{1}{2}$，因少$\frac{1}{3}$于一半，又$\frac{2}{3}$大于一半，这是很容易判断的．当然，比$\frac{1}{3}$大又比$\frac{2}{3}$小的最简分数有无数个．

（4）题如果忽视“真分数”就容易误写成$\frac{9}{9}$．

（5）题答错的原因是因为“数值”和“分数单位”的概念模糊．因为$\frac{3}{4}$和$\frac{5}{6}$通分后得和，所以$\frac{9}{12}<\frac{10}{12}$；所以$\frac{3}{4}<\frac{5}{6}$ ；$\frac{3}{4}$的分数单位是， 的分数单位是，所以的较大，即分母小的分数单位反而大。

（6）题之所以判为“正确”，是因为只想到分母为8的分数$\frac{4}{8}$、$\frac{3}{8}$、$\frac{2}{8}$、$\frac{1}{8}$．分母不为8的而小于$\frac{5}{8}$的真分数还有无限个，例如$\frac{5}{9}$、$\frac{5}{11}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{5}$…．

（7）题是因为对于小数数位间的关系没有掌握，故写不出．40 个1％即为40％，或0.4，$\frac{1}{10}$为0.1，所以40个1%等于4个$\frac{1}{10}$．$\frac{1}{5}$为等于4个$\frac{1}{10}$，等于2个$\frac{1}{5}$．

（8）题没有看出其中两块三角形只能拼成一块小正方形，故错写成$\frac{4}{8}$．

（9）题产生错误的原因和（7）题基本相同．因为十分位的一个单位是$\frac{1}{10}$，十位上一个单位是10，$\frac{1}{10}$相当于10的$\frac{1}{100}$．

（10）题产生错误的原因与上面（6）题是一致的，误认为$\frac{1}{11}$与$\frac{3}{11}$之间只有$\frac{2}{11}$．

（11）题判为“正确”的原因是对于分数的基本性质中的“零除外”没有引起足够的重视。

（12）题也是因为没有很好掌握分数的基本性质，误认为分子加上 8，分母也要加上 8．而要使分数的大小不变，分数的分子和分母都应乘以或除

以相同的数（零除外）．$\frac{4}{9}$的分子加上8，分子得12，即$4\times3=12$，所以，要使分数值不变，分母也应是 9×3=27，27 比 9 多 18，所以分母应加上 18．

通过上述分析，我们发现，产生错误的主要原因是对于分数的意义、分数的基本性质没有很好理解和掌握，而分数意义和性质的理解和掌握又必须通过大量的实例去领会，单纯靠死记硬背是难以达到这一目的的．

例2（1）七成五 $=（\quad）\%=\frac{(\,)}{20}=\frac{3}{(\,)}=\underset{\text{小数}}{(\,)}$．

（2）$0.5=\frac{(\,)}{16}=3\div（\quad）=（\quad）:10=（\quad）\%$．

（3）$3\div4=\frac{(\,)}{8}=\underset{\text{小数}}{(\,)}=（\quad）\%$．

（4）$4\frac{1}{2}=4\frac{3}{(\,)}=3\frac{(\,)}{2}=\frac{108}{(\,)}$．

[解]（1）七成五 $=75\%=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}=0.75$．

（2）$0.5=\frac{8}{16}=3\div6=5:10=50\%$．

（3）$3\div4=\frac{6}{8}=0.75=75\%$

（4）$4\frac{1}{2}=4\frac{3}{6}=3\frac{3}{2}=\frac{108}{24}$．

[常见错误]

这类题的解答错误是填不出或填错了数．

[分析]

产生错误的主要原因是对分数（包括成数）、小数、百分数的互化；除法与分数的关系；假分数与带分数的互化；分数的基本性质及比与除法的关系等知识没有理解和掌握．

如以（1）题为例，七成五就是十分之七点五即为 75%，化成分数为$\frac{15}{20}$或$\frac{3}{4}$，化成小数为0.75．

例3（1）甲数是40的$\frac{2}{5}$，乙数的$\frac{2}{5}$是40，甲数是乙数的（）%．

（2）甲数是乙数的$\frac{5}{8}$，甲数比乙数少（　）%．

（3）1千克的$\frac{4}{5}$和（）千克的$\frac{1}{5}$相等．

（4）从甲地到乙地，甲每小时行全程的$\frac{1}{8}$，乙每小时行全程的$\frac{1}{7}$．行完全程乙比甲少用（　　）小时．

[解]（1）16%．

（2）37.5%．

（3）4．

（4）1．

[常见错误]

（1）求错了甲数与乙数而写错了百分数．

（2）3%．

（3）1．

（4）$\frac{1}{56}$．

[分析]

这里都由于没有正确理解题意而产生了上述一些错误．（1）题的甲数是$40\times\frac{2}{5}=16$，乙数是$40\div\frac{2}{5}=100$，所以甲数是乙数的16%．（2）题甲数是乙数的$\frac{5}{8}$，那么甲数比乙数少$\frac{3}{8}$，而不是3%．（3）题1千克的$\frac{4}{5}$是$\frac{4}{5}$千克，$\frac{4}{5}\div\frac{1}{5}=4$千克，所以括号内应填4．（4）题应先求出甲、乙各行全程要多少小时．甲每小时行全路的$\frac{1}{8}$，行全程要8小时，乙每小时行全路的$\frac{1}{7}$，行全程要7小时，所以行完全程乙比甲少用1小时．

例4（1）把$0.\dot{6}$、$\frac{3}{5}$、60.6%和0.67用“＞”连结起来

（2）在4.6、$4\frac{5}{8}$、$4.\dot{6}\dot{7}$和467.5%四个数中，最大的数是（　），最小的数是（　　）．

（3）在$\frac{1}{2}$、$\frac{2}{3}$、$\frac{7}{9}$、$\frac{6}{13}$中，（　）分数值最大，（　）分 数值最小．

（4）把$\frac{7}{8}$、$0.\dot{8}\dot{7}$、八成五、87.6%、0.87各数按从大到小的顺序排列，排在第二个的数是（　　），排在第四个的数是（　　）．

（5）把$5.7\dot{5}$、5.75%、$5\frac{3}{4}$、$5.\dot{7}\dot{5}$按从大到小的顺序排列，并用“＞”连接起来是（　　）．

（6）下列各式排列正确的是（　　）．

A．1.6%＜$\frac{4}{25}$＜$0.\dot{1}\dot{6}$ B．$\frac{4}{25}$＞$0.\dot{1}\dot{6}$＞1.6%

C．$0.\dot{1}\dot{6}$＜$\frac{4}{25}$＜1.6% D．1.6%＞$\frac{4}{25}$＞$0.\dot{1}\dot{6}$

[解]

（1）0.67＞$0.\dot{6}$＞60.6＞$\frac{3}{5}$．

（2）$4.\dot{6}\dot{7}$，4.6．

（3）$\frac{7}{9}$，$\frac{6}{13}$．

（4）$0.8\dot{7}$，$\frac{7}{8}$．

（5）$5.\dot{7}\dot{5}$＞$5.7\dot{5}$＞$5\frac{3}{4}$＞5.75%．

（6）A．

[常见错误]

排列顺序出现错误．

[分析]

本例很多情况下小数、分数和百分数混在一起，要分辨它们的大小是有一定困难，特别是其中出现了循环小数的时候，更增加了比较的难度．

（1）题全部化成小数为$0.\dot{6}$、0.6、0.606和0.67，其中$0.\dot{6}$为0.666…，它的排列应为 0.67＞0.666…＞0.606＞0.6．

（2）题全部化为小数为4.6、4.625、$4.\dot{6}\dot{7}$和4.675，其中$4.\dot{6}\dot{7}$ = 4.6767…，故$4.\dot{6}\dot{7}$最大，4.6最小．

（3）题中$\frac{2}{3}$和$\frac{7}{9}$均大于$\frac{1}{2}$，而$\frac{2}{3}$和$\frac{7}{9}$比较，$\frac{2}{3}$为$\frac{6}{9}$，故$\frac{2}{3}$＜$\frac{7}{9}$；$\frac{6}{13}$小于$\frac{1}{2}$．所以$\frac{7}{9}$分数值最大，$\frac{6}{13}$分数值最小．这里往往容易错误地认为$\frac{6}{13}$的分数值最大．

（4）题全部化成小数为0.875、$0.\dot{8}\dot{7}$、0.85、0.876和$0.8\dot{7}$，其中$0.\dot{8}\dot{7}$ =

$0.8787\cdots$，$0.8\dot{7} = 0.8777\cdots$．所以排列顺序应为$0.\dot{8}\dot{7}$＞$0.8\dot{7}$＞$0.876$＞$0.875$＞$0.85$，排在第二个的数是$0.8\dot{7}$，排在第四个的数是$0.875$，即$\frac{7}{8}$．

（5）题全部化成小数为$5.7\dot{5}$、0.0575、$5.\dot{7}\dot{5}$、5.，其中$5.\dot{7}\dot{5} = 5.7575\cdots$，$5.7\dot{5} = 5.7555\cdots$，所以排列顺序应为$5.\dot{7}\dot{5}$＞$5.7\dot{5}$＞$5.75$＞$0.0575$．

（6）题若将题目出现的数全部化为小数是：

A．0.016＜0.16＜$0.\dot{1}\dot{6}$ B．0.16＞$0.\dot{1}\dot{6}$＞0.016

C．$0.\dot{1}\dot{6}$＜0.16＜0.016 D．0.016＞0.16＞$0.\dot{1}\dot{6}$

所以除 A 以外，其余全是错的．

通过上述分析，我们不难发现，小数、分数、百分数之间比较大小，一般将分数（包括成数）和百分数化成小数比较方便，当其中含有循环小数时，可把循环小数先写成下面的形式，如 0.6=0.666…，这样就好比较了．

例 5 判断题

（1）$\frac{4}{3}$是倒数．（ ）

（2）分子分母颠倒位置，即为倒数．（ ）

（3）任何数都有它的一个倒数．（ ）

（4）$1\frac{3}{4}$的倒数是$1\frac{4}{3}$．（ ）

[解]

（1）×（2）×（3）×（4）×

[常见错误]

判断与上面的相反．

[分析]

倒数实际上指的是“互为倒数”，它表达了乘积为 1 的两个数之间的一种关系．所以，我们不能像（1）所说“$\frac{4}{3}$是倒数”或“$\frac{3}{4}$是倒数”，只能说$\frac{4}{3}$是$\frac{3}{4}$的倒数，或反过来说．也不能像（2）所说“分子分母颠倒位置，即为倒数”．只能说“除 0 以外的一个数的分子分母颠倒位置后所得的数，叫做这个数的倒数”．

因为 0 与任何数相乘，乘积都是 0，不会得“乘积为 1”的情况．所以，0 没有倒数，第（3）种说法是错误的．

同理，$1\frac{3}{4}$与$1\frac{4}{3}$的积也不是1，所以$1\frac{3}{4}$的倒数不是$1\frac{4}{3}$．求$1\frac{3}{4}$的倒数是先把

$1\frac{3}{4}$化成假分数$\frac{7}{4}$，它的倒数是$\frac{4}{7}$，所以$1\frac{3}{4}$的倒数是$\frac{4}{7}$．

例 6 判断题

（1）分母是 100 的分数叫做百分数．（　　）

（2）25%与 0.25 的意义相同．（　　）

[解]

（1）×（2）×

[常见错误]

判断与上面相反．

[分析]

（1）题虽说百分数的分母是 100，但我们不能用“分母是 100 的分数叫做百分数”来定义百分数．这是因为分数可以表示具体的量，如$\frac{73}{100}$米、$\frac{3}{4}$千克，也可以表示两个数量之间的倍数关系，如苹果重量是梨子重量的$\frac{4}{5}$．而百分数只表示“一个数是另一个数的百分之几的数”而不表示具体的量，所以说“分母是 100 的分数叫做百分数”是不确切的．

（2）题中 0.25 虽说也可以读成百分之二十五，但从意义上讲，25%表示的是“一个数是另一个数的 25%”，而小数 0.25 一般不表示这个意思．一个数的 25%一般不说成一个数的 0.25．所以 25%与 0.25 的数值相等，但意义却不相同．

例 7（1）判断题：甲数比乙数多 10%，则乙数比甲数少 10%．（　　）

（2）甲数比乙数多 25%，则乙数比甲数少（　　）%．

（3）判断题：生产 105 个零件，有 5 个不合格，合格率是 100%．（　　）

（4）把20增加它的$\frac{1}{5}$以后，再减少它的$\frac{1}{5}$，结果是（　）．

[解]（1）×

（2）20%．

（3）×

[常见错误]

（1）√

（2）25%．

（3）$\sqrt{\ }$

（4）20．

［分析］

（1）（2）题产生错误的原因是对百分数的意义和题意没有理解．甲数比乙数多 10%，即把乙数看成 100，甲数相当于 110．那么乙数是相当于甲数的$\frac{100}{110}$，所以说乙数比甲数少10%是错误的．同理甲数比乙数多 25%，即把乙数看成 100，甲数相当于 125．那么乙数是相当于甲数的$\frac{100}{125}$，所以乙数比甲数少$\frac{25}{125}$，即20%．

（3）题100个合格，合格率不是100%，因为合格率$=\frac{\text{合格数}}{\text{生产数}}$×100%，所以合格率应为$\frac{100}{105}$×100%≈95.24%．

（4）题中增加的$\frac{1}{5}$是指20的$\frac{1}{5}$，而减少的$\frac{1}{5}$是指24的$\frac{1}{5}$（因为20增加它的$\frac{1}{5}$以后为24），所以结果不会再是20．

它的算式是$20\times(1+\frac{1}{5})\times(1-\frac{1}{5})=19\frac{1}{5}$．

例 8 把 A、B、C、D、E、F 填入适当的括号里．

（ ）＞（ ）＞（ ）＞（ ）＞（ ）＞（ ）

$A=10+1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{1000}$．

B=10-1-0.1-0.01-0.001-0.0001．

$C=10\times1\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{100}\times\frac{1}{1000}\times\frac{1}{1000}$．

D=10÷1÷0.1÷0.01÷0.001÷0.0001．

E=10×11×12×13×14．

F=10÷10÷12÷13÷14．

［解］

先分为大于 10 和小于 10 的两大类：大于 10 的有 A、D、E；小于 10 的有 B、C、F，而大于 10 的 A 不会超过 12；D 是把 10 扩大 10 倍，再扩大 100 倍，再扩大 1000 倍，再扩大 10000 倍；E 是把 10 扩大 11 倍，再扩大 12 倍，再扩大 13 倍，再扩大 14 倍．所以 D＞E＞A．而小于 10 的 B 不会小于 8；C 是把 10 缩小 10 倍，再缩小 100 倍，再缩小 1000 倍，再缩小 10000 倍；F 是把 10 缩小 11 倍，再缩小 12 倍，再缩小 13 倍，再缩小 14 倍．所以 B＞F＞C．即

（D）＞（E）＞（A）＞（B）＞（F）＞（C）．

[常见错误]

（C）＞（E）＞（A）＞（D）＞（F）＞（B）．

[分析]

产生这种错误的原因是误以为凡是乘和加的结果肯定增大，凡是除或减的结果肯定缩小．殊不知一个数乘以$\frac{1}{10}$是缩小10倍，除以0.1是扩大10倍．

二、四则计算

四则计算包括整数、小数、分数的四则计算及混合运算，它是小学阶段学习的重要内容，而培养学生的四则计算能力是小学数学教学的一项重要任务．在小学数学的学习过程中，几乎天天都离不开计算．但它又是最容易发生错误的内容之一．基础知识掌握不牢、基本口算不熟练、数学概念模糊都会造成计算上的错误；由于思维不灵活、粗心大意也会造成计算错误；对于教材中的难点、易混淆的问题、计算过程复杂的内容更容易发生计算错误．因此要达到“正确、迅速、合理、灵活”的要求，确实是一件不容易的事情．

1．整、小数的四则计算

小数四则计算是在掌握整数四则计算的基础上进行学习的，它们之间有着密切联系．因此，解题的许多常见错误也是共同的，例如对位问题．而小数四则计算中小数点的处理，如加、减法中的小数点对齐；乘法中乘积中小数点的定位；除法中商的小数点的定位及除数是小数的计算法则等，都是最容易发生错误的地方．

（1）加法和减法

例 1 整数加法的意义是什么？整数减法的意义是什么？

[解]

整数加法的意义：把两个数合并成一个数的运算，叫做加法．

整数减法的意义：已知两个加数的和与其中的一个加数，求另一个加数的运算，叫做减法．

[常见错误]

整数加法的意义：求和的运算叫做加法．或把几个数合并成一个数的运算，叫做加法．

整数减法的意义：求剩余的运算叫做减法．

[分析]

定义应该是严格的，求和是用加法，求剩余也是用减法，但不能说求和就叫做加法，求剩余就叫做减法．另外，把几个数合并成一个数，实际上都是两两合并，如 3+5+8，是先算 3+5=8，再算 8+8=16，所以把两个数合并成一个数的运算定义为加法是确切的．

例 2 （1）8+2.16.

（2）7.43-5.

（3）0.008+1.2.

[解]（1）8+2.16＝10.16. （2）7.435＝2.43.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \underline{+2.16} \\ 10.16 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7.43 \\ \underline{-\ \ 5\ \ \ } \\ 2.43 \end{array}$$

（3）0.008+1.2＝1.208.

$$\begin{array}{l} 0.008 \\ \underline{+1.2\ \ \ } \\ 1.208 \end{array}$$

[常见错误]

（1）8+2.16＝2.24. （2）7.435＝7.38.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \underline{+2.16} \\ 2.24 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7.43 \\ \underline{-\ \ \ \ 5} \\ 2.38 \end{array}$$

（3）0.008+1.2=2 或 0.008+1.2＝1.2008.

$$\begin{array}{r} 0.008 \\ \underline{+\ \ \ 1.2} \\ 2.0 \end{array}$$

[分析]

上述错误主要是在整、小数的加减计算中，没有把相同的数位对齐，产生错误的原因有：①对小数的数位概念没有理解和掌握；②小数加减法法则掌握不牢；③受整数加减法法则的影响．因为整数加减法中相同的数位对齐，即是末位数字对齐，因此误认为小数加减法也是末位数字对齐，造成一定的干扰．实际上整数和小数加减法都要把相同的数位对齐，因为整数的末位都是个位数，只要把末位数对齐，那么相同的数位就对齐了．而小数的末位数的数位是不固定的，不能用末位数对齐的方法使相同的数位对齐．最好的办法是把小数点对齐．小数点对齐了，相同的数位也就对齐了尽管上面的（1）（2）题中的“ 8 ”和“ 5 ”都是整数，但由于整数的小数点是在个位的右

[1] ①整数计算中也有相同数位没有对齐的错误，但不常见，故没有举例.

下角，实际上$8+2.16$可看作$\begin{array}{r}8.00\\ +2.16\\ \hline\end{array}$，$7.43-5$可以看作$\begin{array}{r}7.43\\ -5.00\\ \hline\end{array}$．这样写算式就不会发生错误了．

例 3（1）285+179．

（2）3602-854．

（3）8.268+7.853．

（4）7.28-6.935．

[解]（1）285+179=464．（2）3602-854=2748．

$$\begin{array}{r}285\\ +179\\ \hline 464\end{array}\qquad\qquad \begin{array}{r}3602\\ -\ 854\\ \hline 2748\end{array}$$

（3）8.268+7.853＝16.121

$$\begin{array}{r}8.268\\ +\ 7.853\\ \hline 16.121\end{array}$$

（4）7.28-6.935=0.345．

$$\begin{array}{r}7.28\\ -\ 6.935\\ \hline 0.345\end{array}$$

[常见错误]

（1）285+179=354．（2）3602-854=2858．

$$\begin{array}{r}285\\ +179\\ \hline 354\end{array}\qquad\qquad \begin{array}{r}3602\\ -\ 854\\ \hline 2858\end{array}$$

（3）8.268+7.853=15.011．（4）7.28-6.935=0.355．

$$\begin{array}{r}8.268\\ +\ 7.853\\ \hline 15.011\end{array}\qquad\qquad \begin{array}{r}7.28\\ -\ 6.935\\ \hline 0.355\end{array}$$

[分析]

整、小数加减计算，在进位加法和退位减法中，忘记加上进位“1”或忘记减去退位“1”，这是经常发生的计算错误．上例中的（1）、（2）、（3）题都是这类型错误，特别是第（2）题的十位是 0 减 5，只注意了退 1 当 10，减 5 得 5，忘记了先要减去个位不够减退的“1”，应该是 9 减 5 得 4．第（4）题的千分位不够减，应从百分位退“1”，错解中是直接把 5 写下来，因此百

分位没有减去退的1，因此误把“4”写成了“5”．

例4（1）4.35+ 5.65．

（2）64.7-63.9．

[解]

（1）4.35+5.65=10．（2）64.7-63.9=0.8．

$$\begin{array}{r} 4.35 \\ +5.65 \\ \hline 10.\cancel{0}\cancel{0} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64.7 \\ -63.9 \\ \hline 0.8 \end{array}$$

[常见错误]

（1）4.35+5.65=10.00．4.35＋5.65＝1．

$$\begin{array}{r} 4.35 \\ +5.65 \\ \hline 10.00 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 4.35 \\ +5.65 \\ \hline 1\cancel{0}.\cancel{0}\cancel{0} \end{array}$$

（2）64.7-63.9＝8.64．7-63.9=00.8．

$$\begin{array}{r} 64.7 \\ -63.9 \\ \hline 8 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 64.7 \\ -63.9 \\ \hline 00.8 \end{array}$$

[分析]

解（1）得数为10.00应划去小数末尾的0，得数为$1\cancel{0}.\cancel{0}\cancel{0}$又不该划去个位位的0；错解（2）得数8应该是在十分位上的8，应记上小数点，并在整数部分写0，得数00.8又在整数部分多写了一个0，因为整数部分没有数写一个0就可以了，写多了就是多余的了．所以，在小数计算里要特别注意0的处理．

例5（1）3005-632．

（2）40003-21208。

（3）9-4.25．

[解]（1）3005-632=2373．（2）40003-21208＝18795。

$$\begin{array}{r} 3005 \\ -\ 632 \\ \hline 2373 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 40003 \\ -21208 \\ \hline 18795 \end{array}$$

（3）9-4.25=4.75．

$$\begin{array}{r} 9 \\ -4.25 \\ \hline 4.75 \end{array}$$

[常见错误]

（1）3005-632=3633．（2）40003-21208=19805

$$\begin{array}{r} 3005 \\ -\ \ 632 \\ \hline 3633 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 40003 \\ -21208 \\ \hline 19805 \end{array}$$

（3）9-4.25=5.25．

$$\begin{array}{r} 9 \\ -4.25 \\ \hline 5.25 \end{array}$$

[分析]

在加减计算中，减法难于加法，特别是减法中有连续退位的，如果要隔位退位就更难了．上面三例都是要隔位退位的．（1）题十位不够减要从千位退一；（2）题个位不够减要从万位退一；（3）题百分位不够减要从个位退一．因此由于一时不好填什么数就出现了像（1）、（3）题那样把减数直接写下来的错误；或像（2）题那样从万位退一到千位、百位、十位都作 10 的错误．如果掌握了退位的方法就不会发生类似的错误了．如（3）题$9-4.25$可看成$\begin{array}{r} 9.00 \\ -4.25 \\ \hline \end{array}$，按连续退位的方法进行计算就会得到 4.75．

例 6（1）782+1359+608+451．

（2）3.14+87.6+2.96+8.35．

[解]

（1）782+1359+608+451=3200．

$$\begin{array}{r} 782 \\ 1359 \\ 608 \\ +_{2}4_{2}5_{2}1 \\ \hline 3200 \end{array}$$

（2）3.14+87.6+2.96+8.35=102.05．

$$\begin{array}{r} 3.14 \\ 87.6 \\ 2.96 \\ +\ _{2}4_{2}5_{2}1 \\ \hline 102.05 \end{array}$$

[常见错误]

（1）782+1359+608+451＝3190．

$$\begin{array}{r} 782 \\ 1359 \\ 608 \\ +\ 451 \\ \hline 3190 \end{array}$$

（2）3．14+87．6+2．96+8．35＝103．15．

$$\begin{array}{r} 3.14 \\ 87.6 \\ 2.96 \\ +\ 8.35 \\ \hline 103.15 \end{array}$$

[分析]

在连加计算中，因为需要计算的数多，在进位时，有时不止向前一位进“1”，有时需要进“2”或“3”或更大的数．但学生对“满十进一”的印象比较深刻，误认为都是向前一位进“1”，因此出现上述错误．为了防止这类错误，进位时，可以把进上几记上一个小数字，以防忘记．

（2）乘法

例 1 整数乘法的意义是什么？

[解]

整数乘法的意义：求几个相同加数和的简便运算，叫做乘法

[常见错误]

整数乘法的意义：求积的运算．

[分析]

和前面分析的一样，定义是严格的，求积是用乘法计算，但我们不能说求积就是乘法．

例 2 小数乘法的意义与整数乘法的意义相同吗？

[解]

不完全相同．

［常见错误］

相同．

［分析］

因为小数乘法有两种情况．一是小数乘以整数，它的意义与整数乘法的意义相同，就是求几个相同加数的和的简便运算．如 3.5×4，就是求 4 个 3.5 的和的简便运算；二是一个数乘以小数，它的意义是求这个数的十分之几、百分之几，千分之几…，就不能理解为求相同加数的和的简便运算了．如 3.5×0.23，就是求 3.5 的百分之二十三是多少．所以，不能说小数乘法的意义与整数乘法的意义相同．

例 3（1）216×28．

（2）345×308．

［解］（1）216×28=6048．（2）345×308＝106260．

216
×28
1728
432
6048

345
×308
2760
1035
106260

［常见错误］

（1）216×28＝2160．（2）345×308＝13110．

216
×28
1728
432 ……对位错误
2160

345
×308
2760
1035 ……对位错误
13110

［分析］

多位数的乘法计算，部分积的位置错误是经常发生的，如（1）题中乘数十位上的“2”与 216 相乘得 432，是 432 个 10，即 4320，所以 2 应该写在

十位上．（2）题中乘数百位上的“ 3 ”与 345 相乘得 1035，是 1035 个 100，即 103500，所以 5 应该写在百位上．关键是要记住“ 用乘数哪一位上的数去乘，乘得的数的末位就要和那一位对齐 ”．

例 4（1）801×5

（2）2008×6．

（3）370×20．

（4）4100×50．

［解］

（1）801×5=4005。（2）2008×6=12048。

$$\begin{array}{r} 801 \\ \times \quad 5 \\ \hline 4005 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2008 \\ \times \quad 6 \\ \hline 205000 \end{array}$$

（3）370×20＝7400。（4）4100×50＝205000。

$$\begin{array}{r} 370 \\ \times\ 20 \\ \hline 7400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4100 \\ \times\ \ 50 \\ \hline 205000 \end{array}$$

［常见错误］

（1）801×5＝405。（2）2008×6＝1248。

$$\begin{array}{r} 801 \\ \times\ 5 \\ \hline 405 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2008 \\ \times \quad 6 \\ \hline 1248 \end{array}$$

（3）370×20=740。（4）4100×50=20500。

$$\begin{array}{r} 370 \\ \times\ \ 20 \\ \hline 740 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4100 \\ \times\ 50 \\ \hline 20500 \end{array}$$

［分析］

被乘数中间有 0 或被乘数和乘数末尾有 0 的乘法是多位数乘法中的难点。错解（1）没有用 5 与被乘数的 0 相乘，被乘数的 8 是在百位上，表示 8 个百，与 5 相乘应得 40 个百，即 4 个千，4 要写在千位，现在错把 4 写在了百位上，原因是漏乘了“ 0×5=0 ”这一步。同理错解（2）也是漏乘了“ 0×6 ”（10 位上的 0）和“ 0×6 ”（百位上的 0）两步。

（3）、（4）题被乘数和乘数末尾都有 0，计算时只要将 0 前面的数相乘，然后再看被乘数和乘数末尾共有几个 0，就在积的末尾也添上几个 0。如

370×20 洗用 37×2=74，再添上两个 0 得 7400。4100×50，先用 41×5=205，再添上三个 0 得 205000。其理由是因为 4100 看成 41，缩小 100 倍，50 看成 5 缩小 10 倍，那么 41×5 的积比 4100×50 的积也缩小了 100×10=1000 倍，所以要将 41×5 的积扩大 1000 倍，即添上三个 0。如果明白了这个道理就不会出现少添 0 或多添 0 的错误。

例 53.18×16。

[解]

3.18×16＝50.88。

$$\begin{array}{r} 3.18 \\ \times\ 16 \\ \hline 1908 \\ 318 \\ \hline 50.88 \end{array}$$

[常见错误]

3.18×16＝5088。

$$\begin{array}{r} 3.18 \\ \times\ 16 \\ \hline 1908 \\ 318 \\ \hline 5088 \end{array}$$

[分析]

积里忘记点上小数点，这种错误比加减法里忘记点上小数点的错误要多，因为做小数加减时，可以边计算边点上小数点，而做小数乘法时，则需做完乘法后，再在积里点上小数点。这样很容易忘记在积里点上小数点。

例 6（1）3.6×4.8。

（2）1.75×3.4。

（3）0.34×0.26。

（4）0.73×0.08。

[解]（1）3.6×4.8=17.28。（2）1.75×3.4=5.95。

3.6
×4.8
288
144
17.28

1.75
× 3.4
700
525
5.95$\cancel{0}$

（3）0.34×0.26＝0.0884。（4）0.73×0.08＝0.0584。

0.34
×0.26
204
68
0.0884

0.73
×0.08
0.0584

［常见错误］

（1）3.6×4.8=172.8（2）1.75×3.4=0.595。

3.6
×4.8
288
144
17.28

1.75
×3.4
700
525
0.595$\cancel{0}$

（3）0.34×0.26＝0.884。（4）0.73×0.08＝0.584。

0.34
×0.26
204
68
0. 884

0.73
×0.08
0.584

［分析］

小数乘法计算，最容易出现的错误是积里小数点的位置点错。（1）题错把积里的小数点和因数里的小数点对齐，这是因为：①受小数加减法‘小数点对齐”的影响；②小数乘以整数积里的小数点和被乘数的小数点也是对齐的，如 3.6×48=172.8；③正好 3.6×4.8 中被乘数和乘数的小数点是对齐的，因而粗心者很容易不自觉地把积里的小数点也与它们的小数点对齐。

（2）题应该是在积里先点上小数点，再去掉小数末尾的 0。不能先去掉末尾的 0 再数数位点上小数点。

（3）题积里的小数位数不够要用 0 补足。

积里小数点的确定是“看因数一共有几位小数，就从积的右边起数出几位，点上小数点。位数不够的，要在前面用 0 补足”。

（4）题错把 0.08 看成一位小数，误认为被乘数和乘数一共是三位小数，所以在积里也就错误地点上三位小数。

例 7 张大妈到菜场买白菜 2.7 千克，每千克价 1.87 元，应付多少元？

[解]2.7×1.87≈5.05（元）。

$$\begin{array}{r} 2.7 \\ \times 1.87 \\ \hline 189 \\ 216 \\ 27 \\ \hline 5.049 \end{array}$$

答：应付 5.05 元。

[常见错误]

2.7×1.87=5.049（元）

$$\begin{array}{r} 2.7 \\ \times 1.87 \\ \hline 189 \\ 216 \\ 27 \\ \hline 5.049 \end{array}$$

答：应付 5.049 元。

[分析]

这道题的列式和计算都没有错误，而是在实际应用中，人民币的币值计算只能精确到分，因此，这类题目需用“四舍五入法”求出近似值。

（3）除法

例 1（1）3286÷44。

（2）3286÷46

（3）780÷15。（4）165÷24。

[解]（1）3286544÷74……30。

$$\begin{array}{r} 74 \\ 44\overline{)3286} \\ \underline{308} \\ 206 \\ \underline{176} \\ 30 \end{array}$$

（2）3286÷46=71……20。

$$\begin{array}{r} 71 \\ 46\overline{)3286} \\ \underline{322} \\ 66 \\ \underline{46} \\ 20 \end{array}$$

（3）780÷15=52（4）165÷24=6……21。

$$\begin{array}{r} 52 \\ 15\overline{)780} \\ \underline{75} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ 24\overline{)165} \\ \underline{144} \\ 21 \end{array}$$

［常见错误］

（1）3286÷44=81……22。

$$\begin{array}{r} 81 \\ 44\overline{)3286} \\ \underline{352} \\ 66 \\ \underline{44} \\ 22 \end{array}$$

把44看作40试商，首位商8。

（2）3286÷46=60……26。

$$\begin{array}{r} 60 \\ 46\overline{)3286} \\ \underline{276} \\ 26 \end{array}$$

把46看作50试商，首位商6。

（3）780÷15=32。

$$\begin{array}{r} 32 \\ 15\overline{)780} \\ \underline{45} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

把15看作20试商，首位商3。

（4）165÷24=8……3。

$$\begin{array}{r} 8 \\ 24\overline{)165} \\ \underline{162} \\ 3 \end{array}$$

把24看作20试商，商8。

［分析］

上述各题都是试商不准而造成计算错误，因为商一般是“试”出来的，没有固定的法则，很难一次试准。为了提高试商的准确性，一般的教材是采用把除数用“四舍五入”法看成整十或整百的方法试商，但是用这种方法试商，有几个地方值得注意。这里我们重点只研究除数是两位数的除法：

从（1）、（2）题来看，用“四舍五入”法看成整十数后，比原除数增加或减少的数较大时如（44 看成 40 就少了 4；46 看成 50 也多了 4），很可能出现试商不准的现象。如果（1）题改为 3286÷41，那么把 41 看成 40 试商 8 就准了；（2）题改为 3286÷49，那么把 49 看成 50 试商 6 也准了。因此，凡除数个位数是 4、5、6 的，采用“四舍五入”法试商，很可能出现初商过大或过小的现象，即“四舍”试商可能初商过大；“五入”试商可能初商过小。

从（3）、（4）题来看，它们试商的准确性更小（3）题是初商 2 不准，而要改 5；（4）题是初商 8 不准，而要改商 6。这是什么原因呢？这主要是因为除数十位上的数较小的缘故，如果除数十位上的数是 1 或 2，个位上又是 4、5、6，那么用“四舍五人”法试商就很不准确了。

因此，除数十位上的数愈小，把它看作整十数试商的准确性就愈小。我们可以用提高十位数是 1、2 的两位数乘以一位数口算能力的方法，使这类题的试商更准确，即直接用口算求商，不必再把除数“四舍五人”看成整十数。

例 2（1）7622÷37。

（2）7313÷43。

（3）2500÷20。

［解］（1）7622÷37=206。

$$\begin{array}{r} 206 \\ 37\overline{)7622} \\ 74 \\ \hline 222 \\ 222 \\ \hline 0 \end{array}$$

（2）7313÷43=170……3。（3）2500÷200＝12……100。

$$\begin{array}{r} 170 \\ 43\overline{)7313} \\ 43 \\ \hline 301 \\ 301 \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ 2\cancel{0}\cancel{0}\overline{)25\cancel{0}\cancel{0}} \\ 2 \\ \hline 5 \\ 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

[常见错误]

（1）7622÷37=26。（2）7313÷43=17……3。

$$\begin{array}{r} 26 \\ 37\overline{)7622} \\ 74 \\ \hline 222 \\ 222 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ 43\overline{)7313} \\ 43 \\ \hline 301 \\ 301 \\ \hline 3 \end{array}$$

（3）2500÷200=12……1。或 2500÷200=1200……100。

$$\begin{array}{r} 12 \\ 2\cancel{0}\cancel{0}\overline{)25\cancel{0}\cancel{0}} \\ 2 \\ \hline 5 \\ 4 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1200 \\ 2\cancel{0}\cancel{0}\overline{)25\cancel{0}\cancel{0}} \\ 2 \\ \hline 5 \\ 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

[分析]

漏掉商中间或商末尾的零是多位数除法中常见的错误。除法法则中规定“哪一位不够商 1，就在那一位上写 0”，为了避免上述错误的产生，要强调“求出商的最高位后，除到被除数的哪一位不够商 1，就随时在商的那一位上面写 0，不要等到全部除完后再补 0”。如（1）题求出商的百位“2”后，

22÷37 不够商 1，随时在商的十位上写上 0，再将 222÷37，在个位商 6。如果养成了这种“随时写 0”的习惯，就会避免出现漏写商中间的零的错误。

商末尾的零也是容易漏写的，特别像（2）题这一类题，被除数个位上的数不够除时而有余数就更容易发生错误，因为它很容易与 734÷43 混淆，我们比较一下下面的两个竖式就清楚了。

$$\begin{array}{r} 170 \\ 43\overline{)7313} \\ \underline{43} \\ 301 \\ \underline{301} \\ 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ 43\overline{)734} \\ \underline{43} \\ 304 \\ \underline{301} \\ 3 \end{array}$$

式商的个位应商 0 得 170，即商 0 以后余 3。而右式是商 7 以后余 3。所以要避免漏掉商末尾的零，仍然是要强调“哪一位不够商 1，就在那一位上写 0”。

（3）题左式的错误主要是余数写错，如果不用简便方法就发现了错误所在：

$$\begin{array}{r} 12 \\ 200\overline{)2500} \\ \underline{200} \\ 500 \\ \underline{400} \\ 100 \end{array}$$

从上式中也可发现错解右式中商里多写了两个 0 的错误。

例 3（1）34.5÷5。

（2）10÷4。

[解]

（1）34.5÷5=6.9（2）10÷4＝2.5。

$$\begin{array}{r} 6.9 \\ 5\overline{)34.5} \\ \underline{30} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2.5 \\ 4\overline{)10} \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

[常见错误]

（1）34.5÷5=69。（2）10÷4=25。

$$
\begin{array}{r}
69\\
5\overline{)34.5}\\
\underline{30}\\
45\\
\underline{45}\\
0
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
25\\
4\overline{)10}\\
\underline{8}\\
20\\
\underline{20}\\
0
\end{array}
$$

［分析］

以上两题的错误都是忘记在商里点上小数点。发生这种错误，除受整数除法的影响外，主要原因是对小数除法法则不理解。第（2）题更容易出错，因为在被除数里本来就没有点上小数点，在余数后面补 0 继续除，也不需记上小数点，因此最容易把商里的小数点丢掉。

例 41.84÷23。

［解］

1.84÷23=0.08。

$$
\begin{array}{r}
8\\
23\overline{)1.84}\\
\underline{184}\\
0
\end{array}
$$

［常见错误］

1.84÷23=8。或 1.84÷23=0.8。

$$
\begin{array}{r}
8\\
3\overline{)1.84}\\
\underline{184}\\
0
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
0.8\\
23\overline{)1.84}\\
\underline{184}\\
0
\end{array}
$$

［分析］

在商里如果整数部分和十分位都不能商数时，要用 0 来补足数位，并点上小数点如果写商时没有用 0 来补足数位，就容易忘记点上小数点。后种解法虽然点上了小数点，但因为十分位没有用 0 补位，“8”实际上是写在十分位上，所以也错了。因为在整数除法里，要先商出最高位后，如果某一位不能商数才用 0 补位，而在小数除法里就不是这样，这是值得十分注意的。如 184÷23，就直接在个位商 8，不要在十位和百位补 0，只有当 540÷5 时，百位商 1，十位不能商数补 0，个位商 8 得 108。要注意两种除法商的写法上

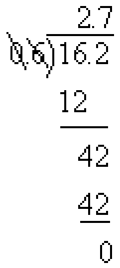
的区别.

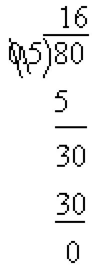
例 5（1）16.2÷0.6

（2）8÷0.5

［解］

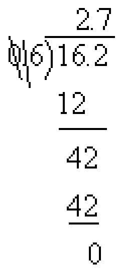
（1）16.2÷0.6=27。（2）8÷0.5=16。

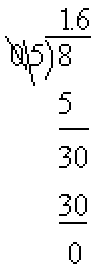




［常见错误］

（1） 16.2÷0.6=2.7。（2） 8÷0.5=1.6。





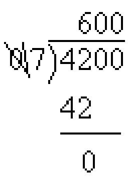
［分析］

上面两题的解答错误都是出现在除数是小数的除法里，商的小数点标错了位置。解题时，移动除数的小数点后，商里的小数点的位置，仍按原来被除数小数点的位置去确定，应该按被除数移动小数点后的小数点的位置来确定商里的小数点。如第（1）题，被除数 16.2 的小数向右移动一位成了 162，这个小数点可以不记，商就是 27，不是 2.7。第（2）题被除数 8 的小数点向右移动一位就成了 80，所以商是 16，不是 1.6。

例 6420÷0.7。

［解］

420÷0.7=600。



[常见错误]

420÷0.7=60。

```
       60
  0.7)420
      42
       0
```

[分析]

在小数除法法则里，如果除数是小数，不管被除数是小数还是整数，都要去掉除数的小数点，再移动被除数的小数点，如果被除数是整数，或者位数不够，就在被除数末尾用 0 补足。上面的错解就是没有在 420 后面补一个 0，因此商错成 60。

例 7（1）4.752÷0.054。

（2）187.6÷0.67。

[解]

（1）4.752÷0.054=88。（2）187.6÷0.67=280。

```
            88                     280
  0.054)4.752            0.67)187.60
        432                   134
         432                   536
         432                   536
           0                     0
```

[常见错误]

（1）4.752÷0.054=8.8（2）187.6÷0.67=28。

```
           8.8                    28
  0.054)4.752            0.67)187.6
        432                   134
         432                   536
         432                   536
           0                     0
```

[分析]

以上两题都是被除数的小数点移动错误。错解（1）的除数 0.054 是三位小数，而误看成两位小数，所以去掉小数点后被除数的小数点只向右移动了

两位，因此出现了商 8.8 的错误错解（2）是因为没有掌握法则，采用的方法是把被除数和除数的小数点一律去掉所造成的错误。

例 8（1）4÷32。

（2）34÷5。

［解］

（1）4÷32=0.125。（2）34÷5=6.8。

$$\begin{array}{r} 0.125 \\ 32\overline{)4.0} \\ \underline{32} \\ 80 \\ \underline{64} \\ 160 \\ \underline{160} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6.8 \\ 5\overline{)34} \\ \underline{30} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

［常见错误］

（1）4÷32=125。（2）34÷5=68。

$$\begin{array}{r} 125 \\ 32\overline{)40} \\ \underline{32} \\ 80 \\ \underline{64} \\ 160 \\ \underline{160} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 68 \\ 5\overline{)34} \\ \underline{30} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

［分析］

以上两类题是小数除法里最容易出错的题，因为被除数和除数都不是小数，而商却是小数。（1）题因为被除数的整数部分不够商数，必须先点上小数点再补 0，即把 4 写成 4.0，商 1 应该是在十分位上，1 的前面必须有小数点。（2）题更容易出错，因为不是直接在被除数后面补 0，是在余数后面补 0 再继续除，在被除数里根本没有小数点，所以应该在商过整数 6 之后，即在 6 的右下角点上小数点，再继续除，就不会出错。

例 91.5÷25。

［解］1.5÷25=0.06

$$\begin{array}{r} 0.06 \\ 25\overline{)1.50} \\ \underline{150} \\ 0 \end{array}$$

［常见错误］

1.5÷25=0.6

$$\begin{array}{r} 0.6 \\ 25\overline{)1.50} \\ \underline{150} \\ 0 \end{array}$$

［分析］

错解中丢掉了十分位上的 0，与整数除法里丢掉了商中间的 0 是一样的错误。因为整数部分不够除，被除数取到十分位时仍不够除，所以商的最高位应该写在百分位上，十分位应该用 0 占位，否则商错成 0.6。

综合上面各例，记错商里小数点的位置是小数除法中最常见的错误。小数除法可归结为两类：第一类是除数是整数的，关键是要把商里的小数点和被除数的小数点对齐。特别是遇到被除数也是整数，商是小数的情况，应注意被除数的整数末尾省略了小数点；第二类是除数是小数的，先移动除数里的小数点，使它变成整数，除数的小数点向右移动几位，被除数的小数点向右移动几位（位数不够的在末尾用“0”补足），然后按照除数是整数的法则进行计算。因移动小数点的情况较为复杂，容易出现错误。现将各种移动情况列举如下，以便区分。

$11.2 \div 1.4 \rightarrow 1.4\overline{)11.2}$

$11.2 \div 0.14 \rightarrow 0.14\overline{)11.20}$

$11.2 \div 0.014 \rightarrow 0.014\overline{)11.200}$,

$112 \div 1.4 \rightarrow 0.14\overline{)1120}$,

$112 \div 1.4 \rightarrow 0.14\overline{)112}$,

$1.12 \div 1.4 \rightarrow 0.14\overline{)1.12}$,

$1.12 \div 0.14 \rightarrow 0.014\overline{)1.120}$

$1.12 \div 0.014 \rightarrow 1.4\overline{)1.12}$

移动小数点后，除数都变成了整数，但被除数可能是整数，也可能是小

数，有的还要补 0。

例 10（l）一辆汽车每小时行 50 千米，0.5 小时行多少千米？

（2）一辆汽车 0.5 小时行 25 千米，每小时行多少千米？

［解］（1）50×0.5=25（千米）。

答：0.5 小时行 25 千米。

（2）25÷0.5=50（千米）。

答：每小时行 50 千米。

［常见错误］

（1）50÷0.5=100（千米）。

答：0.5 小时行 100 千米。

（2）25×0.5=12.5（千米）。

答：每小时行 12.5 千米。

［分析］

出现这类错误，主要是对小数除法的意义不理解。（l）题错误地认为每小时行 50 千米,那么 0.5 小时行了多少千米呢？0.5 小时只有 1 小时的一半，要用除法；（2）题又错误地认为半小时行 25 千米，那么 1 小时是 0.5 小时的 2 倍，要用乘法。所以错误的列式为（1）50÷0.5，(2)50×0.5。

例 11 求下面商的近似值，得数保留两位小数。

（1）2.7÷0.7。（2）4.4÷1.3。

〔解〕

（1）2.7÷0.7≈3.86。（2）4.4÷1.3≈3.38

```
        3.857              3.384
0.7)2.7             1.3)4.4
    21                  39
     60                  50
     56                  39
      40                 110
      35                 104
       50                  60
       49                  52
        1                   8
```

［常见错误］

（1）2.7÷0.7≈3。85

```
      3.85
0.7)2.7
    21
     60
     56
      40
      35
       5
```

（2）4.4÷1.3≈3.39

```
       3.3846
1.3)4.4
    39
     50
     39
      110
      104
        60
        52
         80
         78
          2
```

［分析］

求商的近似值时，要除到比需要保留的数位多一位，如果这一位是 4 或 4 以下的数，则把它舍去；如果这一位是 5 或 5 以上的数，则把它舍去后并向前一位进一，即用“四舍五人法”求出商的近似值。错解（l）只除到了第二位小数（题目要求保留两位小数），就舍去了第三位小数，因为还不知道第三位小数是几，是“舍”还是“入”并不知道，结果出错；错解（2）又多除了一位，除到了第四位小数，并且第四位小数是“6”向前一位进“1”，第三位小数成了“5”，又向前一位进“l”，所以错成了 3.39。

2．分数的四则计算

分数的四则计算，由于分数加减法中的通分问题，带分数的加减法，分数乘除法中的约分问题等都不容易一下理解和掌握，因此计算常常出现错

误。在分数四则计算中，很多计算过程都需口算，口算的错误率往往高于笔算。因此，分数四则计算的错误率一般要高于整小数的四则计算。再加之分数四则计算的复杂程度远远超过了整、小数的四则计算，所以，要熟练、准确地进行分数四则计算确实是不容易的。

（1）加法和减法

例 1

$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$，$\frac{2}{3}+\frac{5}{8}$

[解]

$$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{8}=\frac{16}{24}+\frac{15}{24}=\frac{31}{24}=\frac{17}{24}$$

[常见错误]

$$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{10}$$

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{8}=\frac{7}{11}$$

[分析]

为什么出现这样的错误呢？第一，受整、小数加减法的影响，误认为把数加起来就是它们的结果，于是产生了分子加分子、分母加分母的错误；第二，分数意义、分数单位的概念模糊，或者基本上没有弄清这些概念；第三，分数加法法则没有掌握。

例 2

$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$

[解]

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}.$$

[常见错误]

(1) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}=\frac{5}{12}$

(2) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}.$

［分析］

这种错误在刚开始学习异分母分数加法时经常发生。错解（1）是通分时分母扩大了，而分子没有扩大；（2）题虽然计算正确，但最后结果是假分数，应化成带分数。在小学阶段都要求这样做。

例 3

$\frac{3}{10}+\frac{4}{15}+\frac{7}{20}$.

［解］

$\frac{3}{10}+\frac{4}{15}+\frac{7}{20}=\frac{18}{60}+\frac{16}{60}+\frac{21}{60}=\frac{55}{60}=\frac{11}{12}$.

［常见错误］

（1）$\frac{3}{10}+\frac{4}{15}+\frac{7}{20}=\frac{18}{60}+\frac{16}{60}+\frac{7}{60}=\frac{41}{60}$.

（2）$\frac{3}{10}+\frac{4}{15}+\frac{7}{20}=\frac{18}{60}+\frac{16}{60}+\frac{21}{60}=\frac{55}{60}$.

［分析］

三个数相加，通分过程较繁。通分过程中经常出现有的分数分母扩大了而忘记分子也要扩大相同的倍数，如（1）解中就是$\frac{7}{20}$只把分母扩大了3倍，分子没有扩大，所以计算结果错了；而(2）解中最后结果是$\frac{55}{60}$没有约分，应约成$\frac{11}{12}$。因为在小学课本里，规定计算的最后结果能约分的，一定要约分。

例 4

（1）$3\frac{1}{10}+5\frac{3}{4}$.

（2）$10\frac{3}{7}+2\frac{1}{5}$.

［解］

（1）$3\frac{1}{10}+5\frac{3}{4}=3\frac{2}{20}+5\frac{15}{20}=8\frac{17}{20}$.

（2）$10\frac{3}{7}+2\frac{1}{5}=10\frac{15}{35}+2\frac{7}{35}=12\frac{22}{35}$.

［常见错误］

（1）$3\frac{1}{10}+5\frac{3}{4}=\frac{2}{20}+\frac{15}{20}=\frac{17}{20}$.

（2）$10\frac{3}{7}+2\frac{1}{5}=$ （$10+2$） $=\left(\frac{15}{35}+\frac{7}{35}\right)=12\frac{22}{35}$.

[分析]

带分数加法，要把它们的整数部分和分数部分分别相加，再把加得的数合并起来。错解（1）是漏写了整数部分，因为通分常常漏写了整数部分；错解（2）是在整数部分和分数部分分别相加时，中间错误地将“+”号写成了“ = ”号，即（$10+2$） $=\left(\frac{15}{35}+\frac{7}{35}\right)$**，这种写法显然是错误的。**

例 5

$\frac{7}{9}-\frac{2}{9}-\frac{5}{9}$.

[解]

$\frac{7}{9}-\frac{2}{9}-\frac{5}{9}=\frac{0}{9}=0$

[常见错误]

$\frac{7}{9}-\frac{2}{9}-\frac{5}{9}=\frac{0}{9}=9$.

[分析]

$\frac{0}{9}$**应等于**0**，等于**9**是错误的·出现这个错误的原因是不清楚分数单位的意义和**0**的意义·**$\frac{0}{9}$**可理解为**$0\div 9$**，当然得**0**·也可以这样想，**7**个**$\frac{1}{9}$**减去**2**个**$\frac{1}{9}$**，再减**5**个**$\frac{1}{9}$**，就没有了，应该得**0。

例 6

$5-\frac{3}{10}$

[解]

$5-\frac{3}{10}=4\frac{7}{10}$.

[常见错误]

$5-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$，或$5-\frac{3}{10}=5\frac{3}{10}$．

［分析］

产生上述错误是没有把整数化成假分数再减。前种错误把整数 5 当成$\frac{10}{10}$，减去$\frac{3}{10}$得$\frac{7}{10}$；后种错误是因为整数部分和分数部分分别相减，整数部分$5-0=5$，分数部分没有减，还是$\frac{3}{10}$，所以错成$5\frac{3}{10}$，应该把5写成$4\frac{10}{10}$，再减去$\frac{3}{10}$，那么整数部分与分数部分分别相减得$4\frac{7}{10}$．

例 7

$6-2\frac{5}{7}$．

［解］

$6-2\frac{5}{7}=5\frac{7}{7}-2\frac{5}{7}=3\frac{2}{7}$．

［常见错误］

$6-2\frac{5}{7}=4\frac{5}{7}$．

［分析］

这种错误在分数减法里最常见。以为用 6 减去 2，就已经从6里减去了减数，这种错误很容易“$6+2\frac{5}{7}=8\frac{5}{7}$”混淆，因为$6+2\frac{5}{7}=8\frac{5}{7}$是正确的，所以学生很难发现$6-2\frac{5}{7}=4\frac{5}{7}$是错误的·计算时应把6写成$5\frac{7}{7}$就不容易发生这种错误了·

例 8

$8\frac{1}{6}-5\frac{3}{4}$．

［解］

$8\frac{1}{6}-5\frac{3}{4}=8\frac{2}{12}-5\frac{9}{12}=7\frac{14}{12}-5\frac{9}{12}=2\frac{5}{12}$．

［常见错误］

(1) $8\frac{1}{6}-5\frac{3}{4}=8\frac{2}{12}-5\frac{9}{12}=3\frac{7}{12}$.

(2) $8\frac{1}{6}-5\frac{3}{4}=8\frac{2}{12}-5\frac{9}{12}=8\frac{14}{12}-5\frac{9}{12}=3\frac{5}{12}$.

(3) $8\frac{1}{6}-5\frac{3}{4}=8\frac{2}{12}-5\frac{9}{12}=7\frac{12}{12}-5\frac{9}{12}=2\frac{3}{12}=2\frac{1}{4}$.

(4) $5\frac{1}{6}-5\frac{3}{4}=8\frac{2}{12}-5\frac{9}{12}=\frac{14}{12}-\frac{9}{12}=\frac{5}{12}$.

[分析]

在带分数减法里，遇到分数部分不够时，要从被减数的整数部分取出 1（或 2）化成假分数，和被减数的分数部分合在一起再减，过程比较复杂，产生错误的机会较多。错解（1）是因为分数部分不够减，就倒过来减，当然错了；错解（2）已从被减数的整数8取出1化成$\frac{12}{12}$，但忘记把8改写成7；错解（3）从8里取出1化成$\frac{12}{12}$，但没有加上原来的$\frac{2}{12}$，应该写成$\frac{14}{12}$，再错写成$7\frac{12}{12}$；错解（4）是忘记了整数部分，把整数部分全丢了，只剩下分数部分，结果当然错了。初学带分数减法时，只有多练习这类题，以便形成熟练技巧，才能防止这类错误的产生。

（2）乘法

例 1

(1) $\frac{3}{4}\times 5$.

(2) $8\times\frac{3}{7}$.

[解]

(1) $\frac{3}{4}\times 5=\frac{3\times 5}{4}=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}$.

(2) $8\times\frac{3}{7}=\frac{8\times 3}{7}=\frac{24}{7}=3\frac{3}{7}$.

[常见错误]

（1） $\frac{3}{4}\times 5=\frac{3}{4\times 5}=\frac{3}{20}$，或 $\frac{3}{4}\times 5=\frac{3\times 5}{4\times 5}=\frac{15}{20}$．

（2） $8\times\frac{3}{7}=\frac{3}{8\times 7}=\frac{3}{56}$，或 $8\times\frac{3}{7}=\frac{8\times 3}{8\times 7}=\frac{24}{56}$．

［分析］

产生上述错误的原因是没有掌握分数与整数相乘的法则，初学时常有这种现象出现。在彻底了解这种乘法的意义或者学过分数乘以分数以后，整数可以写成分母为 1 的分数，这种现象就会减少。

例 2

$\frac{25}{48}\times\frac{8}{15}$

［解］

$$\frac{25}{48}\times\frac{8}{15}=\frac{\overset{5}{\cancel{25}}\times\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{6}{\cancel{48}}\times\underset{3}{\cancel{15}}}=\frac{5}{18}.$$

［常见错误］

$$\frac{25}{48}\times\frac{8}{15}=\frac{\overset{5}{\cancel{25}}\times\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{8}{\cancel{48}}\times\underset{3}{\cancel{15}}}=\frac{5}{24}.$$

［分析］

这类错误在学生计算分数乘法时比较普遍。在相互约分时，应该写约分后的得数，如例中 48 与 8 约分，是用 8 约分，8 约分后为 1（即 8÷8=l），48 约分后为 6（即 48÷8=6），错解中就误写成了 8。学生解题时常常用几约分就写几，因此结果就错了。

例 3

（1） $3\frac{3}{4}\times 2\frac{2}{3}$．

（2） $5\frac{4}{25}\times 5$．

（3） $3.6\times\frac{3}{4}$．

[解]

$$(1)\ 3\frac{3}{4}\times2\frac{2}{3}=\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}=10$$

$$(2)\ 5\frac{4}{25}\times5=\frac{129}{\underset{5}{\cancel{25}}}\times\overset{1}{\cancel{5}}=\frac{129}{5}=25\frac{4}{5}.$$

$$(3)\ 3.6\times\frac{3}{4}=\overset{0.9}{\cancel{3.6}}\times\frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}}=2.7.$$

[常见错误]

$$(1)\ 3\frac{3}{4}\times2\frac{2}{3}=3\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}\times2\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}=3\frac{1}{2}\times2=7.$$

$$(2)\ 5\frac{4}{25}\times5=\overset{1}{\cancel{5}}\frac{4}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{25}}}\times\overset{1}{\cancel{5}}=4$$

$$(3)\ 3.6\times\frac{3}{4}=\overset{\overset{1}{9}}{\cancel{3.6}}\times\frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}}=27.$$

[分析]

上面的错解都是没有掌握带分数乘法法则而造成的。在带分数加减法里，不必将带分数化成假分数，但在带分数乘法里，先要将带分数化成假分数再计算。错解（1）是没有把带分数化成假分数就约了分，造成计算错误；错解（2）也是没有把带分数化成假分数就进行了“约分”；第（3）题是小数和分数的混合运算，它可借助约分的方法进行约简。实际计算时，将 3.6 和 4 各除以 4,所以分别得 0.9 和 1。这需要有比较熟练的小数除法口算基础，否则就会出现将 3.6 约简成 9 的错误。

例 4

$$1\frac{4}{5}\times\frac{5}{8}\times10.$$

[解]

$$1\frac{4}{5}\times\frac{5}{8}\times10=\frac{9}{\underset{1}{\cancel{5}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{4}{\cancel{8}}}\times\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{1}=\frac{45}{4}=11\frac{1}{4}.$$

[常见错误]

$$1\frac{4}{5}\times\frac{5}{8}\times10=1\frac{4}{\cancel{5}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{8}}}\times\overset{5}{\cancel{10}}=5.$$

[分析]

产生上述错误的原因与上例一样。先应将$1\frac{4}{5}$化成$\frac{9}{5}$，也可以把10写成$\frac{10}{1}$，以避免约分中的错误。

例 5

一本故事书有120页，看了$\frac{2}{5}$，看了多少页？（只列算式）

[解]

$120\times\frac{2}{5}$.

[常见错误]

$120\div\frac{2}{5}$.

[分析]

这种错解是受解整数应用题思维的影响.只看了$\frac{2}{5}$，看了的页数肯定少于120 页。在整数除法里是“越除越少”，所以此题错误地认为要用除法解答，如果用乘法解答，会“越乘越多”.原因是没有理解一个数乘以分数的意义，因为一个数乘以分数就是求这个数的几分之几是多少。

（3）除法

例 1

$\frac{5}{8}\div 4$.

[解]

$$\frac{5}{8}\div \;=\frac{8}{8\times 4}=\frac{5}{32}.$$

[常见错误]

$$\frac{5}{8}\div 4=\frac{5}{8\div 4}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}.$$

[分析]

分数除以整数的法则是用整数乘分数的分母，分子不变。本来是除法，要用乘法计算，学生难以理解。而上题的错误是用分母去除以整数，实际上是把$\frac{5}{8}$扩大了4倍。

例 2

$\frac{5}{18}\div\frac{9}{10}$

[解]

$$\frac{5}{18}\div\frac{9}{10}=\frac{5}{\underset{9}{\cancel{18}}}\times\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{9}=\frac{25}{81}.$$

[常见错误]

$$\frac{5}{18}\div\frac{9}{10}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{18}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{10}}}=\frac{1}{4}.$$

[分析]

一个数除以分数的运算法则是乘以这个数的倒数，上面的错误是没有按法则计算。之所以产生这样的错误，一是没有掌握法则，除号改成了乘号，但没有乘以除数的倒数。二是按这种错误的解法正好 5 和 10 可以约分，

18

和9也可以约分，并且最后结果得$\frac{1}{4}$，比较简单，就错误地采用了这种解法。

例 3

$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \div \frac{9}{16}$。

［解］

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \div \frac{9}{16} = \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} \times \frac{4}{3} \times \frac{\overset{8}{\cancel{16}}}{9} = \frac{32}{27} = 1\frac{5}{27}.$$

〔常见错误〕

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \div \frac{9}{16} = \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} \times \frac{\overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{8}{\cancel{16}}} = \frac{3}{8}。$$

〔分析〕

在分数连除里，凡除号后面的数，都是除数，如果是分数，它们都要改为乘以它们的倒数，“$\div \frac{3}{4}$”和“$\div \frac{9}{16}$”都要改成“$\times \frac{4}{3}$”和“$\times \frac{16}{9}$”。因为实际上这道题是用$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$的商再除以$\frac{9}{16}$，它的运算步骤是：

$$\frac{1}{2} \div \frac{2}{4} \div \frac{9}{16} = \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} \times \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{3} \div \frac{9}{16} = \frac{2}{3} \div \frac{9}{16} = \frac{2}{3} \times \frac{16}{9} = \frac{32}{27} = 1\frac{5}{27}。$$

为了简便可以一次进行计算。而上面的错解就是第一个除数变成了倒数，第二个除数没有变成倒数。

例 4

$2\frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$。

〔解〕

$2\frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$。

〔常见错误〕

$$2\frac{1}{4}\div\frac{1}{3}=2\frac{1}{4}\times\frac{3}{1}=2\frac{3}{4}。$$

〔分析〕

带分数的除法都要先把带分数化成假分数再计算，而上面的错解就是没有把带分数化成假分数再计算，致使计算结果错误。

例 5

$$\frac{7}{10}\div\frac{7}{10}。$$

〔解〕

$$\frac{7}{10}\div\frac{7}{10}=1.$$

〔常见错误〕

$$\frac{7}{10}\div\frac{7}{10}=\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{10}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}=0.$$

〔分析〕

非零的两个相同的数相除得 1，在整数的除法里是这样，在分数里也同样如此。错解中的约分并没有错误，都约成1以后，那么它的结果是$\frac{1}{1}=1$，而是错在把$\frac{1}{1}$写成了0。

例 6

$$1\frac{8}{9}\div 8\times 1\frac{1}{2}。$$

〔解〕

$$1\frac{8}{9}\div 8\times 1\frac{1}{2}=\frac{17}{\underset{3}{\cancel{9}}}\times\frac{1}{8}\times\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{2}=\frac{17}{48}。$$

〔常见错误〕

$$(1)\ 1\frac{8}{9}\div 8\times 1\frac{1}{2}=\frac{17}{\underset{3}{\cancel{9}}}\times \overset{4}{\cancel{8}}\times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}=\frac{68}{3}=22\frac{2}{3}。$$

$$(2)\ 1\frac{8}{9}\div 8\times 1\frac{1}{2}=\frac{17}{9}\times \frac{1}{\underset{4}{\cancel{8}}}\times \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{3}=\frac{17}{108}。$$

〔分析〕

错解（1）是除数 8 没有改写成乘以它的倒数。在分数乘、除法里，如果有整数，可以先把它改写成分母是 1 的假分数，如此题中的“ $\div 8$ ”，可以先改写成“ $\div\frac{8}{1}$ ”，再写成“ $\times\frac{1}{8}$ ”，这样可以防止出错。错解（2）是“ $\times 1\frac{1}{2}$ ”，不应写成“ $\times\frac{2}{3}$ ”，因为$1\frac{1}{2}$是乘数，不是除数。

例 7

$2\frac{2}{3}\div\frac{4}{7}\times\frac{7}{8}$。

〔解〕

$$2\frac{2}{3}\div\frac{4}{7}\times\frac{7}{8}=\frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{3}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{\underset{1}{\cancel{8}}}=\frac{49}{12}=4\frac{1}{12}。$$

〔常见错误〕

$$2\frac{2}{3}\div\frac{4}{7}\times\frac{7}{8}=2\frac{2}{3}\div\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{2}{\cancel{8}}}=\frac{8}{3}\div\frac{1}{2}=\frac{8}{3}\times\frac{2}{1}=\frac{16}{3}=5\frac{1}{3}.$$

〔分析〕

上面的错误是因为改变了原题的运算顺序，$2\frac{2}{3}\div\frac{4}{7}\times\frac{7}{8}$，是用$2\frac{2}{3}\div\frac{4}{7}$

的商再乘以$\frac{7}{8}$，应从左往右依次计算。而上面的错解中，先将后面两数约分，实际上是先做了后面的乘法，再做除法，改变了原题的运算顺序，成了$2\frac{2}{3}$除以$\frac{4}{7}$与$\frac{7}{8}$的积，即$2\frac{2}{3}\div\left(\frac{4}{7}\times\frac{7}{8}\right)$。也可能是“$\frac{4}{7}\times\frac{7}{8}$”正好约分的缘故。

3．四则混合运算和简便运算

四则混合运算中常出现的错误是不按规定的顺序进行计算。产生错误的原因是多方面的，首先是由于四则混合运算的步骤一般较多，除了包含加、减、乘、除外，还有小括号、中括号，有时既有整数，又有小数，还有分数，往往注意了这里又忽视了那里，只要有一步计算错了，那么必然导致整个结果的错误，还有“0”和“1”在混合运算中既特殊又容易出错。

简便运算主要是依据有关的运算定律和性质，从而使计算过程简便，有时需要改变运算顺序，或交换位置，或改变运算符号。它既能使运算简便，但又容易出错。

（1）四则混合运算

例1　（1）72÷8×4。（2）47+18×4。

（3）700-420÷15×3+100。

〔解〕

（1）72÷8×4　　（2）47+18×4

=9×4　　　　=47+72

=36。　　　　=119。

（3）700-420÷15×3+100

=700-28×3+100

=700-84+100

=716。

〔常见错误〕

（1）72÷8×4　（2）47+18×4

=9　　　　=72

=36。　　　=119。

（3）700-420÷15×3+100

=28×3+100

=84+100

=184。

〔分析〕

以上错解（1）和（2）的得数都是对的，但在脱式的过程中，把没有计数的数丢掉了。（1）中丢掉了“×4”，（2）中丢掉了“47+”，没有计算的数和运算符号要按照原来的次序抄下来，否则就会出现不等式，如（1）中的 72÷8×4=9 是不对的，9=36 也是不对的。错解（3）是开始计算时就把被减数 700 丢掉了，所以造成计算结果错误。这是初学四则混合运算时常见的错误，所以在检查时，不能只看最后得数，要看计算过程。

例 2（1）3.25-0.87+1.4。

（2）7.08÷0.5×0.6。

（3）45+4.2÷1.5×3。

（4）27+5.5×（1.8+0.6）。

（5）516-（58＋2.16×5）。

〔解〕

（1）3.25-0.87+1.4
=2.38+1.4
=3.78。

（2）7.08÷0.5×0.6
=14.16×0.6
=8.496。

（3）45+4.2÷1.5×3
=45+2.8×3
=45+8.4
=53.4。

（4）27+5.5×（1.8+0.6）
=27+5.5×2.4
=27+13.2
=40.2。

（5）516-（58+2.16×5）
=516-（58+10.8）
=516-68.8=447.2。

〔常见错误〕

（1）3.25-0.87+1.4
=3.25-2.27
=0.98。

（2）7.08÷0.5×0.6

=7.08÷0.3

=23.6。

（3）45+4.2÷1.5×3

=49.2÷1.5×3

=32.8×3

=98.4。

（4）27+5.5×（1.8+0.6）

=32.5×2.4

=78。

（5）516-（58+2.16×5）

=516-（60.16×5）

=516-300.8

=215.2。

〔分析〕

产生上述错误的原因是学生对四则混合运算的运算顺序法则没有掌握。错解（1）和错解（2）是把运算顺序中的“先乘除，后加减”理解为“先乘后除”和“先加后减”。“先乘除、后加减”是针对加减乘除四则运算混合在一起而言。如果只有加减，则加在前先算加，减在前先算减；如果只有乘除，则乘在前先算乘，除在前先算除，即“从左往右依次计算”。错解（3）是没有按先乘除后加减的顺序，盲目地从左往右算，违反了四则混合运算的顺序的规定。错解（4）是没有先算括号里面的，也没有按先乘除后加减的顺序计算。错解（5）是在括号里又没有按照先乘除后加减的顺序计算。所以，在四则混合运算里，要牢牢掌握运算顺序的规定，并通过适当的练习形成熟练技巧。

例 3（1）3.5+（0.4+9.6÷5）。

（2）$2\frac{1}{23}-\left(3-2\frac{1}{12}\times\frac{4}{5}\right)\div1\frac{8}{15}$。

〔解〕

（1）3.5+（0.4+9.6÷5）

=3.5+（0.4+1.92）

=3.5+2.32

=5.82。

（2）$2\frac{1}{3}-\left(3-2\frac{1}{12}\times\frac{4}{5}\right)\div1\frac{8}{15}$

$=2\frac{1}{23}-\left(3-1\frac{2}{3}\right)\div1\frac{8}{15}$

$=2\frac{1}{23}-1\frac{1}{3}\div1\frac{8}{15}$

$=2\frac{1}{23}-\frac{20}{23}$

$=1\frac{4}{23}$.

〔常见错误〕

（1）3.5+（0.4+9.6÷5）

=3.5+2

=5.5。

（2）$2\frac{1}{23}-\left(3-2\frac{1}{12}\times\frac{4}{5}\right)\div1\frac{8}{15}$

$=2\frac{1}{23}-（3-1\frac{2}{3}）\div1\frac{}{1}$

$=2\frac{1}{23}-1\frac{1}{3}\div1\frac{8}{15}$

$=\frac{49}{69}\div1\frac{8}{15}$

$=\frac{\overset{2}{\cancel{49}}}{\underset{23}{\cancel{69}}}\times\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{23}}}$

$=\frac{10}{23}$。

〔分析〕

四则混合运算的运算顺序是：在没有括号的算式里，先算乘除，后算加减；有括号的，先算括号里面的。但在实际计算中，由于这样或那样的原因，又经常出现不按规定顺序进行运算的错误。如（1）题的括号内有加和除两种运算，应该是先算除法，再算加法。但因为 0.4+9.6=10，10÷5=2，很容易口算，因此有的学生在这种情况就忽视了运算顺序，不加思索地就口算出括号内的结果为 2，这是产生错误的原因之一。

又如（2）题，在小括号内注意了“先乘后减”，而到括号外面又变成了“先减后除”，就是说注意力不能全面照顾，注意了这里又忽视了那里，这是产生错误的原因之二。还有在算式$\frac{49}{69}\times\frac{15}{23}$的计算中，因为错误地把49和23用23约分，很快地就得出了$\frac{10}{23}$，如果没有约分，得到的结果将是$\frac{49}{\cancelto{23}{69}}\times\frac{\cancelto{5}{15}}{23}=\frac{245}{529}$。这时也许可能会发现运算顺序中的错误。正因为很顺利地得到了$\frac{10}{23}$，因而也就忽视了对运算过程的检查，这是产生错误的原因之三。

例 4

（1）$2+\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}+2$。

（2）（$8\times\frac{1}{8}\div\frac{1}{8}\times8$）÷（$1\frac{1}{20}+9.25$）。

〔解〕

（1）$2+\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}+2$

$=2+1+2$

$=5$。

（2）（$8\times\frac{1}{8}\div\frac{1}{8}\times8$）÷（$1\frac{1}{20}+9.25$）

$=64\div10\frac{3}{10}$

$=6\frac{22}{103}$.

〔常见错误〕

（1）$2+\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}+2$

$=2\frac{1}{2}\div2\frac{1}{2}=1$。

（2）（$8\times\frac{1}{8}\div\frac{1}{8}\times8$）÷（$1\frac{1}{20}+9.25$）

=（1÷1）÷$10\frac{3}{10}$

$=1\div\frac{103}{10}$

$=\frac{10}{103}$。

〔分析〕

在四则混合运算的试题中，像（1）题这样的题较多，并经常用这样的题来检验学生是否掌握了“先算乘除，后算加减”的运算顺序。由于以前强调过能用简便方法计算的算式一定要用简便方法算，在学生思维里形成了一种“模式”，因此遇到像（1）题“$2+\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}+2$”和（2）题中的“（$8\times\frac{1}{8}\div\frac{1}{8}\times8$）”，很容易出现“$2+\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}+2=2\frac{1}{2}\div2\frac{1}{2}$”和“（$8\times\frac{1}{8}\div\frac{1}{8}\times8$）=（1÷1）”的错误。这又是产生运算顺序错误的原因。

上面的例 1 例 2 分析的几种错误的类型，都是在学习了运算顺序以后经常出现的一些错误，具有一定的代表性。

我们可以多搜集一些这方面的错例，做一些改错的练习，可以防止这类错误的产生。

例 5

（1）$\left[\left(4.5-3\frac{2}{3}\right)\div1\frac{6}{7}\right]\times\left[1\frac{4}{7}\times1.5+1\frac{5}{14}\right]$.

（2）$\left(3\frac{3}{5}\div1.2-1.54\times\frac{5}{7}\right)\div\frac{1}{10}\div0.02$.

（3）$1\frac{7}{39}\times\left(10.5\times\frac{4}{5}-8\frac{2}{5}\right)\div\left(\frac{4}{17}+0.79\right)$.

〔解〕

(1) $\left[\left(4.5-3\frac{2}{3}\right)\div1\frac{6}{7}\right]\times\left[1\frac{4}{7}\times1.5+1\frac{5}{14}\right]$.

$=\left[\left(4\frac{1}{2}-3\frac{2}{3}\right)\div1\frac{6}{7}\right]\times\left[1\frac{4}{7}\times1\frac{1}{2}+1\frac{5}{14}\right]$

$=\left[\frac{5}{6}\div1\frac{6}{7}\right]\times\left[2\frac{5}{14}+1\frac{5}{14}\right]$

5　　1

$=\frac{35}{78}\times\frac{26}{7}$

3　　1

$=1\frac{2}{3}$.

(2) $\left(3\frac{3}{5}\div1.2-1.54\times\frac{5}{7}\right)\div\frac{1}{10}\div0.2$

$=\left(3.6\div1.2-1.54\times\frac{5}{7}\right)\div\frac{1}{10}\div0.02$

$=$ （$3-1.1$） $\div\frac{1}{10}\div0.02$

$=1.9\times10\div0.02$

$=950$。

(3) $1\frac{7}{39}\times\left(10.5\times\frac{4}{5}-8\frac{2}{5}\right)\div\left(\frac{4}{17}+0.79\right)$

$=1\frac{7}{39}\times$（$10.5\times0.8-8.4$）$\div\left(\frac{4}{17}+0.79\right)$

$=1\frac{7}{39}\times0\div\left(\frac{4}{17}+0.79\right)$

$=0$。

〔常见错误〕

(1) 将题目中的分数全部化成小数进行计算，因而得到近似值。
(2)、(3) 同 (1)。

〔分析〕

上面的解答错误主要是把能够得到精确值的算式，由于计算方法的不对而得到近似值。在分数、小数的四则混合运算中，有时需要把小数化成分数，如（1）题将全部小数化成分数计算比较方便；有时需要将分数化成小数，

如（2）题中的$3\frac{3}{5}\div1.2$化成$3.6\div12$，（2）题中的$10.5\times\frac{4}{5}-8\frac{2}{5}$化成$10.5\times0.8-8.4$比较方便；有时小数和分数可以直接计算，如（2）题中的$1.54\times\frac{5}{7}$

按$\overset{0.22}{\cancel{1.54}}\times\frac{5}{\underset{1}{\cancel{7}}}=1.1$计算比较方便。那么究竟在什么情况下化成分数，什么情况下化成小数，又在什么情况下可直接计算呢？它的一般规律是：

①分数和小数的加减混合运算，一般是把分数化成小数计算比较简便，原因是分数加减法的通分较麻烦，而小数的加减只需小数点对齐，有些计算过程还可以口算。

例如$3\frac{3}{4}+0.15-1\frac{3}{5}$

把分数化成小数计算：

$3\frac{3}{4}+0.15-1\frac{3}{5}=3.75+0.15-1.6=2.3$。

把小数化成分数计算：

$$3\frac{3}{4}+0.15-1\frac{3}{5}=3\frac{3}{4}+\frac{3}{20}-1\frac{3}{5}=3\frac{15}{20}+\frac{3}{20}-1\frac{12}{20}$$

$$=2\frac{6}{20}=2\frac{3}{10}.$$

显然前种方法要简便一些。

但如果是$3\frac{1}{3}+0.15-1\frac{3}{5}$，因为$\frac{1}{3}$只能化成循环小数，若用小数计算，就只能得到近似值。所以，在这种情况下一般是把小数化成分数计算。

②分数和小数的乘除混合运算，一般是把小数化成分数比较简便。原因是一般分数除法都转化为乘法计算，而分数乘法计算过程中可以互相约分，便于口算。而小数除法的试商是计算中的难点，小数点的定位也常出错。

例如$1.125\div2\frac{1}{4}\times3\frac{1}{5}$.

把小数化成分数计算。

$$1.125\div2\frac{1}{4}\times3\frac{1}{5}=1\frac{1}{8}\div2\frac{1}{4}\times3\frac{1}{5}=\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{8}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{9}}}\times\frac{\overset{8}{\cancel{16}}}{5}=1\frac{3}{5}.$$

把分数化成小数计算

$1.125\div2\frac{1}{4}\times3\frac{1}{5}=1.125\div2.25\times3.2=1.6$.

显然前一种方法要简便一些。

但在乘法计算过程中，如果小数和分数的分母可以约分，则直接约分化简就更简便了，如前面例题中的$1.54\times\frac{5}{7}$就是这样。

含有分数和小数的四则混合运算，要根据具体情况选用最简便的方法。

因此，在分数、小数的混合运算中先要进行全面观察，确定考虑用哪种方法最简便。如果要把分数化成小数，先要判断它是否都能化成有限小数。又如第（3）题，如果先能看出$10.5\times\frac{4}{5}-8\frac{2}{5}$得0就不必再去算$\frac{4}{17}+0.79$了。所以，动笔计算前的全面观察和思考是很重要的。

例 6（1）〔1.9-1.9×（1.9-1.9）〕×95。

（2）$1\div\left[0.25-\left(2.9-2\frac{9}{10}\right)\times23.7\right]$。

（3）2×1+0÷3×4-5÷5。

〔解〕（1）〔1.9-1.9×（1.9-1.9）〕×95

=〔1.9-1.9×0〕×95

=1.9×95=180.5。

（2）$1\div\left[0.25-\left(2.9-2\frac{9}{10}\right)\times23.7\right]$

=1÷〔0.25-0〕

=1÷0.25

=4。

（3）2×1+0÷3×4-5÷5

=2+0-1

=1。

〔常见错误〕

（1）〔1.9-1.9×（1.9-1.9）〕×95

=〔1.9-1.9〕×95

=0×95

=0。

（2）$1\div\left[0.25-\left(2.9-2\frac{9}{10}\right)\times23.7\right]$

=1÷〔0.25-0〕

=1÷0.25

=1。

（3）2×1+0÷3×4-1

=3+12-1

=14。

〔分析〕

（1）题的小括号里 1.9-1.9 得 0，1.9×0 得 0，不是得 1.9；（2）题里的 1÷0.25 得 4，不是得 1，只有 0.25÷0.25 就得 1；（3）题里 0÷3 得 0，再乘以 4 仍得 0，0÷3×4 不得 12。从上面的错误可以看出，0 与 1 是在混合运算中容易出错的两个数，它们在运算中的特点是：

任何数同 0 相加，和还是这个数；

从一个数里减去 0，差还是这个数；

两个相同的数相减，差就等于 0；

0 同任何数相乘，积等于 0；

0 除以任何不为零的数，商等于 0；

不为零的两个相同的数相除，商是 1；

任何数除以 1，商还是这个数；

1 除以任何不为零的数，商等于这个数的倒数。如果熟悉了这些规律，就可避免上述错误的产生。

（2）简便运算

例 1（1）368+102。

（2）475+99。

（3）902-201。

（4）820-198。

〔解〕

（1）368+102　（2）475+99

=368+100+2　=475+100-1

=468+2　=575-1

=470。　=574。

（3）902-201（4）820-198

=902-200-1　=820-200+2

=702-1　=620+2

=701。　=622。

〔常见错误〕

（1）368+102　（2）475+99

=368+100-2　=475+100+1

=468-2　=575+1

=466。 =576。

（3）902-201 （4）820-198

=902-200+1 =820-200-2

=702+1 =620-2

=703。 =618。

〔分析〕

错解（1）以为 102-2=100，所以错成 368+100-2，应该想加 100，少加了 2，需要再加上 2；错解（2）是以为 99+1=100，所以错成 475+100+1，应该想加 100，多加了 1，要再减去 1；错解（3）是由于 201=200+1，所以错成 902-200+1，如果写成 902-（200+1）倒是正确的，去括号后就成了 902-200-1，即减 200，少减了 1，要再减去 1；错解（4）是因为 198=200-2，所以错成 820-200-2，如果写成 820-（200-2）也是正确的，去括号后就成了 820-200+2，即减 200，多减了 2，要再加上 2。产生上述错误的主要原因对加减法中已知数与得数的加多减少关系还理解不十分清楚，应该从数量上理解加上一个数或减去一个数的道理。

例 2

（1）$78-7.5+22-42\frac{1}{2}$。

（2）41×101。

（3）25×996。〔解〕

（1）$78-7.5+22-42\frac{1}{2}$

$=(78+22)-(7.5+42\frac{1}{2})$

$=100-50$

$=50$。

（2）41×101=41×100+41

=4100+41

=4141。

（3）25×996=25×1000-25×4

=25000-100

=24900。

〔常见错误〕

（1）$78-7.5+22-42\frac{1}{2}$　　　$78-7.5+22-42\frac{1}{2}$

$=78+22-7.5+42\frac{1}{2}$　　　$=（78+22）+（7.5+42\frac{1}{2}）$

$=100-50$　　　$=100+50$

$=50$。　　　$=150$。

（2）41×101=41×100-41

=4100-41

=4059。

（3）25×996=25×1000+25×4

=25000+100

=25100。

〔分析〕

在简便运算中弄错了运算符号，这是常有的事。（1）题左式想到了运用加法结合律把能凑成整十的数合并起来，但忘记使用括号，尽管结果是 50，但解答过程仍然错了。右式改变了原来的运算符号，结果就错了。（2）题因为想到 101 要减去 1 得 100，所以用“41×100”减去 41；（3）题因为想到 996 要加上 4 得 1000，所以用“25×1000”加上“25×4”。这就是产生错误的原因。如果把算式写完整就会发现错在什么地方：

41×101=41×（100+1）=41×100+41×1；

25×996=25×（1000-4）=25×1000-25×4。

可以这样去想：因为“41×100”比“41×101”少了一个 41，所以要加上 41；“25×1000”比“25×996”多了 4 个 25，所以要减去 4 个 25。

例 3

（1）$5\frac{3}{8}-\left(1\frac{3}{8}+1\frac{5}{7}\right)$.

（2）$10.5-2.37-2.63$.

（3）$1\frac{4}{5}-\left(1\frac{3}{8}+1\frac{5}{7}\right)\times3$.

〔解〕

（1）$5\frac{3}{8}-\left(1\frac{3}{8}+1\frac{5}{7}\right)$

$=5\frac{3}{8}-1\frac{3}{8}-1\frac{5}{7}$

$=4-1\frac{5}{7}$

$=2\frac{2}{7}$.

（2）10.5-2.37-2.63

=10.5-（2.37+2.63）

=10.5-5

=5.5。

(3) $1\frac{4}{5}-\left(\frac{4}{15}+\frac{7}{24}\right)\times 3$

$=1\frac{4}{5}-\left(\frac{4}{\cancel{15}_{5}}\times\cancel{3}^{1}+\frac{7}{24}\times\cancel{3}^{1}\right)$

$=1\frac{4}{5}-\left(\frac{4}{5}+\frac{7}{8}\right)$

$=1\frac{4}{5}-\frac{4}{5}-\frac{7}{8}$

$=\frac{1}{8}$.

〔常见错误〕

(1) $5\frac{3}{8}-\left(1\frac{3}{8}+1\frac{5}{7}\right)$

$=5\frac{3}{8}-1\frac{3}{8}+1\frac{5}{7}$

$=5\frac{5}{7}$.

（2）10.5-2.37-2.63

=10.5+（2.37+2.63）

=10.5+5

=15.5。

(3) $1\frac{4}{5}-\left(\frac{4}{15}+\frac{7}{24}\right)\times3$

$$=1\frac{4}{5}-\left(\begin{array}{l}\frac{4}{15}\times3+\frac{7}{24}\times3\\ 5\end{array}\right)$$

$$=1\frac{4}{5}-\left(\frac{4}{5}+\frac{7}{8}\right)$$

$$=1\frac{4}{5}-\frac{4}{5}+\frac{7}{8}$$

$$=1\frac{7}{8}.$$

[分析]

上述错误是在去括号或添括号的过程中，把运算符号弄错了。(1)题是从$5\frac{3}{7}$里减$1\frac{3}{8}$与$1\frac{5}{7}$的和，去掉括号时，应从$5\frac{3}{8}$里连续减去$1\frac{4}{5}$与$1\frac{5}{7}$，因此“ + ”号要变为“ - ”号；(3)题计算到$1\frac{4}{5}-\left(\frac{4}{5}+\frac{7}{8}\right)$，去掉括号时，“ + ”号也要变为“ - ”号；(2)题是从 10.5 里连续减去 2.37 与 2.63，为了简便，可以先求出 2.37 与 2.63 的和，即用括号把它们括上，并把“ - ”号变为“ + ”号。再从 10.5 里减去它们的和。这个题目中的括号内的“ - ”号变为“ + ”号是对的，但如果把括号外的“ - ”号也变为“ + ”号就错了。

为什么要去掉括号或添上括号呢？主要是为了使计算简便。如(1)题中的$5\frac{3}{8}-1\frac{3}{8}$，(3)题中的$1\frac{4}{5}-\frac{4}{5}$，结果都可得到整数；(2)题中的 $2.37+2.63$也可得到整数。这样把可以得到整数的数先算比较方便。

例 4

$$65.1\div\frac{3}{10}+65.1\div\frac{7}{10}.$$

[解]

$65.1 \div \frac{3}{10} + 65.1 \div \frac{7}{10}$.

$= 65.1 \times \frac{10}{3} + 65.1 \times \frac{10}{7}$

$= 65.1 \times \left(\frac{10}{3} + \frac{10}{7}\right)$

$= 65.1 \times \frac{100}{21}$

$= 310$。

[常见错误]

$65.1 \div \frac{3}{10} + 65.1 \div \frac{7}{10}$

$= 65.1 \div \left(\frac{3}{10} \div \frac{7}{10}\right)$

$= 65.1 \div 1$

$= 65.1$。

[分析]

因为受乘法分配律的影响，误认为此题也可直接进行简便运算，因此使计算错误，要转化为乘法以后，才可以运用分乘分配律。

例 5

(1) $\frac{1}{3} + 3.8 \times \frac{1}{3} + 4.2 \times \frac{1}{3}$.

(2) $9.8 \times 6.8 + 4\frac{1}{5} \times 6.8 - 6.8$.

(3) $4.6 \times 9\frac{1}{5} + 9.2 \times 4\frac{2}{5} + 9\frac{1}{5}$.

[解]

(1) $\frac{1}{3} + 3.8 \times \frac{1}{3} + 4.2 \times \frac{1}{3}$

$=$ $(1 + 3.8 + 4.2)$ $\times \frac{1}{3}$

$= 9 \times 3$

$= 3$.

(2) $9.8 \times 6.8 + 4\frac{1}{5} \times 6.8 - 6.8$

$= \left(9.8 + 4\frac{1}{5} - 1\right) \times 6.8$

$= 13 \times 6.8$

=88.4。

（3）$4.6\times9\frac{1}{5}+9.2\times4\frac{2}{5}+9\frac{1}{5}$

= 4.6×9.2+4.4×9.2+9.2

= （4.6+4.4+1）×9.2

=10×9.2

=92。

〔常见错误〕

（1）$\frac{1}{3}+3.8\times\frac{1}{3}+4.2\times\frac{1}{3}$

$=\left(\frac{1}{3}+3.8+4.2\right)\times\frac{1}{3}$

$=8\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$

$=2\frac{7}{9}$.

（2）$9.8\times6.8+4\frac{1}{5}\times6.8-6.8$

$=4\frac{1}{5}\times6.8$

$=14\times6.8$

$=95.2$。

（3）$4.6\times9\frac{1}{5}+9.2\times4\frac{2}{5}\times9\frac{1}{5}$

=4.6×9.2+4.4×9.2+9.2

= （4.6×4.4）×9.2+9.2

=186.208+9.2

=195.408。

［分析］

这几道都是应用乘法分配律进行简便运算的题目。（1）题 w 议是 $(1+3.8+4.2)\times\frac{1}{3}$。不应是$\left(\frac{1}{3}+3.8+4.2\right)\times\frac{1}{3}$；（2）题丢掉了“$-6.8$”；而（3）题不仅没有找到最简便的方法，连乘法分配律的公式都不会很好地运用。如果我们将这三道题略为改写一下，就会更容易看出这三道题为什么能利用乘法分配律去简算的：

(1) $\frac{1}{3}+3.8\times\frac{1}{3}+4.2\frac{1}{3}=1\times\frac{1}{3}+3.8\times\frac{1}{3}+4.2\times\frac{1}{3}$

$=(1+3.8+4.2)\times\frac{1}{3}$.

(2) $9.8\times6.8+4\frac{1}{5}\times6.8-6.8$

$=9.8\times6.8+4\frac{1}{5}\times6.8-1\times6.8$

$=\left(9.8+4\frac{1}{5}-1\right)\times6.8$.

(3) $4.6\times9\frac{1}{5}+9.2\times4\frac{2}{5}+9\frac{1}{5}$

=4.6×9.2+4.4×9.2+1×9.2

=（4.6+4.4+1）×9.2。

因为 1 与一个数相乘还是得这个数，因此题目改写并没有改变原数的大小。当然，在实际计算中并不必写出这一过程，但如果这样去思考就不会发生上述错误。

例 6

(1) $\left(\frac{1}{69}+\frac{2}{71}\right)\times23+25\div71$.

(2) $13\frac{1}{2}-3\frac{2}{3}\times3-5\frac{5}{12}\div2\frac{1}{6}$.

(3) $\left[3\frac{3}{4}-\left(0.2+\frac{1}{3}\right)\times4.5\right]\div\left(7.05+6\frac{9}{20}\right)$.

[解]

(1) $\frac{1}{69}+\frac{2}{71}\times23+\div71$

$=\frac{1}{\cancel{69}_{3}}\times\cancel{23}^{1}+\frac{2}{27}\times23+\frac{25}{71}$

$=\frac{1}{3}+\frac{46}{71}+\frac{25}{71}$

$=\frac{1}{3}+1$

$=1\frac{1}{3}$.

（2）$13\frac{1}{2}-3\frac{2}{3}\times 3-5\frac{5}{12}\div 2\frac{1}{6}$

$$=13\frac{1}{2}-\frac{11}{\underset{1}{\cancel{3}}}\times\overset{1}{\cancel{3}}-\frac{\overset{5}{\cancel{65}}}{\underset{2}{\cancel{12}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{13}}}$$

$$=13\frac{1}{2}-11-2\frac{1}{2}$$

$$=13\frac{1}{2}-\left(11+2\frac{1}{2}\right)$$

$$=13\frac{1}{2}-13\frac{1}{2}$$

$$=0$$

（3）$\left[3\frac{3}{4}-\left(0.2+\frac{1}{3}\right)\times 4.5\right]\div\left(7.05+6\frac{9}{20}\right)$

$$=\left[3\frac{3}{4}-\left(0.2\times 4.5+\frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}}\times\overset{1.5}{\cancel{4.5}}\right)\right]\div\left(7.05+6\frac{9}{20}\right)$$

$$=[3.75-2.4]\div（7.05+6.45）$$

=1.35÷13.5

=0.1。

[常见错误]

这几道题都因解答的步骤不对而使计算出错。

[分析]

较复杂的且含有小数、分数的四则混合运算题，很多情况下可以寻找出较简便的计算方法，这不仅可以节省解答时间，而且可使答案更准确。如（1）题要计算$\left(\frac{1}{69}+\frac{2}{71}\right)$，通分是很麻烦的，但利用乘法分配律就可以避免通分；有的题要经过一段计算后，才可发现其简便方法，如（2）题当计算到$13\frac{1}{2}$-11-$2\frac{1}{2}$时，就会发现从$13\frac{1}{2}$里减去11与$2\frac{1}{2}$的和比较简便；有的题其中某一步简便了，就会使整个计算过程简便，如（3）题中的$\left(0.2+\frac{1}{3}\right)\times 4.5$。因为$\frac{1}{3}$不能化成有限小数，如果把这道题所有的小数都化成分数计算，计算起来就

够麻烦的了。但因（$0.2+\frac{1}{3}$）$\times 4.5=0.2\times 4.5+\frac{1}{3}\times 4.5$，计算过程可约分，$\frac{1}{3}\times 4.5=1.5$，因而把所有分数都化成小数计算就简便多了。怎样才能对简便方法运用自如呢？一是要掌握简算的有关知识，如加法的交换律、结合律、乘法的交换律、结合律和分配律，以及一些运算的性质；二是要进行适量的练习，以适应各种各样的情况。

4．文字题

正确解答文字题与语文的阅读能力关系很大。很多情况下，由于对文字题中的“和”、“差”、“积”、“商”的意义不理解，或对乘和乘以、除和除以不会区分，至使解答文字题的过程中经常出现错误。例 1（1）从 1500 里减去 40 个 35，再除 2.5，得多少？

（2）6.5减去45个$\frac{1}{10}$的差，再除以$\frac{2}{3}$，商是多少？

（3）$9\frac{2}{5}$减去$10\frac{1}{2}$与0.8的积，所得的差，再除以$\frac{1}{8}$，结果得多少？

（4）36除8.64的商减去0.125，再乘以$1\frac{3}{5}$积是多少？

[解]

（1）2.5÷（1500-35×40）

=2.5÷100

=0.025。

（2）（$6.5-\frac{1}{10}\times 45$）$\div\frac{2}{3}$

$=$（$6.5-4.5$）$\div\frac{2}{3}$

$=2\times\frac{3}{2}$

$=3$。

（3）（$9\frac{2}{5}-10\frac{1}{2}\times 0.8$）$\div\frac{1}{8}$

$=$（$9.4-8.4$）$\div\frac{1}{8}$

$=1\div\frac{1}{8}$

$=8$.

（4）（$8.64\div 36-0.125$）$\times 1\frac{3}{5}$

$=$（$0.24-0.125$）$\times 1\frac{3}{5}$

=0.115×1.6

=0.184。

[常见错误]

这类题主要是列式错误，如

（1）（1500-35×40）÷2.5。

（2）$6.5-45\times\frac{1}{10}\div\frac{2}{3}$.

（3）$9\frac{2}{5}-10\frac{1}{2}\times0.8\div\frac{1}{8}$.

（4）$36\div8.64-0.125\times1\frac{3}{5}$.

[分析]

产生这些列式错误的主要原因是没有弄清题目中的数量关系；没有抓住题目中的关键词语，如“乘以”与“乘”的区别，“除以”与“除”的区别；没有弄清题目中的和、差、积、商的隶属关系，如（1）题的“再除2.5”，2.5应该是被除数；（2）题先要从6.5里减去“45个$\frac{1}{10}$”，要用括号，否则与原题的题意不符；（3）题是用“所得的差，再除以$\frac{1}{8}$”，必须用括号；（4）题的“36除8.64的商”，应该是8.64÷36，“积是多少”则指的是（8.64÷36-0.125）与$1\frac{3}{5}$的积，也一定要用括号。

文字题一定要从整体来考虑列式，不能看一句写一式。如（4）题是求“积是多少”，应这样想：？

？ $\times1\frac{3}{5}$……再乘以$1\frac{3}{5}$。

？ -0.125……减去0.125。

8.64÷36……36除8.64的商。

然后将这些式子合起来就得到所求的算式。

例2

（1）40的$\frac{1}{8}$是40个$\frac{1}{5}$的百分之几？

（2）一个数的$\frac{1}{2}$比这个数的$\frac{1}{5}$多$\frac{9}{10}$，求这个数。

（3）一个数的3倍比16个$\frac{3}{4}$少8，求这个数。（用方程解）

（4）甲数的$\frac{4}{11}$等于乙数的$\frac{1}{5}$，已知甲数是55，求乙数。

[解]

（1）$\left(40\times\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{1}{5}\times40\right)$

=5÷8=0.625=62.5%。

（2）设这个数为 x。

$\frac{1}{2}x-\frac{1}{5}x=\frac{9}{10}$.

$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)x=\frac{9}{10}$.

$\frac{3}{10}x=\frac{9}{10}$，

$x=\frac{9}{10}\div\frac{3}{10}$，

$x=3$。

（3）设这个数为 x。

$3x+8=\frac{3}{4}\times16$.

3x=12-8，

x=4÷3，

（4）设乙数为 x。

$55\times\frac{4}{11}=\frac{1}{5}x$.

$20=\frac{1}{5}x$，

$x=20\div\frac{1}{5}$

$x=100$。

[常见错误]

（1）$40\times\frac{1}{8}\div\frac{1}{5}\times40$

=5÷8

=0.625=62.5%。

（2）、（3）、（4）题列不出方程或列错方程。

［分析］

（1）题之所以列式出错是把“先乘除”的运算顺序理解为先乘后除，并按先乘后除的顺序计算，虽得到正确答案 62.5%，但这样解答是错误的。

在小学阶段，由于学习方程的课时较少，遇到的方程又比较简单，所以学生对列方程比较生疏，应加强练习，并可适当进行一题多解的练习。如（3）题还可列出下列方程：

$$\frac{3}{4}\times 16-3x=8$$

$$3x=\frac{3}{4}\times 16-8$$

这样就可以看到用方程解题的优越性。

三、量的计量

量的计量要用到计量单位，小学阶段学过的计量单位有长度单位、重量单位、面积（地积）单位、体积（容积）单位，还有时间单位、货币单位和地积单位。这些计量单位之间的进率有十进制的、百进制的、千进制的，还有非十进制的，如六十进制的等。由于计量单位种类多，进率又不一样，在进行高级单位与低级单位的化聚、小数（分数）与复名数的化聚过程中，常常出现错误，如 3.05 千克不是写成 3 千克 500 克就是写成 3 千克 5 克。这

些错误的出现还会影响到几何中的求积，影响有关应用题的解答。因此，如何防止和纠正这些错误正是本章要研究的问题。

例 1（1）4 米 8 厘米=（　）米。

（2）150 公顷=（　　）平方千米。

（3）3.4 平方分米=（　　）平方分米（　　）平方厘米。

［解］（1）4 米 8 厘米=4.08 米。

（2）150 公顷=1.5 平方千米。

（3）3.4 平方分米=3 平方分米 40 平方厘米。

［常见错误］

（1）4 米 8 厘米=4.8 米。

（2）150 公顷=15 平方千米。

（3）3.4 平方分米=3 平方分米 4 平方厘米。

［分析］

上面各题中的计量单位的进率都是 100，这些题之所以做错，一是没有记住进率，误把它们的进率都看作 10；二是没有掌握化聚的方法。如（1）题中的 8 厘米改写成以米为单位的小数应该是 0.08 米,因为米与厘米之间的进率是 100，即 8÷100=0.08（米）；同理（2）题应是 150÷100=1.5，则是 1.5 平方千米；（3）题中 0.4 平方分米改写成以平方厘米为单位应该是 40 平方厘米，因为平方分米与平方厘米之间的进率是 100，即 100×0.4=40（平方厘米）。

因此，为了防止上述错误的产生，一是要记住进率；二是要掌握化聚的法则：低级单位的数聚成高级单位的数则除以进率，高级单位的数化成低级单位的数则与进率相乘。

例 2（1）3 千米 50 米=（　）千米。

（2）3 升 25 毫升=（　）升。

（3）1.05 立方米=（　　）立方米（　　）立方分米。

（4）2090 米=（　　）千米（　　）米。
（5）5.6 千米=（　　）千米（　　）米。
（6）1 千克 600 克=（　　）千克。
（7）$4\frac{1}{5}$千米 = （ ）千米（ ）米。
（8）4 千克 50 克=（　　）千克=（　　）克。

［解］（1）3 千米 50 米=3.05 千米。
（2）3 升 25 毫升=3.025 升。
（3）1.05 立方米=1 立方米 50 立方分米。
（4）2090 米=2 千米 90 米。
（5）5.6 千米=5 千米 600 米。
（6）1 千克 600 克=1.6 千克。
（7）$4\frac{1}{5}$千米 = 4千米200米。
（8）4 千克 50 克=4.05 千克=4050 克。

［常见错误］

（1）3 千米 50 米=3.5 千米（或=3.005 千米）。
（2）3 升 25 毫升=3.25 升。
（3）1.05 立方米=1 立方米 5 立方分米。
（4）2090 米=20 千米 90 米。
（5）5.6 千米=5 千米 6 米。
（6）1 千克 600 克=1.006 千克。
（7）$4\frac{1}{5}$千米 = 4千米2米（或4千米5米）。
（8）4 千克 50 克=4.5 千克=450 克。

［分析］

上面各题的计量单位中高一级单位与低一级单位间的进率是 1000。产生上述错误的原因与上例相同：一是没记住进率，二是没掌握化聚方法。如（1）题，因为千米与米之间的进率是 1000，求 3 千米 50 米=（　）千米，主要看 50 米是多少千米，即用 50÷1000，小数点左移三位得 0.050 千米，即 0.05 千米。这里要在“5”的前面添上一个 0，“5”的后面去掉一个 0，因此最容易出错。又如（5）题 5.6 千米=（　）米，则应与进率 1000 相乘，即 0.6 的小数点右移三位得 600（米），所以应是 5 千米 600 米。

（7）题先将$4\frac{1}{5}$千米化成4.2千米，再化成复名数比较方

便；

（8）题的题意是要将 4 千克 50 克改写成以千克为单位的数，再改写成以克为单位的数。错解中都是把进率搞错了。

例 3

（1）$2\frac{3}{10}$时 = （ ）时（ ）分。

（2）2.5 时=（ ）分。

（3）96 分=（ ）时（ ）分。

（4）24 分=（ ）时。

[解]

（1）$2\frac{3}{10}$时 = 2时18分。

（2）2.5 时=150 分。

（3）96 分=1 时 36 分。

（4）24分 = 0.4时（或$\frac{2}{5}$时）。

[常见错误]

（1）$2\frac{3}{10}$时 = 2时3分。

（2）2.5 时=250 分。

（3）96分 = $1\frac{3}{5}$时 = 96分。

（4）24 分=0.24 时。

[分析]

时与分之间的进率是 60，因此，它们的化聚方法就与上面两例有些不同了。把分聚为时是除以进率、把时化成分是与进率相乘，从法则上来讲与前面两例是一致的。但因为进率是非十进的，就不能用移动小数点的方法了。如（1）题中的$\frac{3}{10}$时化成分就用$60\times\frac{3}{10} = 18$（分）；（2）题中的0.5时化成分就用$60\times 0.5 = 30$（分）；（3）题可写成 1 时 36 分；（4）题 24 分要聚成时就用 24÷60=0.4（时），这是要与前面两例区分清楚的。

（3）题的错误是由于审题不清而造成的，题目是要求将单名数改写成复名数。

例 4（1）800 平方分米=（ ）平方米。

（2）3.2 公顷=（　　　）平方米。

（3）$\frac{7}{8}$公顷 $=$ （　）平方米。

（4）2300 立方厘米合（　　　）升。

（5）15 立方分米=（　　　）毫升。

［解］（1）800 平方分米=8 平方米。

（2）3.2 公顷=32000 平方米。

（3）$\frac{7}{8}$公顷 $= 8750$平方米。

（4）2300 立方厘米合 2.3 升。

（5）15 立方分米=15000 毫升。

［常见错误］

（1）800 平方分米=80 平方米。

（2）3.2 公顷=3200 平方米。

（3）$\frac{7}{8}$公顷 $= 700$平方米。

（4）2300 立方厘米合 23 升。

（5）15 立方分米=1500 毫升。

［分析］

计量单位的换算所出现的错误，常见的有两种，一是将单位换算的进率记错，再就是乘以进率或除以进率常常容易混淆。（1）题错误地把进率记作 10，因此用 800÷10 得 80 平方米。

因为 1 公顷=10000 平方米，所以（2）题可用 10000×3.2=32000（平方米）；（3）题用$10000\times\frac{7}{8}=8750$（平方米）。

1 立方厘米=1 毫升，1 立方分米=1 升，

1 立方分米=1000 立方厘米，1 升=1000 毫升。必须熟悉这些关系，才能将（4）题的 2300 立方厘米化为 2300 毫升，再聚成 2.3 升；将（5）题的 15 立方分米化成 15000 立方厘米，再化为 15000 毫升。

如果不熟悉这些进率和有关单位的换算关系，就会出现上面所列出的各种错误。

例 5（1）在下面的（　）里填上＞、＜或者=。

150 立方厘米（　）0.15 升。

0.35 千米（　　）35 米。

2.5 公顷（　）0.05 平方千米。

（2）3 平方米与 3 立方米两个量（　　）。

①3 立方米大；②3 平方米大；

③可能 3 平方米大；也可能 3 立方米大；

④不能比较大小。

［解］（1）150 立方厘米=0.15 升。

0.35 千米＞35 米。

2.5 公顷＜0.05 平方千米

（2）3 平方米与 3 立方米两个量不能比较大小。

［常见错误］

（1）150 立方厘米＞0.15 升。

0.35 千米＜35 米。

2.5 公顷＞0.05 平方千米。

（2）①3 立方米大。

［分析］

（1）题之所以解答错是由于只从数的大小去比较，没有比较数量的大小，应化成同一单位的量再去比较。150 立方厘米与 0.15 升比较：

150 立方厘米=150 毫升=0.15 升。

0.35 千米与 35 米比较：

0.35 千米＞0.035 千米；

或 350 米＞35 米。

2.5 公顷与 0.05 平方千米比较：

2.5 公顷＜5 公顷。

也可都化成平方千米再比较。

（2）题主要是考查对于量的概念的理解，平方米是测量面积大小的一个单位，立方米是测量体积大小的一个单位，两种不同类的计量数量不能比较大小。

例 61 平方千米和 1 千平方米相等吗？

［解］

不相等。

［常见错误］

相等。

［分析］

这是比较容易混淆的概念。1 平方千米就是 1 平方公里，根据有关规定，应该逐步用“千米”的单位名称替代“公里”的单位名称，因此，在小学教科书里是使用“千米”这个单位名称。1 平方千米就是边长为 1 千米的正方形的面积，它实际上是 1000000 平方米，而 1 千平方米就是 1000 平方米，所以它们是不相等的。

四、几何初步知识

几何初步知识是小学数学学习的重要内容，由于小学生掌握的知识有限、年龄小和空间想象能力差，要理解和掌握有关的概念和计算公式，都存在着一定的困难，虽说小学教材所涉及的几何知识都是些最基础的，图形又比较直观，但它的内容相当丰富，且贯穿在小学的整个学习阶段，这对发展学生的空间观念具有十分重要的意义。几何形体的变化多种多样，又有周长、面积、体积、容积等方面的计算，因此不仅概念易于混淆，而且计算公式难于理解和记忆。致使在有关几何知识习题的解答中，经常出现一些错误，探讨这些错误产生的原因及预防的办法则是本章所要研究的内容。

1．直线和线段

直线和线段是几何中最基本的概念。直线我们是不定义的，主要是通过日常生活中常见的事物作了一些描述性的说明。由于很多学生并没有真正理解和掌握，运用起来常常出错。

例 1 判断：直线比射线要长些。（ ）

[解]×

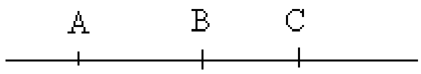
[常见错误]

√

[分析]

教科书对直线与射线是这样描述的：直线没有端点，射线有一个端点。学生从这点出发，总认为直线比射线长些。其实，直线可向两端无限延伸，它是不能度量出长短的；射线虽然只能向一端无限延伸，但它也是不能度量出长短的。两者都不可能度量出长短，自然就不能进行比较。因此说，“直线比射线长些”这句话是错误的。学生只要明白了以上的道理，也就可以防止类似的错误发生。

例 2 在一条直线上有 A、B、C 三个点(如图)，那么这条直线上有（ ）条线段，（ ）条射线。



[解]3 条线段，6 条射线。

[常见错误]

2 条线段，3 条射线。

［分析］

这是一道富有思考性的题，首先要明确线段和射线的定义；其次要善于观察。除了线段 AB 和 BC 外，还有线段 AC，因此应该是 3 条线段而不是 2 条线段。从每一个点向两方都引出两条射线，三个点共可引出 6 条射线，而不是 3 条射线。

直线和线段看来很简单，但要理解却不容易，如对“直线是无限长的”理解，必须有一定的空间想象力，因为我们所能见到的和所能画出的都只是直线上的一段。这些概念建立不好，将会影响后面许多知识的学习。

2．平行和垂直

平行与垂直发生错误的原因主要是对平行定义中“同一平面内”难以理解。因此，答题时把“在同一平面内”忽略，从而产生各种错误。

例 1 判断：不相交的两条直线叫做平行线。（　　）

［解］×

［常见错误］

√

［分析］

两条直线如果不在同一平面里，就有既不相交又不平行的现象存在。因此，这道题缺少了“在同一平面内”这个非常重要的条件，应该判错。防止出错的办法是可以在两张纸（代表两个平面）上，各画上一条直线，然后将这两张纸（两个平面）摆成不同的位置，观察两条直线相交不相交。这样，就可以加深理解“在同一平面内不相交的两条直线叫做平行线”的含义。

例 2 判断：两条直线相交，有一个角是直角，这两条直线互相垂直。（　　）

［解］√

［常见错误］

×

[分析]

学习两条直线互相垂直的概念时，学生认为要“四个角都是直角”这个条件，两条直线才能互相垂直。题中两条直线相交，已经有一个是直角，其他三个角一定是直角。判断时没有进一步分析，因此产生了错误。

3．角

角是由一点引出两条射线所组成的图形，很多学生对于角的认识，往往不从定义上来理解，习惯从角的边的长短来确定角的大小。对于直角、锐角、钝角、平角、周角在认识上也常常出错，例如对钝角的认识，有时只强调大于 90°，有时又只强调小于 180°，从而出现错误。

比较下面两个角的大小。

（1）　　（2）

[解] 第（1）个角比第（2）个角小。

[常见错误]

第（1）个角比第（2）个角大。

[分析]

在比较角的大小时，有的学生往往用比较物体大小的方法，因而得出错误的结论。这种错误是经常出现的，例如有的学生认为黑板面上的直角比三角板面上的直角大；在地面上画出的 30°的角比在纸上画出的 30°的角大等等。出现这类错误的主要原因是对角的定义没有理解，或是度量角的大小的标准没有掌握。角的两边既然是射线就可以向另一端无限延长。因此，角的大小同角的边的长短没有关系，而是看两条边张开的程度。理解了这一点，自然就不会犯类似的错误了。

例 2 一个直角与一个平角的和比一个周角小（　　）度。

[解]一个周角是 360°，一个平角是 180°，一个直角是 90°。所以，一个直角与一个平角的和比一个周角小 90°。

[常见错误]

270°。

[分析]

出现这种错误主要是将题意理解错了，误认为题中是求一个直角与一个平角的和，从而得出 270°的结论。

例 3 判断：小于 180°的角叫做钝角。（　　）

[解]×

[常见错误]

√

[分析]

钝角是大于 90°而小于 180°的角。如果只有小于 180°这个条件，就不能说是钝角了。例如 60°，80°，89°的角，都是小于 180°的角，它们都不是钝角。

4．长方形和正方形

长方形和正方形周长和面积的计算发生错误的原因是多方面的，有的是因为对长方形和正方形的特征认识不清；有的是因为对周长与面积概念的混淆；有的是因为周长或面积的计算公式没有掌握；有的是对周长或面积的单位使用上出错。这些问题都是不可忽视的。

例 1 有两个形状和大小都一样的长方形，长都是 12 厘米，宽都是 6 厘米。把它们拼成一个正方形，这个正方形的周长是多少厘米？

[解]

12×4=48（厘米）

答：这个正方形的周长是 48 厘米。

[常见错误]

（12+6）×2×2

=18×2×2

=36×2

=72（厘米）。

[分析]

两个相同的长方形拼成正方形后，求正方形的周长，而不是求两个长方形周长的和，解题时由于对这一点没有正确理解，因此出错。

例 2 有一个周长是 32 厘米的长方形，它是由 3 个大小完全相等的正方形拼成的，其中一个小正方形的面积是（　　）。

[解] 由 3 个大小完全相等的正方形拼成一个长方形，这个长方形的长与宽的比应是 3∶1。这样，已知长方形的周长及长与宽的比，可以求出长与宽；进而求出长方形的面积及正方形的面积。

$32\div 2\times \frac{3}{4}=12$（厘米）……长方形的长

$32\div 2\times \frac{1}{4}=4$（厘米）……长方形的宽

12×4÷3=16（平方厘米）……小正方形的面积

答：其中一个小正方形的面积是 16 平方厘米。

[常见错误]

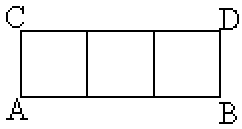
$32\times \frac{3}{4}=24$（厘米）……长方形的长

$32\times \frac{1}{4}=8$（厘米）……长方形的宽

24×8÷3=64（平方厘米）……小正方形的面积

[分析]

错解中虽说解题思路是对的，先求出长方形的长与宽，再求出长方形的面积，最后求出正方形的面积，但在求长方形的长与宽时，忽视了长方形的周长含有两个长与两个宽，因而产生了错误。如下图：AB 的长是 BC 长的 3 倍，而 AB 加 BC 的长只有 32 厘米的一半，所以，AB 是 12 厘米，BC 是 4 厘米。



例 3 小明把 2.8 米的铁丝，围成一个长方形，长方形长和宽的比是 4∶3，这个长方形围成的面积是多少平方米？

[解] 此题与例 2 一样，先求出长方形的长与宽，再求出长方形的面积。

$2.8 \div 2 \times \frac{4}{7} = 0.8$（米）……长方形的长

$2.8 \div 2 \times \frac{3}{7} = 0.6$（米）……长方形的宽

0.8×0.6=0.48（平方米）……长方形的面积

答：长方形的面积是 0.48 平方米。

[常见错误]

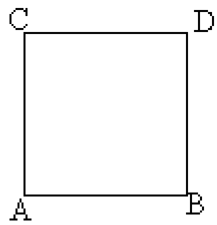
$2.8 \times \frac{4}{7} = 1.6$（米）……长方形的长

$2.8 \times \frac{3}{7} = 1.2$（米）……长方形的宽

1.6×1.2=1.92（平方米）……长方形的面积

[分析]

假设所围成的长方形如下图：



从图中可以看出，AB：BC=4：3，AB 加 BC 的长度只有这个长方形周长的一半，也就是 2.8 米的一半，即 1.4 米。而错解中犯了与例 2 同样的错误，导致答案错误。

例 4 判断：边长为 4 厘米的正方形，它的周长与面积相等。（ ）

[解]×

[常见错误]

√

[分析]

边长是 4 厘米的正方形，它的周长与面积计算的结果，数值虽说都是 16，但不能说它们是相等的，因为周长是用长度单位，结果是 16 厘米，面积是用面积单位，结果是 16 平方厘米。两者是无法比较的，正如 5 只猫与 5 公顷土地无法比较一样。

5．三角形、平行四边形和梯形

对于三角形、平行四边形和梯形的学习是非常重要的，下面列举的许多解题错误都是由于概念不清的缘故。这些图形之间既有联系又有区别，因此，对于它们的面积计算公式很容易混淆，常常出现错用公式的现象。另外，对于面积单位的进率和面积单位与地积单位的换算也是容易弄错的。

例 1 一个三角形三个内角的比是 1∶5∶4，最小的内角是（ ）度。这个三角形是（ ）三角形。

[解]

三角形的三个内角和是180°，其中最小的一个角是180°的$\frac{1}{10}$，所以，最小的一个角的度数是：

$180\times\frac{1}{1+5+4}=180\times\frac{1}{10}=18$（度）

因为三个角的度数的比是 1∶5∶4，可知其中最大一个角的度数是：

$180\times\frac{5}{1+5+4}=180\times\frac{1}{2}=90$（度）

由此可知这个三角形是一个直角三角形。

[常见错误]

$100\times\frac{1}{1+5+4}=100\times\frac{1}{10}=$ （度）．

最小的一个角是 10°。

$100\times\frac{5}{1+5+4}=100\times\frac{5}{10}=50$（度）．

这个三角形是一个锐角三角形。

[分析]

这个题的错误是把三角形三个内角和看成 100°，按 1∶5∶4 分成三份，所以得到最小的内角为 10°，最大的角是 50°，所以，把三角形错误地判断为锐角三角形。

例 2（1）等腰三角形的顶角与一个底角度数的比是 1∶4，顶角是（ ）度。

（2）判断：所有的平行四边形都不是轴对称图形。（ ）

（3）判断：有一组对边平行的四边形叫做梯形。（ ）

（4）判断：两个三角形可以拼成一个平行四边形。（ ）

（5）判断：长方形和正方形都是平行四边形。（ ）

[解]

（1）20。（2）×（3）×（4）×（5）√

[常见错误]

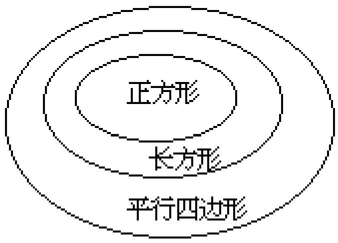
（1）36。（2）√

（3）√（4）√（5）×

[分析]

这些题都是有关三角形、平行四边形和梯形的基本概念题，出现这些错误，说明了概念不清。（1）题的错误是忽略了一个等腰三角形包含两个相等的底角，求顶角的度数应该是：180÷（1+4+4）=20°。

（2）、（3）、（4）、（5）几题之所以判断错，是因为对几种特殊的四边形的定义及相互关系不清楚。平行四边形、长方形和正方形的关系是：



就是说长方形和正方形都是平行四边形的特例，而长方形和正方形都是轴对称图形，所以（2）题“所有的平行四边形都不是轴对称图形”的说法是错误的，因为其中有些特殊的平行四边形（如正方形、长方形）是轴对称图形。梯形是“只有一组对边平行的四边形”，这个“只”字不能掉，因为长方形、正方形和平行四边形也有一组对边平行，所以（3）题的说法也是错误的。两个完全一样的三角形才能拼成一个平行四边形，所以（4）题的说法也是错误的，根据前面讲述的长方形、正方形和平行四边形的关系，那么（5）题的说法是正确的。

例 3（1）一个三角形和一个平行四边形的底和高相等，已知三角形的面积是 8 平方米，平行四边形的面积是（　　）。

（2）选择题：用手捏住四根木条钉成的一个长方形的两个对角，向相反方向拉成一个平行四边形，它的面积（　　）原来长方形的面积。

①大于；②小于；③等于。

[解]（1）16 平方米。

（2）小于。

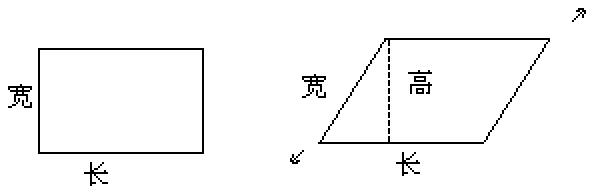
[常见错误]

(1) 8 平方米。
(2) 等于。

[分析]

三角形、平行四边形和梯形面积的计算都与它们的底与高有关，这些图形之间有联系又有区别，产生上述错误的主要原因是对于它们的面积计算公式有些模糊。(1) 题的一个三角形和一个平行四边形底和高都相等，假设底为 a，高为 h，那么平行四边形面积为 ah，三角形面积为 $\frac{1}{2}ah$。所以，这个平行四边形面积为这个三角形面积的 2 倍，即为 16 平方米。不要以为底和高都相等，面积也就相等。

(2) 题的错误是把周长和面积混淆，按题目要求一“拉”，周长没有变而面积变小了，因为长方形的长作为平行四边形的底没变，而“高”比原来的“宽”小了，这只要看下面的图就清楚了。



要使计算熟练必须记住常用的公式，而记住公式的关键又是要掌握这些公式的推导过程，懂得了其中的道理，记忆就会更深刻。

例 4 一块三角形的地，量得它的底长是 36.5 米，高是 15.2 米。这块地的面积是多少？

[解]

36.5×15.2÷2
=554.8÷2
=277.4（平方米）。
答：这块地的面积是 277.4 平方米。

[常见错误]

36.5×15.2=554.8（平方米）。
答：（略）

[分析]

解题出现错误的主要原因是对三角形面积计算公式的由来没有理解，它与平行四边形的关系没有掌握，因此，对求三角形的面积用底乘以高后再除以 2 中的“除以 2”理解不深，造成记忆模糊，与求平行四边形面积相混淆。防止出错的办法是自己动手剪两个完全一样的三角形，拼成一个平行四边形，通过剪拼来加深理解“除以 2”的意义，再通过适当的练习进行巩固。

例 5 红林村新修了一条水渠，水渠的横截面是梯形，上底 1.8 米，下底 0.8 米，深 0.5 米。这条水渠横截面的面积是多少？

[解]（1.8+0.8）×0.5÷2

=2.6×0.5÷2

=1.3÷2

=0.65（平方米）。

答：水渠的横截面积是 0.65 平方米。

[常见错误]

（1.8+0.8）×0.5

=2.6×0.5

=1.3（平方米）。

答：（略）

[分析]

例 5 的解题错误与例 4 相似，主要是对梯形面积的计算公式的推导过程没有搞清楚，它与平行四边形面积计算的关系没有掌握，因此，对“除以 2”理解不深，常常遗漏，有时列式中有，但实际计算时又忘了“除以 2”。防止出错的办法是自己剪两个完全一样的梯形，再拼成一个平行四边形。通过剪拼，来理解“除以 2”的意义，再通过适当的练习加以巩固。

例 6 一块平行四边形麦地，底长 49 米，高 40 米，这块地合多少公顷？这块地共收小麦 1254.4 千克，平均每公顷收小麦多少千克？

[解]49×40÷10000

=1960÷10000

=0.196（公顷）。

1254.4÷0.196=6400（千克）。

答：这块地有 0.196 公顷，平均每公顷收小麦 6400 千克。

[常见错误]

49×40÷100

=1960÷100

=19.6（公顷）。

1254.4÷19.6=64（千克）。

答：（略）

[分析]

在计算土地面积时，单位间的进率常常出现错误，此题出错就是把 1 公顷等于 10000 平方米，错误地记成了 1 公顷等于 100 平方米。出现这样的错误，小学生由于生活经验不足，特别是城市小学生，它们对 1 公顷土地的实际大小弄不清楚，所以出错了也发现不了。因此，关于土地面积单位，最好让小学生“身临其境”，量一量一公顷土地的大小，从而估计学校占地面积大约有多少公顷等等。做到了这一点，即使在解题时出现了错误，他们也可以及时发现。如上例，平均每公顷土地只收小麦 64 千克，肯定错了。

6．圆和扇形*

在平面图形里，圆和扇形较前几种图形更为复杂。涉及这

*扇形为选学内容两类图形的试题解答常见的错误,除了有上面所说的概念不清所造成的外，还有公式混淆所造成的，单位进率不清楚造成的。由于“π”和数的“平方”的出现，给计算带来一定的困难，“π”一般是取 3.14，有两位小数，计算带来麻烦。12 困难，“π”一般是取 3.14，有两位小数，计算带来麻烦。$1^2=1$，$3^2=9$，而往往容易错成 $1^2=2$，$3^2=6$，这些都必须引起足够的重视。

例 1（1）判断：圆的对称轴只有一条（　　）。

（2）判断：一个圆的半径扩大 2 倍，这个圆的面积就扩大 2 倍（　　）。

（3）一个扇形的面积，是它所在圆面积的 $\frac{1}{5}$，这个扇形的圆心角是（　　）度。

[解]

（1）×（2）×（3）72。

[常见错误]

（1）√（2）√（3）36。

[分析]

出现（1）题的判断错误，是解答者认为圆的对称轴只有一条，就是那条把圆分成相等的两个半圆的直径，实际上任何一条直径都是圆的对称轴，而圆有无数条直径，所以有无数条对称轴；因为圆的面积 = πr^2，那么圆的半径与圆的面积不是成正比例关系，所以（2）题判断为对也是错误的；（3）题是误把整个圆周看成180°，$180°\times\frac{1}{5}=36°$，显然结论是错的。

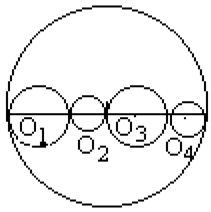
例 2 （1）用一根长 3.14 米的绳子围成一个正方形、长方形、圆形，它们中的面积最大的是（　　）。

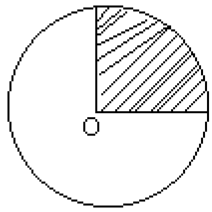
（2）在一个直径为 6 分米的圆上剪下一个圆心角是 60 度的扇形，这个扇形的面积是（　　）。

（3）选择题：设 R 是大圆 O 的直径，如果小圆 O_1、O_2、O_3、O_4 的直径之和等于 R（如图）。小圆 O_1、O_2、O_3、O_4 的周长之和（　　）大圆周长。

①大于；②等于；③小于。

（4）右下图中圆的周长是 18.84 厘米，求阴影部分的面积。





（5）学校建一圆形花坛，内圆周长 12.56 米，外圆周长 18.84 米，在内圆里种菊花，在环形内种月季花，种月季花的面积是多少？

[解]（1）圆。（2）4.71 平方分米。（3）等于。

（4）$(18.84\div3.14\div2)^2\times3.14\times1/4$

$=3^2\times3.14\times1/4$

$=7.065$（平方厘米）。

（5）$(18.84\div3.14\div2)^2\times3.14-(12.56\div3.14\div2)^2\times3.14$

$=3^2\times3.14-2^2\times3.14$

$=28.26-12.56$

$=15.7$（平方米）

[常见错误]

（1）正方形。

（2）18.84 平方分米。（3）大于（或小于）。

（4）①$(18.84\div3.14)^2\times3.14\times\frac{1}{4}$。

②$(18.84\div3.14\div2)^2\times3.14\times\frac{1}{4}$

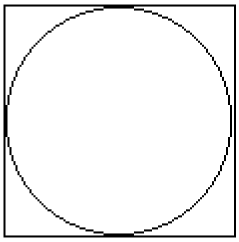
$3^2 \times 3.14 \times \frac{1}{4}$

$6 \times 3.14 \times \frac{1}{4}$。

（5）[（18.84-12.56）÷3.14÷2]^2×3.14

[分析]

（1）题通过计算我们会发现圆的面积最大，之所以误认为正方形面积最大，可能是受右图的影响，而实际上图中正方形的周长大于圆的周长。



（2）题的错误出在圆面积的计算公式上，18.84是由$6^2 \times 3.14 \times \frac{1}{6}$得到的，6是直径，应该是$(6 \div 2)^2 \times 3.14 \times \frac{1}{6} = 4.71$（平方米）。

（3）题凭观察难以比较，得出“大于（或小于）”的错误结论。如果我们举出具体数算就会发现小圆周长之和与大圆的周长是相等的，并且无论这样画出多少个小圆，得出的结论都是周长相等。

这可以通过以下的推导得出两者周长相等的结论。

设小圆的直径分别为 r_1、r_2、r_3、r_4，则四个小圆的周长之和是：

$r_1\pi+r_2\pi+r_3\pi+r_4\pi$

$=(r_1+r_2+r_3+r_4)\pi$

$=R\pi$。

即小圆周长之和等于大圆的周长。

（4）题的第①种错误原因与上面（2）题相同，列式中忘记了“÷2”，成了直径的平方；第②种错误原因虽说很简单，但 $3^2=6$ 是常发生的错误。

（5）题是为了寻求简便方法而出现的错误，我们通过下面各组算式的对比，就会发现错误的原因所在：

①$5^2-3^2=16$，$(5-3)^2=4$。

②$9^2-6^2=45$，$(9-6)^2=9$。

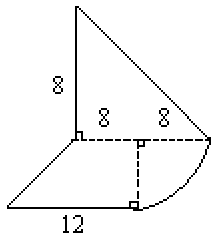
③$7^2-2^2=45$，$(7-2)^2=25$。

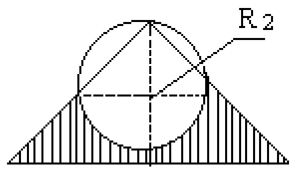
综上所述，在计算圆和扇形的面积时，一是要防止公式运用错误；二是要防止计算错误。

7．平面组合图形

平面组合图形要综合运用各种基本图形的有关知识，解答有关平面组合图形的题学生较易出错，产生错误的主要原因有三点：一是看不出组合图形是由哪几种图形组合而成；二是计算公式混淆造成列式错误；三是计算步骤较多、数字复杂所造成计算错误。

例 1 （1）求下面左图组合图形面积。（单位：厘米）



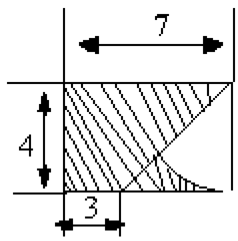


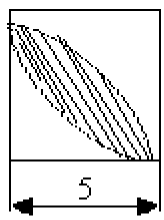
（2）计算上面右图阴影部分的面积。（单位：厘米）

（3）求下面左图长方形中阴影部分的面积。（单位：厘米）

（4）求上面右图阴影部分的面积。（单位：厘米）

（5）有两个等腰直角三角形，直角边分别为 5 厘米、7 厘米，像下面左图那样重叠着，试求重叠部分的面积。





（6）上面右图，圆的半径是 3 厘米，圆的面积等于长方形面积的一半。求阴影部分的面积。

［解］

（1） $(8+8)\times 8\times \frac{1}{2}+(8+12)\times 8\times \frac{1}{2}+8^2\times 3.14\times \frac{1}{4}$

=64+80+50.24

=194.24。

（2） $8\times 4\times \frac{1}{2}-4\times 2\times \frac{1}{2}-2^2\times 3.14\times \frac{1}{2}$

=16-4-6.28

=5.72（平方厘米）。

或 $(4+8)\times 2\times \frac{1}{2}-2^2\times 3.14\times \frac{1}{2}$

=5.72（平方厘米）。

（3） $7\times 4-4^2\times 3.14\times \frac{1}{8}$

=28-6.28

=21.72（平方厘米）。

（4）（$52\times3.14\times\frac{1}{4}-5\times5\times\frac{1}{2}$）$\times2$

=7.125×2

=14.25（平方厘米）。

（5）（$3+5$）$\times2\times\frac{1}{2}=8$（平方厘米）。

或$5\times5\times\frac{1}{2}-3\times3\times\frac{1}{2}=8$（平方厘米）。

或（$5+7$）$\times2\times\frac{1}{2}-4\times2\times\frac{1}{2}=8$（平方厘米）。

（6）32×3.14=28.26（平方厘米）。

[常见错误]

（1）（$8+8$）$\times8+$（$8+12$）$\times8\times\frac{1}{2}+$（$8\div2$）$2\times3.14\times\frac{1}{4}$。

（2）$8\times4\times\frac{1}{2}-22\times3.14$。

（3）找不出扇形的圆心角的度数。

（4）$52\times3.14\times\frac{1}{4}-5\times5\times\frac{1}{2}$·

（5）找不出有关的线段的长度。

（6）3^2×3.14×2。

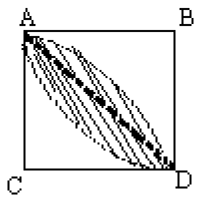
[分析]

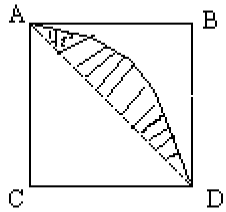
本例题的图形都是些平面组合图形，解题时要综合用到平面基本图形的计算公式。所用到的计算公式往往既有联系又有区别，有时为求得一个答案要用到几个公式，因此公式很容易混淆，尤其是有关圆面积或扇形面积的计算，一般都有几位小数，更容易发生计算错误。

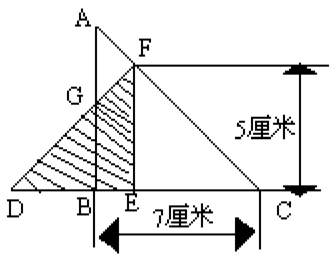
（1）题列式时忘记了求三角形和梯形面积时需“$\times\frac{1}{2}$”，求扇形面积时又误把“8”作为直径而出现“（8÷2）^{2}”的错误。（2）题阴影部分的面积，不是从三角形中减去的一个整圆的面积，而是减去一个半圆和一个三角形的面积；或是从梯形面积里减去一个半圆的面积。（3）题可从长方形的已知数据的比较中得出，含扇形的一个直角三角形的两直角边都是4，即为一等腰直角三角形，则底角为45°，所以，扇形的圆心角也为

45°。（4）题要作一条辅助线（如下面左图）AC，那么$52\times3.14\times\frac{1}{4}-5\times5\times\frac{1}{4}$，即扇形面积减去三角形面积，得到的为下面中图的阴影部分面积。所以，要求左图的阴影部分面积必须再“×2”。

（5）、（6）题则需要先仔细观察图形再思考。（5）题怎样先找出有关线段的长呢？从下面右图可知，因为都是等腰直角三角形，那么 AB=BC、DE=EF。并且三角形 FEC，三角形 DBG 都是等腰直角三角形。因此可求得有关线段的长：







BE=BC-EC=7-5=2（厘米）。

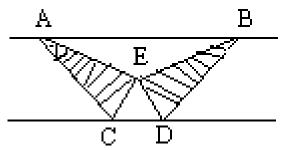
BG=DB=DE-BE=5-2=3（厘米）。

AG=AB-BG=7-3=4（厘米）。

从而可得出解法①，直接求梯形 GBEF 的面积；解法②是三角形 DEF 的面积减去三角形 DBG 的面积；解法③是梯形 ABEF 的面积减去三角形 AGF 的面积。（6）题根据题意观察图形就不难发现，阴影部分的面积和圆的面积相等，所以求出了圆的面积就求出了阴影部分的面积，若再乘以 2，求得的只是长方形的面积。

例 2　选择题：下图中 AB 和 CD 是两条平行线，三角形 ACE 的面积（　　）三角形 BDE 的面积。

①大于；②等于；③小于。



[解]

等于。

[常见错误]

大于或小于。

[分析]

题中的两个三角形形状不完全一样，但三角形 ACE 的面积=三角形 ACD 的面积-三角形 ECD 的面积，三角形 BDE 的面积=三角形 BDC 的面积-三角形 ECD 的面积，而三角形 ACD 与三角形 BDC 是同底等高，面积相等，同样都减去三角形 ECD 的面积，所以三角形 ACE 和三角形 BDE 的面积相等。错解的学生会因为形状不一样而误认为面积也不一样。

从以上两例可以看出，这些题都有一定难度，解答时为了防止发生错误，先要认真观察图形，适当地进行一些推理计算，切不可想当然地得出一些结论。

8．长方体和正方体

长方体和正方体是一类最简单的立体图形，小学阶段有关长方体和正方体的题多数是体、面积的计算题，表面积和体积不仅含义不同，计量的单位也不同。学生如对表面积和体积的含义理解不深，计算起来很容易相互混淆。另外堤坝和水渠土石方的计算看来很容易，由于学生生活经验较缺乏，也给理解题意带来一定的困难。

例 1

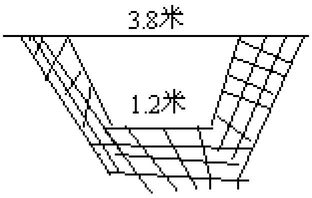
（1）一个正方体的棱长总和是 24 厘米，它的表面积是（　　）平方厘米；体积是（　　）立方厘米。

（2）一个正方体的金鱼缸，棱长 4 分米，如果把满缸水倒入另一个长 8 分米，宽 2.5 分米的长方体的鱼缸，问水面可升到多少米的高度？

（3）正方体的棱长扩大 2 倍，它的体积扩大（　　）倍。

（4）一辆卡车车厢的底面积为 4.8 平方米。运送一种长方体形的包装箱，包装箱的棱长分别为 0.6 米，0.4 米，0.5 米，如果码放 2 层，这辆卡车最多能装（　　）个包装箱。

（5）东风乡挖一条长 3 千米 24 米的引水渠，水渠的横截面是梯形（如图），上底3.8米，下底1.2米，下底长是高的$\frac{3}{4}$，现有168人参加挖土，如果每人每天挖 1.8 方，需要几天挖完？



［解］（1）24，8。

（2）（4×4×4）÷（8×2.5）

=3.2（分米）=0.32（米）。

（3）8。（4）48。

（5）$\left[（3.8+1.2）\times\left(1.2\div\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{2}\times3024\right]\div（1.8\times168）$

$=\left[5\times1.6\times\frac{1}{2}\times3024\right]\div302.4$

=12096÷302.4

=40（天）。

[常见错误]

（1）54，27 或 24，24。

（2）（4×4×4）÷（8×2.5）=12÷20=0.6（米）。

（3）6。

（4）40 或 32。

（5）长 3 千米 24 米化成 324 米，

梯形高为$1.2\times\frac{3}{4}=0.9$（米）。

[分析]

（1）题的第一种错误是把正方体的 12 条棱记成 8 条，所以得棱长 3 厘米，出现表面积是 54 平方厘米，体积是 27 立方米的错误；第二种错误是把表面积和体积混淆了。（2）题的错误是计算时误把 4×4×4 看成 3 个 4 得 12。（3）题因为正方体体积是三个棱长相乘，所以误认为一个棱长扩大 2 倍，那么三个棱长就扩大 6 倍。（4）题的解答需要有一定的思考能力，因为层数已定而高度没有限制，那么每个包装箱底面最小装的就最多。包装箱可能有三种放法，一是底面为 0.6×0.4；二是底面为 0.6×0.5；三是底面为 0.4×0.5。显然第三种放法每个包装箱所占的底面积最小，也就是说按第三种放法装得最多，这时能装 48 个。

（5）题是一道计算水渠土石方的试题，它的计算公式是用横截面积乘以长，横截面是一个梯形。在一般情况下，横截面的有关数量的单位与长的单位是不统一的，要注意化成相同的单位，此题的 3 千米 24 米应化成 3024 米；此题数字多而大且运算步骤多，容易发生计算错误；算式中中括号算出的即为水渠挖出的土方 12096 立方米，即 12096 方，所以最后的单位应为天。在体积计算中，单位也是最容易搞错的，不容忽视。

例 2

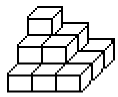
（1）用三个长 3 厘米、宽 2 厘米、高 1 厘米的长方体拼成一个表面积最小的大长方体。这个长方体的表面积是（

（2）把两个校长都是 1 厘米的正方体，合拼成一个长方体，这个长方体的表面积是（　　）平方厘米。

（3）下图中 1 个小正方体木块表示 1 立方厘米，再添上（　　）个这样的小木块，就能垒成一个棱长是 3 厘米的正方体。

［解］（1）42 平方厘米。

（2） 10。（3）13。



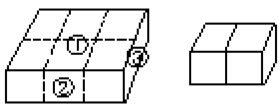
［常见错误］

（1）66 或 58 或 54 平方厘米。

（2）12。（3）18。

［分析］

这几道试题主要考查学生的空间想象能力，解答起来有一定的难度。（1）题的一个长方体（如下左图）的表面积为（6+3+2）×2=22（平方厘米），三个长方体的总表面积是 22×3=66（平方厘米）；如果把三个长方体的③面相接拼成的长方体表面积为（6+3）×2×3+2×2=58（平方厘米）；如果把三个长方体的②面相接拼成的长方体表面积为（6+2）×2×3+3×2=54（平方厘米）；如果把三个长方体的①面相接拼成的长方体表面积为（3+2）×2×3+6×2=42（平方厘米），所以，最后一种拼法表面积最小，其他几种拼法均不是最小的。



（2）题忘记了中间相接的地方（如上右图）要去掉 2 个 1 平方厘米，所以误认为是 12 平方厘米。

（3）题的正确解答应是用棱长 3 厘米的大正方体所含小正方体的个数（27）减去原有的小正方体的个数，而原有的小正方体是 14 个，而图中画出来的只有 9 个，其余 5 个被遮住了，如果想不到这 5 个就会出现 27-9=18（个）的错误。

空间想象力的形成需要逐步培养，一般先通过直观训练，再过渡到抽象的想象。

9．圆柱和圆锥

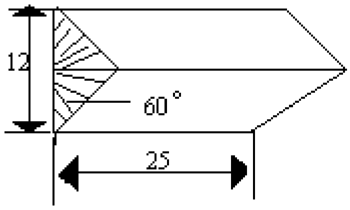
圆柱和圆锥是两种最简单的特殊几何形体，小学数学只学习圆柱的表面积、体积和圆锥的体积的计算，我们知道圆锥体积是同底等高圆柱体体积的

$\frac{1}{3}$，由于不少学生对这点缺乏充分认识，计算圆锥体积时经常忘记乘以$\frac{1}{3}$；有的学生分不清表面积、体积各指的是什么；有的学生对一些计算公式缺乏变换的能力。

例 1

（1）一根圆柱形钢材，它的底面直径是 1 分米，体积是 15.7 立方分米，它的高是多少米？

（2）下图是一个横截面为扇形的机器零件（单位：厘米），求它的体积。



[解]（1）15.7÷[（1÷2）^{2}×3.14]

=15.7÷0.785

=20（分米）=2（米）。

（2）$12^2\times3.14\times\frac{60}{360}\times25=1884$（立方厘米）

[常见错误]

（1）推不出圆柱长=体积÷底面积的计算公式。

（2）列式为（12÷2）^{2}×3.14×$\frac{60}{360}$×25；

或为$12^2\times3.14\times\frac{60}{360}$．

[分析]

这两道题是不能直接运用教材中圆柱和圆锥的公式计算的，而是先要根据已学的公式推导出新的公式，再根据新公式进行计算。

如（1）题要求圆柱的高，因为，圆柱体积=底面积×高，推得高=圆柱体积÷底面积。

（2）题第一种错误是把半径 12 看成直径，因此将 12^2 写成（12÷2）^{2}；第二种错误忘记“×25”。

例 2（1）一根钢管长 1 米，外直径 10 厘米，内直径是 8 厘米。如果 1 立方厘米的钢重 7.8 克，这根钢管重多少千克？（得数保留整千克）

（2）一个圆锥形小麦堆，底面周长是 9.42 米，高 0.8 米，每立方米小麦重 750 千克，这堆小麦约重多少千克？

（3）一个圆柱体底面半径是 3 厘米，表面积是 150.72 平方厘米。求圆柱体体积。

[解]（1）〔（10÷2）^{2}×3.14-（8÷2）^{2}×3.14]×100=2826（立方厘米）。

7.8×2826÷1000=22.0428≈22（千克）。

（2）$750\times[(9.42\div 3.14\div 2)^2\times 3.14\times 0.8\times \frac{1}{3}]$

=750×1.884

=1413（千克）。

（3）圆柱体高 $=\frac{\text{表面积}-\text{底面积}\times 2}{3\times 2\times 3.14}=5$（厘米）

$=\frac{150.72-3^2\times 3.14\times 2}{3\times 2\times 3.14}=5$（厘米）。

圆柱体积=底面积×高

=3^2×3.14×5=141.3（立方厘米）。

[常见错误]

（1）列式为（10^2×3.14-8^2×3.14）×100；

或为[（10÷2）^{2}×3.14-（8÷2）^{2}×3.14]×1。

（2）列式为$750\times(9.42\times 0.8\times \frac{1}{3})$；

或为 750×[（9.42÷3.14÷2）^{2}×3.14×0.8]。

（3）由公式圆柱体高 $=\frac{\text{表面积}}{\text{周长}}$ 计算圆柱体的高，误把表面积作为侧面积

[分析]

（1）题第一种错误忘记应先求出半径；第二种错误则是未统一单位而列式。

（2）题第一种错误是把圆的周长代替圆面积去计算圆锥体积，因为题中的 9.42 米是圆周长，而不是圆面积；第二种错误是在圆锥体积的计算中忘记“$\times\frac{1}{3}$”。

（3）题要求圆柱的体积必须先求出圆柱的高，而题目已知圆柱的底面半径和圆柱的表面积，可分步这样来想：根据圆柱侧面积=底面周长×高，推得：

高=圆柱侧面积÷底面周长

↓　　　　　　　　　↓

表面积-底面积×2　　　3×2×3.14

↓　　　↓

150.72　3^2×3.14×2

所以 圆柱的高 $= \dfrac{150.72 - 3^2 \times 3.14 \times 2}{3 \times 2 \times 3.14}$

从以上分析可以看出，必须对这些公式运用自如，才能保证列式正确。

五、应用题

解答应用题，要根据数量间的相依关系，进行严密的思考，合情合理的推理，然后作出判断，寻找解题的途径与方法。但是，由于小学生年龄小，生活经验少，思维能力还不强，这样，对应用题的学习带来了一定的困难，不少学生在解答应用题时经常出现这样或那样的错误。本章着重研究学生在解答应用题时所出现的错误及防止与纠正错误的办法，以便提高学生解答应用题的能力。

小学数学中的应用题涉及的知识很广泛，难易程度也不尽相同。但是在解答这些应用题时，一般包括了三个过程，即思考过程、运算过程及验算过程。

思考过程主要是理解题意与分析题中的数量关系。理解题意要通过读题来完成，读题时要边读边想，这道题中有哪些已知条件，所求的问题是什么？对题中的关键性词语的意思彻底弄明白。在理解题意时，还可以采用摘录已知条件和要求的问题的办法，或者边读边画出示意图，来帮助理解。分析题中的数量关系是在理解题意的基础上进行的，要全面分析直接已知条件与间接已知条件之间的相互关系，分析间接已知条件和应用题的问题之间的相互关系。很多情况下学生应用题解错，错就错在数量关系的分析上。只有数量关系分析清楚了才能确定先算什么，再算什么，最后算什么。

运算过程就是求应用题解答结果的过程，这一步是很重要的。有的学生在解答应用题时，列式是正确的，但是由于计算粗心或者别的什么原因，在计算中发生了错误。

应用题解答以后必须验算，验算时一般采用三种方法。一种是复查，从理解题意、分析数量关系、列式、计算过程再查一遍，看其中每个环节是否出了错误。另一种是改变应用题的条件和问题，把求出的得数作已知条件，把原来的一个已知数作要求的问题，进行计算，所得的结果和原题已知数相同，就说明这种解法和计算是正确的。第三种验算方法是用另一种解答方法解题，如果两种方法（这两种方法都是正确的）解题的得数相同，说明原来的解法与计算是正确的。

1．简单应用题

简单应用题在小学数学中占有重要的地位。通过简单应用题的学习，可以加深理解四则运算的意义，培养初步解答实际问题的能力，获取有关解答应用题的知识，发展思维能力。

学习简单应用题是学习应用题的开始。虽然这些应用题只用一步运算就能解答，但是，由于反映四则运算的实际应用情况是多种多样的，因此，在

解题时常常出现一些错误。

例 1（1）王师傅要做 14 个零件，已经做好了 5 个，还要做几个零件？

（2）校园里有 9 棵松树，又栽了 6 棵，现在有多少棵松树？

[解]（1）14-5=9（个）

答：还要做 9 个。

（2）9+6=15（棵）。

答：现在有 15 棵松树。

[常见错误]

（1）14-5=9（零件）。

答：（略）

（2）9-6=3（棵）

或者 9+6=15（树）

答：（略）

[分析]

初学解答应用题时，往往认为应用题中的最后一个“字”或两个“字”是单位名称，要防止上述错误的发生，主要是加强有关单位名称的训练。例如一头牛、一辆车、一棵树、一条鱼、一个人、一件事、一台机器等等。

例 2 青山小学有老师 3 人，学生 68 人，学生比老师多多少人？

[解]68-3=65（人）。

答：学生比老师多 65 人。

[常见错误]

3+68=71（人）。

或者 3-68=65（人）。

答：（略）

[分析]

初学应用题时，往往见到“多”字就用加法计算，这是造成错解一的主要原因；再就是认为应用题总是“前面的数量加上后面的数量”，或者是“前面的数量减去后面的数量”，这是造成错解二的主要原因。要防止这种错误的产生，从一开始学习应用题，就要注意培养分析题中已知条件和要求问题的习惯，确定解法后要进行检验，想一想这样计算对不对。例 3 学校里的足

球，借走 8 个后还剩下 5 个。学校里有足球多少个？

[解] 8+5=13（个）。

答：学校里有足球 13 个。

[常见错误]

8-5=3（个）。

答：学校里有足球 3 个。

例 4 山上有 56 只羊，比山下的羊多 7 只，山下有羊多少只？

[解] 56-7=49（只）。

答：山下有羊 49 只。

[常见错误]

56+7=63（只）。

答：山下有羊 63 只。

例 5 同学们分 8 组做游戏，平均每组 4 人，做游戏的同学有多少人？

[解] 4×8=32（人）。

答：做游戏的同学有 32 人。

[常见错误]

8÷4=2（人）。

答：做游戏的同学有 2 人。

例 6 同学们在校园里栽树，2 人合栽 1 棵，8 人一共栽了多少棵？

[解] 8÷2=4（棵）。

答：8 人一共栽了 4 棵。

[常见错误]

2×8=16（棵）。

答：8 人一共栽了 16 棵。

例 7 商店里柜台上摆了热水瓶和杯子，杯子的只数是热水瓶只数的 3 倍。热水瓶有 15 只，杯子有多少只？

[解] 15×3=45（只）。

答：杯子有 45 只。

[常见错误]

15÷3=5（只）。

答：杯子有 5 只。

［分析］

以上五例学生为什么会出现错误呢？主要原因是他们过去在解简单应用题时，把某些词与解题方法建立了错误的联系，如例 3 看到“剩下”就联系到减法，例 4 看到“比……多……”立即联系到加法，例 5 看到“平均”二字必用除法，例 6 看到“一共”就想到加法与乘法，例 7 看到“倍”就用除法。学生由于受到这种固定的模式支配，因此，解答此类应用题时非常容易出错。

简单应用题由于数字简单、结构明显、解答方便，因此，学生解题时很容易忽视对题中数量关系的分析。如果能按步骤进行解题，则可避免上述错误的发生，简单应用题解题一般分为五步。

第一步：理解题意；

第二步：弄清已知条件及要求的问题；

第三步：确定解答方法及列式计算；

第四步：检验；

第五步：答题。

如上面例 4，当弄清题意后，可画出下图帮助分析题中的数量关系：

通过对文字叙述的理解及对示意图的分析，很容易知道如果把山上的羊减少 7 只，就与山下的羊同样多。

解应用题若严格按步骤进行，通过检验也能发现解题错误，如例 4 若山下的羊比山上的羊还多些，显然不合题意，可以确定用加法计算是错误的。

学生解答应用题时，一般都习惯题目采用“顺叙”的结构出现，当题中叙述的方式发生变化时，学生也容易发生错误。因此为了防止上述错误的发生，可适当让学生练习一些对比题。如：

$$\begin{cases}\text{①山上有羊56只，山下有羊49只，山上的羊比山下的羊多几只？}\\ \text{②山上有羊56只，比山下的羊多7只，山下有羊多少只？}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\text{①山上有羊56只，山下有羊49只，山下的羊比山上的羊少几只？}\\ \text{②山下有羊49只，比山上的羊少7只，山上有羊多少只？}\end{cases}$$

通过这样的练习，目的使学生在解题时注重分析题中的数量关系，克服那种靠个

别词语来确定解法的错误作法。

2．复合应用题

复合应用题就是要用两步或两步以上的运算才能解答的应用题。因此，每个复合应用题一般都由两个或两个以上有联系的简单应用题复合而成。复合应用题中需要用特殊的思路与方法进行解答的，这类题称为典型应用题。

复合应用题由于数量关系复杂，解题时应特别注意遵循以下步骤：

第一步：审题。了解题中的内容，理解题意，找出题中的已知条件和要求的问题。

第二步：分析。重点分析题中的数量关系，即已知数与已知数的关系，已知数和未知数的关系，从而找出解题的途径与方法。

第三步：列式。确定解题步骤与方法，先算什么，再算什么，……最后算什么，并列出分步式或者综合式，进行计算得出答案。

第四步：验算。通过验算最后确定答案正确与否。

第五步：答题。写出题目中所要求的答案。

在以上的步骤中，审题是基础，分析是关键。只有认真审题，正确分析，才能找到正确的解题思路，列出正确的算式进行解答。验算往往在解题时容易忽略，其实这一步是非常重要的，有的学生解答完一道题后，自己不知道是否正确，没有把握，这就是没有进行“验算”训练的表现。作答一般来讲是容易的事，正因为如此，在作答时往往出现张冠李戴的错误。

例 1 胜利机械厂 1995 年的产值是 65 万元，1997 年的产值比 1995 年增长了 3 倍。1997 年的产值是多少万元？

[解]65+65×3

=65+195

=260（万元）。

或者 65×（3+1）

=65×4

=260（万元）。

答：1997 年的产值是 260 万元。

[常见错误]

65×3=195（万元）。

答：1997 年的产值是 195 万元。

例 2 果园乡去年收桔子 40 万箱，今年收桔子 120 万箱。今年的桔子产量比去年增加了几倍？

[解]（120-40）÷40

=80÷40

=2。

答：今年的桔子产量比去年增加 2 倍。

[常见错误]

120÷40=3（倍）。

答：今年桔子产量比去年增加了 3 倍。

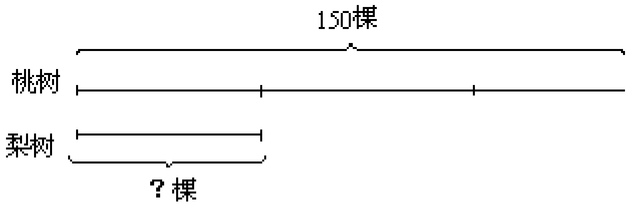
[分析]

以上两例的错误，主要是由于学生对“倍数”关系理解不清而造成的。例 1 误把“增长了 3 倍”与“求一个数的 3 倍是多少”等同起来，不知道 1997 年的产值比 1995 年增长 3 倍以后，是 1995 年产值的 4 倍，因此产生了错误；例 2 对“今年的桔子产量比去年增加了几倍”理解不清，把它与“今年的产量是去年的几倍”等同起来，所以产生了错误，列式中由于“倍”不是计量单位，因此最后在“倍”字上加括号作为计量单位，也是错误的。

应用题中所讲的“倍数”一般是由两个数量相比较而得出来的。例如“桃树的棵数是梨树的 3 倍”，是桃树棵数与梨树棵数相比较而得来的；“1997 年的产值比 1995 年增长了 3 倍”，即 1997 年的产值比 1995 年产值增长的数与 1995 年产值相比得出的 3 倍，因此，在解题时，若遇到“倍数”问题，一定要弄清它是由哪两个数量比较而得来的。

解倍数应用题，准确地找到“1 倍数”，这是解题的关键。倍数应用题中有个谁与谁比的问题，那个被比的数就是“1 倍数”，如例 1 中 1995 年的产值是“1 倍数”。

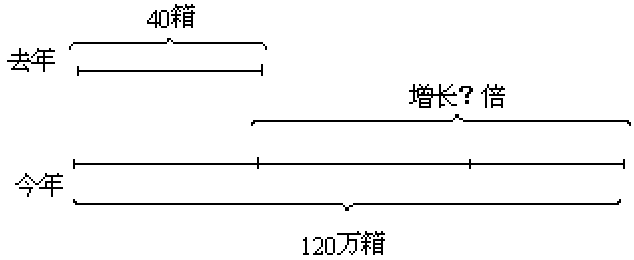
为了使学生正确地解答这类问题，培养学生用图示法解题是很重要的。例如桃树有 150 棵，是梨树棵数的 3 倍，梨树有多少棵？学生如能画出下面的图，则解题就容易得多了。



从图中很清楚地可以看出，桃树的棵数是梨树棵数的 3 倍，求梨树的棵数，就是把桃树的棵数平均分成 3 份，取其中的 1 份，如例 1，学生能画出下面的图，解答也就不困难了。

从图中可以看出，1997 年的产值相当于 1995 年产值的 4 倍。例 2 结合题目的分析可绘出如下的示意图。

从图中可以看出，要求今年桔子产量比去年增长几倍，必须先求出今年的桔子比去年增长了多少万箱，再看增长的箱数是去年产量的几倍，就是增长几倍。



例 3 狐狸在奔跑时最高速度可达每分钟 750 米。照这样计算，1 小时可跑多少千米？

[解]750×60÷1000

=45000÷1000

=45（千米）。

或者：750÷1000×60

=0.75×60

=45（千米）。

答：狐狸最高速度 1 小时可跑 45 千米。

[常见错误]

750÷1000=0.75（千米）。

答：狐狸最高速度 1 小时可跑 0.75 千米。

例 4 一个餐厅长 12 米，宽 10 米，用边长为 2 分米的正方形瓷砖铺地，需要这种瓷砖多少块？

[解]12×10÷（0.2×0.2）

=120÷0.04

=3000（块）。

或者 120×100÷（2×2）

=12000÷4

=3000（块）。

答：需要瓷砖 3000 块。

[常见错误]

12×10÷（2×2）

=120÷4

=30（块）。

答：需要瓷砖 30 块。

[分析]

以上两例的错误，一方面是学生对题意不理解，另一方面就是计量单位的选用对解题产生了较大的干扰，而导致了错误，如例 3 中只有一个数量 750 米供学生解题时思考，他们在思考时各种计量单位的化聚同时出现在脑海里，无所适从，因此，就选择了 750÷1000 的错误方法。

要防止出现类似错误，必须透彻地理解每一步解题的算理。如例 3 分析时可画出下面的方框图。

从图中可以看出，1 分钟跑 750 米，1 小时跑多少千米？跑的时间由 1 分钟变成了 1 小时（60 分钟），即扩大了 60 倍，那么，跑的距离也应该扩大 60 倍，即 750×60。而题中要求的是多少千米，因此再算一步得 750×60÷1000。

例 4 有两种解答方法，第一种是先统一用“米”作长度单位，这样，面积就都以“平方米”作单位。第二种是先统一用“分米”作长度单位，这样，面积就以“平方分米”作单位。只有单位统一后，才能求出正确的答案。

例 5100 千克蓖麻籽可以榨油 45 千克，1 千克蓖麻籽可以榨多少千克蓖麻油？

[解] 45÷100=0.45（千克）。

答：1 千克蓖麻籽可以榨 0.45 千克油。

[常见错误]

100÷0.45≈2.22（千克）。

答：1 千克蓖麻籽可以榨 2.22 千克油。

例 6 用 0.5 度电可以生产化肥 0.4 千克。照这样计算，生产 1 千克化肥需要多少度电？

[解] 0.5÷0.4=1.25（度）。

答：生产 1 千克化肥要 1.25 度电。

[常见错误]

0.4÷0.5=0.8（度）。

答：生产 1 千克化肥要 0.8 度电。

[分析]

学生解以上两题出现错误的原因有两个方面。第一是他们不熟悉题中的事情，没有这方面的感性知识；第二是在学习整数时，除法运算都是较大数除以较小数，而到了学习小数时，较小的数也可以作为被除数，因此，他们对确定被除数与除数，还不能从算理上进行分析，要么凭经验用较大数作被除数（例 5），要么瞎猜乱碰（例 6）。为了防止上述错误的发生，首先要分析算理，如例 5，45 千克蓖麻油是从 100 千克蓖麻籽中榨出来的，要求每千克蓖麻籽能榨油多少千克，应该把 45 千克油平均分成 100 份，每份就是 1 千克蓖麻籽榨出的油的千克数，所以用 45÷100 而不是 100÷45。其次，要让学生弄明白蓖麻籽榨成油后，分成了两部分，一部分是蓖麻油，另一部分是蓖麻饼。题中要求 1 千克蓖麻籽榨多少千克蓖麻油，这个结果一定是小于 1 千克。学生若明白了这个事理，就不会错成 1 千克蓖麻籽榨出 2.22 千克油来。为了防止出现这类问题的错误，可有针对性地解答以下问题：

①小明跑 100 米用了 20 秒钟。

a．平均每跑 1 米用了多少时间？

b．平均每秒跑了多少米？

②某煤矿每采 420 千克煤需用电 4 度。

a．平均每度电可采煤多少千克？

b．平均每采 1 千克煤需用电多少度？

例 7 张村今年植树 1480 棵，比李村植树的棵数少 245 棵。今年两村共植树多少棵？

[解]1480+（1480+245）

=1480+1725

=3205（棵）。

答：今年两村共植树 3205 棵。[常见错误]

1480+245=1725（棵）。

答：今年两村共植树 1725 棵。

例 8 洪江路小学参加科技小组的同学有 120 人，比参加数学小组人数的 2 倍多 20 人。参加两个小组的同学共有多少人？

[解]120+（120-20）÷2

=120+100÷2

=120+50

=170（人）。

答：参加两个小组的同学共有 170 人。

[常见错误]

（1）120×2-20

=240-20

=220（人）。

答：参加两个小组的同学共有 220 人。

（2）120×2+20

=240+20

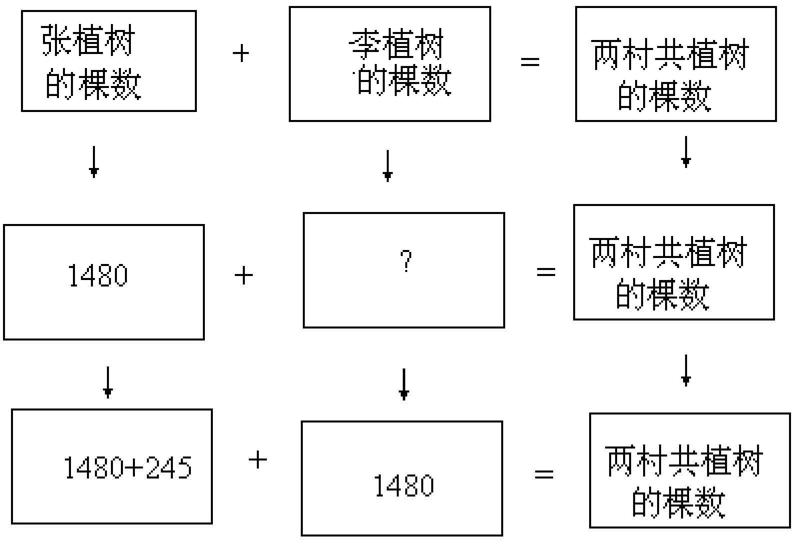
=260（人）。

答：参加两个小组的同学共有 260 人。

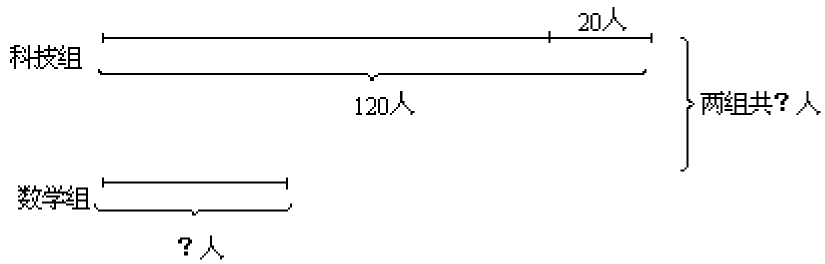
［分析］

以上两例有一个共同的特点，就是题中的一个已知条件在解题时要重复运用一次。因此，学生解这类问题时极易发生错误。如例 7“今年植树 1480 棵”这一已知条件要运用两次才能解答此题，而学生往往错误地认为将 1480 加上 245 就是两年植树的棵数，从而发生了错误。例 8 中“参加科技小组的同学有 120 人”这个已知条件解题时也要重复用两次，而学生解题时容易理解成“参加科技小组人数的 2 倍多 20 人”就是两个小组的人数，因而发生了解题错误。

为了防止发生上述错误，可用填图的方法进行思考，如例 7 填图法的解题思路是这样的：



通过以上的步骤进行填图，就明白了要求两村一共植树多少棵，一定要知道张村与李村各植树多少棵。这样，就不会发生遗漏已知条件的解题错误。其次是通过画图来理解数量关系。如例 8 可画出下图：



从图中形象地看出，其中数学组的人数不知道，如果从科技组的人数中去掉 20 名，则正好是数学组人数的 2 倍，从而求出数学组的人数，进一步求出两组共有的人数。

以上两例中的一个已知条件解题时只重复使用两次，有的题已知条件要重复使用多次。

例如：

某运输队第一天运了 64.5 吨煤，第二天比第一天少运了 18 吨，第三天运的吨数是第一天的 3 倍。三天一共运多少吨？

这道题的解法是：

64.5+（64.5-18）+64.5×3

=64.5+46.5+193.5

=111+193.5

=304.5（吨）。

答：三天共运煤 304.5 吨。

例 9 蔬菜公司运进一批南瓜和辣椒，南瓜比辣椒多 560 千克，南瓜 50 筐，每筐 40 千克，辣椒 40 筐，每筐多少千克？

[解]（40×50-560）÷40

=（2000-560）÷40

=1440÷40

=36（千克）。

答：辣椒每筐 36 千克。

[常见错误]

40×50-560÷40

=2000-560÷40

=1440÷40

=36（千克）。

答：辣椒每筐 36 千克。

[分析]

例 9 的错误是没有使用括号，此题尽管解题的思路是正确的，但由于没有使用括号而导致综合算式的错误。另外，在应用题解答中添加多余的括号的现象也很普遍。产生上述错误的原因是没有理解使用括号的作用，以及不知道如何使用括号。纠正的办法也应该从这两方面着手。第一通过实际例子认识到括号的作用是改变运算顺序。例如计算并说明下面每组算式的结果为什么不同。

$\begin{cases}8+3\times4,\\(8+3)\times4.\end{cases}$ $\begin{cases}28-14\div7,\\(28-14)\div7.\end{cases}$

$\begin{cases}5.2\times(2+8),\\5.2\times2+8.\end{cases}$ $\begin{cases}4.8\div(2.4+2.6),\\4.8\div2.4+2.6.\end{cases}$

通过以上的练习，学生认识到，在一个算式中，由于使用了括号，就改变了原来的运算顺序，计算出的结果就不同。其次是弄清怎样正确使用括号。列综合算式解应用题是学生学习的难点，而正确地使用括号又是小学生列综合算式的难点。为了突破这个难点，一般可分下面两个阶段进行训练。

第一阶段：分步列式解答应用题。

第二阶段：将分步式改写成综合算式。

如例 9，分步列式应该为：

40×50=2000（千克）………南瓜的总重量

2000-560=1440（千克）……辣椒的总重量

1440÷40=36（千克）………辣椒每筐的重量

我们知道，混合运算的顺序是先算括号里面的再算括号外面的。有括号是先算小括号，再算中括号，最后算大括号里面的。先把第一步算式用小括号括起来（不算出结果），即（40×50），再把第二步算式用中括号括起来，即[（40×50）-560]，最后除以 40 的运算显然可以放在中括号之外了，这样得到综合算式如下：

[（40×50）-560）÷40。

由于中括号里面的运算应该是先乘除后加减，因此小括号是多余的，去掉里面小括号，将外面中括号改为小括号，即得例 9 的综合算式为：

（40×50-560）÷40。

例 10 一个工厂 3 小时加工零件 96 个。照这样计算，再工作 5 小时，一共加工零件多少个？（用两种方法解答）

解法 1：96+96÷3×5

=96+32×5

=96+160

=256（个）。

解法 2：设再工作 5 小时，一共加工零件 x 个。

x÷（5+3）=96÷3，

x÷8=32，

x=256。

答：再工作 5 小时，一共加工零件 256 个。

[常见错误]

解法 1：

（1）平均每小时加工多少个：

96÷3=32（个）。

（2）这个工人还要工作 5 小时，加工零件多少个？

32×5=160（个）。

（3）他一共加工零件多少个？

96+160=256（个）。

解法 2：96+96÷3×5

=96+32×5

=96+160

=256（个）。

答：再工作 5 小时，一共加工零件 256 个。

例 11 食堂有煤 12 吨，前 5 天烧了 3 吨，照这样计算，剩下的煤可以烧多少天？（用两种方法解答）

解法 1：（12-3）÷（3÷5）

=9÷0.6

=15（天）。

解法 2：设剩下的煤可以烧 x 天

$\frac{3}{5}=\frac{12-3}{x}$，

3x=60-15，

x=45÷3，

x=15。

答：剩下的煤可以烧 15 天。

[常见错误]

解法 1：设剩下的煤可以烧 x 天。

（12-3）÷x=3÷5，

9÷x=0.6，

x=9÷0.6，

x=15。

解法 2：设剩下的煤可以烧 x 天。

3÷5=（12-3）÷x，

0.6=9÷x，

x=9÷0.6，

x=15。

答：剩下的煤可以烧 15 天。

［分析］

例 10 解答都没有错，只是把解题思路相同的分步列式解答与综合列式解答作为两种解法，例 11 的两种解法都是用同一方程解应用题，不同的只是等式两边互换了一下位置，这实际上也是一种解法。出现这种情况的原因是不理解“ 两种解法 ”的含义，不知道所谓“ 两种解法 ”就是用两种不同的思路去解题，而不是形式上的不同，不同的思路去解题，必然列出的算式的算理不同，当然一般而言算术解法与代数解法（即列方程）属于不同解法。要真正理解不同解法的实质，应分析比较不同的算术解法的算理。

例如：王师傅装配一台机器，原来要用 2.2 小时，革新技术后，现在装配一台机器比原来缩短 0.2 小时，问原来装配 60 台机器所需的时间，现在可以装配多少台？

解法 1：2.2×60÷（2.2-0.2）

=132÷2

=66（台）。

解法 2：60+0.2×60÷（2.2-0.2）

=60+12÷2

=60+6

=66（台）。

解法 1 与解法 2 的列式不同，显然算理也不同。

解法 1：原来装 60 台所需的时间÷现在装配一台用的时间=现在可以装配多少台。

解法 2：原来装的 60 台+节省时间后可以多装的台数

=现在可以装配多少台。

当然本题还可以用列方程的方法求解，应用题多种解法的目的在于开拓解题思路，如果能够用不同的方法题解，就应该选择一种最简便的方法。

例 12 良丰农场收割小麦，计划每天收割 86 公顷，需 18 天完成任务，根据小麦成熟情况，必须提前 6 天完成收割任务，这样每天应收小麦多少公顷？

［解］ 86×18÷（18-6）

=1548÷12

=129（公顷）。

答：提前 6 天完成任务，每天应收割 129 公顷。

[常见错误]

86×18÷6
=1548÷6
=258（公顷）。
答：提前 6 天完成任务，每天应收割 258 公顷。

例 13 云丽小学要做 400 套校服，原来按每套 2.4 米买回一批布料，实际采用新裁剪方法做，平均每套节约 0.4 米布，这批布料实际可做多少套校服？

[解]2.4×400÷（2.4-0.4）
=960÷2
=480（套）。
或 400+0.4×400÷（2.4-0.4）
=400+160÷2
=400+80
=480（套）。
答：这批布料可以做校服 480 套。

[常见错误]

（1）（2.4-0.4）×400÷2.4
=2×400÷2.4
=800÷2.4
≈333（套）。
答：这批布料可以做校服 333 套。

（2）400+0.4×400÷2.4
=400+160÷2.4
≈400+67
=467（套）。
答：这批布料可以做校服 467 套。

[分析]

例 12 的错误是将“提前 6 天完成收割任务”当成了“6 天完成收割任务”，因此列式错误。下面重点分析例 13 的两种解法的错误。错解（1）中的 2.4-0.4，即每套校服节约用布后需用布多少米，（2.4-0.5）×400 即节约

用布后，做 400 套校服总共用布多少米。那么算式（2.4-0.4）×400÷2.4 表示的是什么呢？它表示的是节约用布后做 400 套校服的用布，按原来的方法裁剪可做多少套校服，这显然不是题目所问的；错解（2）中的 0.4×400，即 400 套总共可以节约的用布，0.4×400÷2.4 即 400 套总共节约的用布，按原来的方法裁剪可以做多少套校服，再加上 400 套，显然不是题目所问的了。如果把 400 套总共节约的用布，按现在的方法裁剪可以做多少套计算出来后，再加上 400 套，这又是题目所问的了，这也就是上面正确解答中的解法二。

防止因数量关系分析不清而产生解题错误的主要办法是对每一步算式弄清算理，错误的算式只有在分析算理后才能知道错在什么地方，分析了算式的错误后正确的列式也就产生了。

例 14 少先队开展植树活动。第一中队植树 40 棵，第二中队比第一中队少植树 5 棵，第三中队植的是第一中队的 2 倍。三个中队一共植树多少棵？

[解]40+（40-5）+40×2

=40+35+80

=155（棵）。

答：三个中队一共植树 155 棵。

[常见错误]

（1）40-5+40×2

=35+80

=115（棵）。

答：三个中队一共植树 115 棵。

（2）（40-5）×2

=35×2

=70（棵）。

答：三个中队一共植树 70 棵。

例 15 甲乙两城相距 128.1 千米，一辆汽车从甲城开往乙城，行驶 3 小时后离乙城还有 20.1 千米。这辆汽车平均每小时行多少千米？

[解]（128.1-20.1）÷3

=108÷3

=36（千米）。

答：这辆汽车平均每小时行 36 千米。

[常见错误]

128.1÷3-20.1

=42.7-20.1

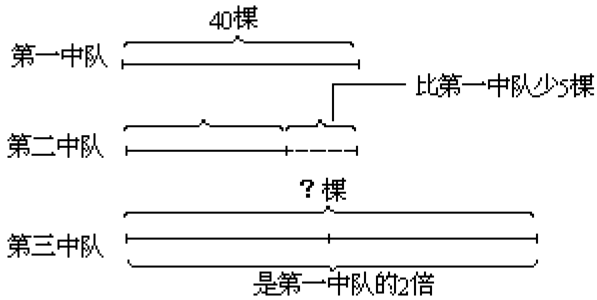
=22.6（千米）。

答：这辆汽车平均每小时行 22.6 千米。

［分析］

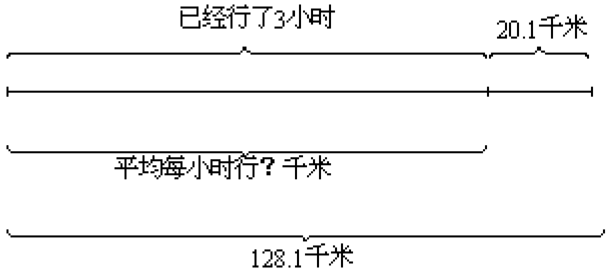
例 14 的错解（1）是对题中的“ 第二中队比第一中队少植树 5 棵 ” 理解错误，以为 40-5 的结果是两个中队植的。错解（2）则是对题中的已知条件及所求的问题都是不清楚的。例 4 的错误是将‘ 行驶 3 小时后离乙城还有 20.1 千米 ’理解为汽车的平均速度，比 3 小时行完甲、乙城的距离还少 20.1 千米。

为了防止以上错误的发生，且对这类问题的数量关系有较深刻地理解，用图示帮助分析是很必要的，如例 14 在分析数量关系时可画出如下面的图。



从上图可以清楚地看出，要求三个中队共植树多少棵，必须求出第二中队、第三中队各植树多少棵，再求出三个中队共植树多少棵。

例 15 解答时可画出下图。



从图中清晰地看出，汽车行 3 小时还距乙城 20.1 千米，也就是说，汽车 3 小时只行了 128.1-20.1=108（千米），而不是行了 128.1 千米。理解了这点后，再根据距离、速度、时间三者的关系，就能较容易求出汽车的平均速度。

3．典型应用题

前面所述，复合应用题中，有些题需要用特殊的思路与方法进行解答，这类题称为典型应用题。现行小学数学课本中编排的典型应用题主要有求平均数问题、归一问题、行程问题等三种。

每种典型应用题都具有特殊的结构与特定的数量关系，通过具体的例

题，在分析、比较、归纳的基础上，都可以找出特定的解答规律，这些解答规律，还可以用某种形式固定下来。因此，解答典型应用题要注意分析，理解某种题特定解法的含义，防止死记解题规律，乱用解题公式.

（1）求平均数问题

已知几个不同的数，在总和不变的情况下，经过移多补少，使它们成为相等的数，这个相等的数就称为它们的平均数。在日常生活和生产中，经常会遇到求平均数的问题。

解答求平均数问题，一般要先求出总和与总份数，然后用总和除以总份数，得出每一份是多少。即平均数是多少。

总和÷总份数=平均数。

由于题中的总和与总份数是随着不同的具体问题而变化的，解题时要通过分析数量关系，正确地找出它们，这是解题的关键，也是容易发生错误的地方。

例 1 一个小组 8 位同学的体重分别是 38 千克、39 千克、38.5 千克、36.5 千克、36 千克、37 千克、35.5 千克、39.5 千克。这个小组同学的平均体重是多少千克？

[解]

（38+39+38.5+36.5+36+37+35.5+39.5）÷8

=300÷8

=37.5（千克）。

答：这个小组同学的平均体重是 37.5 千克。

[常见错误]

（1）（38+39+38.5+36.5+36+37+35.5）÷8

=260.5÷8

≈32.6（千克）。

答：这个小组同学的平均体重是 32.6 千克。

（2）（38+39+38.5+35.6+36+37+35.5+39.5）÷8

=299.1÷8

≈37.51（千克）。

答：这个小组同学的平均体重是 37.51 千克。

（3）（38+39+38.5+36.5+36+37+35.5+39.5）÷8

=400÷8

=50（千克）。

答：这个小组同学的平均体重是 50 千克。

[分析]

解答求平均数问题，求总份数容易发生错误。错解（1）是漏掉了最后一个同学的体重；错解（2）是将第四个同学的体重 36.5 千克错写成 35.6 千克；错解（3）是求和时将总重量 300 千克错成了 400 千克。防止发生类似错误，一是求总和时要与题中的数据校对，确定没有错误后再开始计算；二是算完后要进行验算。做到以上两点，就可以减少错误。

例 2 亮利公司九、十月份共生产洗衣粉 800 吨，十一月份生产 420 吨，十二月份生产 440 吨。求四个月的月平均产量。

[解]（800+420+440）÷4

=1660÷4

=415（吨）。

答：四个月的月平均产量是 415 吨。

[常见错误]

（800×2+420+440）÷4

=（1600+420+440）÷4

=2460÷4

=615（吨）。

答：四个月的月平均产量是 615 吨。

[分析]

这道题的解题思路是正确的，即先求出总和，再求出月平均产量，但是，求总和时产生了错误，把“九、十月份共生产洗衣粉 800 吨”，理解成“九、十月份平均每月生产洗衣粉 800 吨”，由于审题不严密而产生了错误。

例 3 一个农场种两块玉米试验田。第一块 2.5 公顷，平均每公顷产玉米 6750 千克；第二块 1.5 公顷，共产玉米 11250 千克，这两块地平均每公顷产玉米多少千克？（得数保留整千克）

[解]（6750×2.5+11250）÷（2.5+1.5）

=（16875+11250）÷4

=28125÷4

≈7031（千克）。

答：平均每公顷产玉米 7031 千克。

[常见错误]

（1）（6750+11250）÷（2.5+1.5）
=18000÷4
=4500（千克）。
答：平均每公顷产玉米 4500 千克。
（2）（6750+11250）÷2
=18000÷2
=9000（千克）。
答：平均每公顷产玉米 9000 千克。
（3）（6750×2.5+11250）÷2
=（16875+11250）÷2
=28125÷2
≈14063（千克）。
答：平均每公顷产玉米 14063 千克。
（4）（6750+11250÷1.5）÷2
=（6750+7500）÷2
=14250÷2
=7125（千克）。
答：平均每公顷产玉米 7125 千克。

[分析]

这是一道求平均数的应用题，解答这类问题的关键是先求出总和与总份数，再求出平均数。然而，学生经常把总和与总份数弄错而产生错误的解法，如第一种错误是把第一块试验田平均每公顷产 6750 千克错看成了第一块田的收获量；第二种错误解法是把总和及总份数都理解错了，第三种错误解法虽然求总和是正确的，但对总份数的理解是错误的，总份数应该是总公顷数，而这里求出的实际上是“平均每块地产玉米多少千克”；第四种错误解法求出的实际是“两块地平均每公顷产量的平均值”。

要防止产生上述错误，要注意透彻地理解求平均数的意义及它的求法。为了建立总和与总份数的概念，初学求平均数时，可分三步解题，即先求出总和，再求出总份数，最后求出平均数。

当解题熟练以后，可以取消分步解答而用综合算式解答。

例 4 山上某镇离山下县城有 60 千米路程，一人骑车从某镇出发去县城，每小时行 20 千米；从县城返回某镇时，由于是上山路，每小时行 15 千米。问他往返平均每小时约行多少千米？

[解]60×2÷（60÷20+60÷15）
=120÷（3+4）

=120÷7

≈17.14（千米）。

答：他往返平均每小时约行 17.14 千米。

［常见错误］

（20+15）÷2

=35÷2

=17.5（千米）。

答：他往返平均每小时约行 17.5 千米。

例 5 一辆汽车从甲地开往乙地，在平地上行驶 2.5 小时，每小时行驶 42 千米；在上坡路上行驶 1.5 小时，每小时行驶 30 千米；在下坡路上行驶 2 小时，每小时行驶 45 千米，正好到达乙地。求这辆汽车从甲地到乙地的平均速度。

［解］（42×2.5+30×1.5+45×2）÷（2.5+1.5+2）

=（105+45+90）÷6

=240÷6

=40（千米）。

答：这辆汽车的平均速度是每小时 40 千米。

［常见错误］

（42+30+45）÷3

=117÷3

=39（千米）。

答：这辆汽车的平均速度是每小时 39 千米。

［分析］

上面例 4 与例 5 的错解具有一定的代表性。例 4 的错解中求出的是骑车人往、返速度的平均值；例 5 的错解中求出的是汽车在平地、上坡、下坡三种速度的平均值。产生这类错误的原因是对“平均速度”与“速度的平均值”这两个概念混淆，错误地认为速度的平均值就是平均速度。要防止出错，首先要弄清求一段路程的平均速度先要知道这段路程的总距离及行完这段路程所用的总时间，然后根据“距离÷时间=速度”的关系求出平均速度。

例 6 一艘轮船往返于甲乙两个码头，顺水每小时航行 25 千米，逆水每小时航行 20 千米。这艘轮船往、返的平均速度是每小时多少千米？

［解］（1+1）÷（1÷25+1÷20）

=2÷（0.04+0.05）
=2÷0.09
≈22.22（千米）。
答：这艘轮船往、返的平均速度是每小时 22.22 千米。

[常见错误]

（25+20）÷2
=45÷2
=22.5（千米）。
答：这艘轮船往、返的平均速度是每小时 22.5 千米。

[分析]

例 6 由于已知条件中只含有顺水、逆水航行速度（即往、返速度）两个数据，求平均速度而又未给出航行的路程，这就使得没有弄清平均速度的学生和不会分析题目数量关系的学生都把“速度的平均值”当作“平均速度”来求。

我们已经知道，要求平均速度只有先求出航行的总路程与总时间。从表面上看，题目似乎缺少甲、乙码头距离的已知条件，因为若知道这个距离，则往、返需要的时间可求，航行的总路程也可求。实际上甲、乙码头的距离不知道完全可以求出平均速度。我们可以假设甲、乙码头的距离为 10 千米，往、返的路程显然为（10+10）千米，总时间为 10÷20+10÷25，所以平均速度为：

$$
\begin{aligned}
(10+10)\div(10\div20+10\div25) &= (10+10)\div\left(\frac{10}{20}+\frac{10}{25}\right)\\
&= 20\div10\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{25}\right)\\
&= 2\div\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{25}\right)
\end{aligned}
$$

我们把上面除式改写成分数的形式，显然分子、分母有公约数 10 可以约去；如果我们假设甲、乙码头距离为 15 千米、20 千米、100 千米，按上面分析的理由，由除式改写的分数，分子、分母将约去 15、20、100 的公约数。由此可知往、返的平均速度的大小与甲、乙码头的距离无关，也就是说不必知道甲、乙码头的距离的具体数值同样可以求出平均速度。因此我们一般设甲、乙码头的距离为 1，这个 1 并不一定是表示 1 千米，而是表示甲、乙码头距离的总量，正像我们在工程问题中设工程总量为 1 一样，这样就得到了前面正确解答中的算式。

（2）归一问题

复合应用题中的某些问题，解题时需先根据已知条件，求出一个单位量的数值，如单位面积的产量、单位时间的工作量、单位物品的价格、单位时间所行的距离等等，然后，再根据题中的条件和问题求出结果。这样的应用题就叫做归一问题，这种解题方法叫做“归一法”。有些归一问题可以采取同类数量之间进行倍数比较的方法进行解答，这种方法叫做倍比法。

由上所述，解答归一问题的关键是求出单位量的数值，再根据题中“照这样计算”、“用同样的速度”等句子的含义，抓准题中数量的对应关系，列出算式，求得问题的解决。

例 1 小红骑车 3 分钟行 600 米，照这样的速度她从家到学校行了 10 分钟，小红家到学校有多少米？

[解]600÷3×10

=200×10

=2000（米）。

答：小红家到学校有 2000 米。

[常见错误]

600÷10×3

=60×3

=180（米）。

答：小红家到学校有 180 米。

[分析]

解答上题先要求出 1 分钟行的路程，再求出 10 分钟行的路程。错解中把 3 分钟行 600 米，看成了 10 分钟行 600 米，因此，第一步求单位量的数值就错了，后面再去乘以 3 是毫无道理的。防止出错的根本办法是解题时要找准对应的数量。如上例，3 分钟行的路程对应的是 600 米，10 分钟行的路程对应的小红家到学校的路程。

例 2 某运输公司用 6 辆汽车运水泥，每天可运 96 吨。根据运输情况，现在增加 4 辆同样的汽车，每天一共运水泥多少吨？

[解]96÷6×（6+4）

=16×10

=160（吨）。

答：每天可运水泥 160 吨。

[常见错误]

96÷6×4
=16×4
=64（吨）。
答：每天可运水泥 64 吨。

[分析]

解答归一问题先求出单位量的数值，但对题中要求的问题应加以分析。上题中“增加 4 辆同样的汽车”，每天一共运水泥多少吨，应是增加的汽车运输量与增加前的运输量的和，即 10 辆汽车的运输量。归一问题常常发生例 2 的错解，主要原因是没有认真分析与理解题意，把要求的问题所对应的数量搞错，从而出现错误。

例 3 某县化肥厂计划春节前 40 天生产化肥 3400 吨，实际头 8 天生产化肥 720 吨。照这样计算，春节前可超产多少吨？

[解] 720÷8×40-3400
=90×40-3400
=3600-3400
=200（吨）。
答：春节前可超产 200 吨。

[常见错误]

（1）3400÷40×（40-8）+720
=85×32+720
=2720+720
=3440（吨）。
答：春节前可超产 3440 吨。

（2）720÷8×40
=90×40
=3600（吨）。
答：春节前可超产 3600 吨。

（3）720÷8-3400÷40
=90-85
=5（吨）。
答：春节前可超产 5 吨。

［分析］

学生对归一问题的基本应用题一般都能解答出来，但是，对归一问题的扩展题解答时却常常出错。例 3 就是这种扩展题，出现的第一个错解是对题意不理解，仅根据题中已知条件的表面联系，胡乱凑在一起，进行解答。错解（2）与错解（3）都是答非所问，没有按照题目的要求，进行解答。错解（2）求出的是春节前实际生产的吨数，错解（3）求出的是实际每天比原计划每天多生产的吨数。

为了防止归一问题的扩展题解答出错，关键还是要掌握归一问题的基本解法。如例 3 先求出每天实际生产的吨数，再求出春节前 40 天实际生产的总吨数，最后求出超产的吨数。按照这个思路，解题就不会出现错误。

归一问题的扩展题往往有多种解法，如例 3 可用倍比法先求出实际产量，再减去原计划产量就得超产量。列式为：

720×（40÷8）-3400。

也可以先求出每天的超产量，然后再求出 40 天的超产量。解答的算式为：

（720÷8-3400÷40）×40。

例 4 洗衣机厂计划 25 天生产洗衣机 4000 台，实际每天比计划多制造 40 台。照这样计算，完成原定生产任务要少用多少天？

［解］25-4000÷（4000÷25+40）

=25-4000÷（160+40）

=25-4000÷200

=25-20

=5（天）。

答：完成原定生产任务要少用 5 天。

［常见错误］

4000÷（4000÷25+40）

=4000÷（160+40）

=4000÷200

=20（天）。

答：完成原定任务要少用 20 天。

［分析］

例 4 是一道较复杂的归一问题的应用题，错解算出的是完成原定生产任务所需的时间，而忽略了题中要求的是少用多少天。

解复杂的归一问题的应用题，也和解其他类型的应用题一样，可从题目本身的问题出发，逆推分析，从而求得问题解答的算式。像这道题要求少用多少天，必须知道计划天数（已知为 25 天）与实际生产天数；要求实际生产天数必须知道实际生产量（已知为 4000 台）与每天实际生产台数；要求每天实际生产台数必须知道原计划每天生产台数（算式为 4000÷25）与实际比计划多生产的台数（已知为 40 台）；这样逐步导出的解答算式为：25-4000÷（4000÷25+40）。

（3）行程问题

反映时间、速度、距离三者之间关系的应用题一般称为行程问题。行程问题的内容相当广泛，目前小学数学教材中行程问题仅涉及相向运动中的相遇问题。

相遇问题是研究两个运动的物体，从两个不同的地方，沿同一条路线同时（或者不同时）出发，作相向运动。因此，它有三种基本形式：

第一是已知甲、乙的速度和相遇的时间，求距离；

第二是已知甲、乙的速度和距离，求相遇的时间；

第三是已知距离，相遇时间和甲（或者乙）速度，求乙（或者甲）速度。

例 1 一辆客车与一辆货车同时从甲、乙两个城市相对开出，客车每小时行 46 千米，货车每小时行 48 千米。3.5 小时两车相遇。甲、乙两个城市的路程是多少千米？

[解]46×3.5+48×3.5

=161+168

=329（千米）。

或（46+48）×3.5

=94×3.5

=329（千米）。

答：甲、乙两个城市的路程有 329 千米。

[常见错误]

46×3.5+48

=161+48

=209（千米）。

答：甲、乙两个城市的路程有 209 千米。

[分析]

这是一道相遇问题的基本题，错解中由于审题不严密，误认为只有客车行了 3.5 小时，货车行了 48 千米，两车就相遇了，因而产生了错误。如果首先理解甲、乙两城的路程就是客车与货车所行路程的和，然后分别求各自的速度与行驶的时间，就不会出现错误了。

例 2 两地间的路程有 255 千米，两辆汽车同时从两地相对开出，甲车每小时行 45 千米，乙车每小时行 40 千米。甲、乙两车相遇时，各行了多少千米？

[解]255÷（45+40）

=255÷85

=3（小时）。

45×3=135（千米）。

40×3=120（千米）。

答：相遇时甲车行了 135 千米，乙车行了 120 千米。

[常见错误]

（1）255÷（45+40）

=255÷85

=3（小时）。45×3=135（千米）。

答：相遇时各行了 135 千米。

（2）255÷（45+40）

=255÷85

=3（小时）。

40×3=120（千米）。

45×3=135（千米）。

答：相遇时甲车行了 120 千米，乙车行了 135 千米。

[分析]

解题不完整，答非所问，这是应用题解答经常出现的一种错误，特别是对于粗心大意的学生来说，更是如此。防止粗心大意的办法是要养成检验的良好习惯。

例 3 两地相距 3300 米，甲、乙二人同时从两地相对而行，甲每分钟行 82 米，乙每分钟行 83 米，已经行了 15 分钟，还要行多少分钟两人可以相遇？

[解][3300-（82+83）×15]÷（82+83）

=[3300-165×15]÷165

=[3300-2475]÷165

=825÷165

=5（分钟）。

答：还要 5 分钟两人可以相遇。

[常见错误]

（1）（82+83）×15÷（82+83）

=165×15÷165

=2475÷165

=15（分钟）。

答：还要 15 分钟两人可以相遇。

（2）[3300-（82+85）×15]÷82

=[3300-165×15]÷82

=[3300-2475]÷82

=825÷82

≈10.1（分钟）。

答：还要行 10.1 分钟两人可以相遇。

[分析]

这是一道较复杂的相遇问题，错解（1）没有求出还剩下的路程，错解（2）将剩下的路程由甲一人行走，所以两种解法都错了。防止错误的主要办法是需认真审题，理解题中已经行了多少米，还剩下多少米，剩下的路程由甲、乙两人相对行走，还要多少分钟等等。这样，用剩下的路程除以甲、乙两人的速度和，就得出还要多少分钟两人相遇。

例 4 甲、乙两港的航程有 480 千米，上午 10 点一艘货船从甲港开往乙港，下午 2 点一艘客船从乙港开往甲港。客船开出 12 小时与货船相遇。已知货船每小时行 15 千米，客船每小时行多少千米？

[解]（480-15×4）÷12-15

=（480-60）÷12-15

=420÷12-15

=35-15

=20（千米）。

答：客船每小时行 20 千米。

[常见错误]

（1）480÷12-15

=40-15

=25（千米）。

答：客船每小时行 25 千米。

（2）（480-15×4）÷12

=（480-60）÷12

=420÷12

=35（千米）。

答：客船每小时行 35 千米。

［分析］

这道题中的数量关系较为复杂，解题时稍不留意就出错。错解（1）是套用公式，没有注意到“货船先行了 4 小时客船才开出”这个条件。错解（2）求出的是客、货两船的速度和。解答较复杂的应用题一定要养成认真审题的习惯，行程问题给出线段图将有助于理解题意与选择解法。

4．分数、百分数应用题

分数、百分数应用题是小学数学较难学好的内容之一，小学生解题时容易把解法混淆，该用乘法解答的却用除法解答，该用除法解答的却用乘法解答。其次是在解答稍复杂的分数、百分数应用题时，难以找到题目中数量的对应关系。

正确辨认应用题中的“标准数”，这是解答分数、百分数应用题的关键。在确定“标准数”时，要特别注意分析应用题中含有“分率”或“百分率”的词句。当正确地确定题中的“标准数”以后，就可以找出题中各个数量间的对应关系。

当确定了题中的数量对应关系以后，再看题中的已知条件是什么，要求的是什么，从而正确地选择解法。

（1）求一个数是另一个数的几（百）分之几的应用题

解答“求一个数是另一个数的几（百）分之几”的应用题，关键是要明确谁与谁比，被比的为标准量，然后用标准量作除数，求出商以后用分数或百分数表示出来。

解答这类问题常见的错误是不能正确地确定谁是标准量，尤其有些题中，标准量并不明显，因此，常常发生错误。

例 1 人民机床厂计划生产 320 台机床，结果多生产了 40 台。实际完成了计划的百分之几？

［解］（320+40）÷320

=360÷320

=1.125=112.5%。

答：实际完成了计划的 112.5%。

[常见错误]

320÷（320+40）

=320÷360

≈0.889=88.9%。

答：实际完成了计划的 88.9%。

例 2 育红小学三月份支出电费 40 元，四月份支出电费 32 元，四月份支出的电费比三月份节省了百分之几？

[解]（40-32）÷40

=8÷40=0.2=20%。

答：四月份比三月份节省了 20%。

[常见错误]

（1）（40-32）÷32

=8÷32

=0.25=25%。

答：四月份比三月份节省了 25%。

例 3 春光小学今年有学生 840 人，比去年增加 40 人，今年的学生人数比去年增加百分之几？

[解]40÷（840-40）

=40÷800

=0.05=5%。

答：今年的学生人数比去年增加 5%。

[常见错误]

（1）（840-40）÷840

=800÷840

≈0.952=95.2%。

答：今年的学生人数比去年增加 95.2%。

（2）（840-40）÷840

=800÷840

≈0.952=95.2%。

1-95.2%=4.8%。

答：今年的学生人数比去年增加 4.8%。

例 4 火炬童服厂九月上旬生产童服 8085 件，经检验有 55 件不合格。求这批童服的合格率。（百分号前面保留一位小数。）

[解]（8085-55）÷8085

=8030÷8085

≈0.993=99.3%。

答：这批童服的合格率是 99.3%。

[常见错误]

55÷（8085-55）

=55÷8030

≈0.007=0.7%。

答：这批童服的合格率是 0.7%。

[分析]

以上 4 个例题，都是属于求一个数是另一个数的几（百）分之几的应用题，解答这类题的关键是找准“标准”量，而“标准”量是在比较中得来的，如求甲数是乙数的几（百）分之几，则以乙数为“标准”，若求乙数是甲数的几（百）分之几，则以甲数为“标准”。学生在解题时，由于很难判定谁与谁比，所以常常出错。如例 1 要求“实际完成了计划的百分之几”，而错解中则恰恰弄反，求出了“计划是实际完成的百分之几”。例 2 中要求“四月份比三月节省百分之几”，而错解求的是“四月比三月节省的电费是四月份的百分之几”。要避免出现这种错误，要对应用题中的特殊问句加以正确的理解。如例 1 的“完成了计划的百分之几”，这句问话的意思是完成数是计划数的百分之几。例 2 中所问“四月份支出的电费比三月份节省了百分之几”，正确理解是“四月份比三月份节省的电费是三月份的百分之几”。

例 3 的第二种错解是学生经常出现的，它求的是“去年的学生人数比今年减少百分之几”。用这种方法解题的学生总以为，“去年的学生人数比今年减少百分之几”，就是“今年的学生人数比去年增加百分之几”。其实这是不相等的，其理由和甲数比乙数多几就是乙数比甲数少几，但甲数比乙数多百分之几，一般决不是乙数比甲数少百分之几一样。这种错误与学习整数求差的定势影响有关，只要弄清了道理就不会犯这类错误了。

（2）求一个数的几（百）分之几是多少的应用题

求一个数的几（百）分之几是多少的应用题，题中已知一个具体的数量，求它的几（百）分之几是多少，用乘法计算。

例 1 一种收录机，原来每台售价 450 元，现在降价 25%，现在每台售价多少元？

[解] 450×（1-25%）

=450×0.75

=337.5（元）。

答：现在每台售价 337.5 元。

[常见错误]

450×25%=112.5（元）。

答：现在每台售价 112.5 元。

例 2 红林乡计划今年造林 800 公顷，实际超过原计划 15%，实际造林多少公顷？

[解]800×（1+15%）

=800×1.15

=920（公顷）。

答：实际造林 920 公顷。

[常见错误]

800×15%=120（公顷）。

答：实际造林 120 公顷。

例 3

小明看一本240页的故事书，第一天看了全书的$\frac{1}{4}$，第二天看了全书的$\frac{1}{6}$，还剩下多少页没有看？

[解]（1） $240\times\left(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)$

$=240\times\left(1-\frac{3}{12}-\frac{2}{12}\right)$

$=240\times\frac{7}{12}$

$=140$（页）。

或

$240-240\times(\frac{1}{4}+\frac{1}{6})$

$=240-240\times(\frac{3}{12}+\frac{2}{12})$

$=240-240\times\frac{5}{12}$

$=240-100$

$=140$（页）。

答：还剩 140 页没有看。

[常见错误]

(1) $240\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}$

$=60\times\frac{1}{6}$

=10（页）。

答：还剩下 10 页没有看完。

(2) $240-240\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}$

$=240-60\times\frac{1}{6}$

=240-10

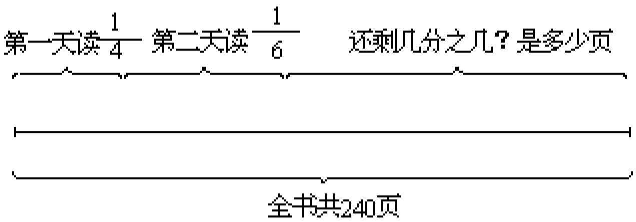
=230（页）。

答：还剩下 230 页没有看完。

[分析]

以上三例都是“求一个数的几（百）分之几是多少的应用题”，这类题在解答时存在两大困难，一是要找到“单位 1”的量，二是确定求“单位 1”的几（百）分之几。如例 1、例 2 两题中，学生虽然都找准了“单位 1”的量，但对于求单位 1 的几（百）分之几却弄错了。例 1 求出的是降价多少元，例2求的是超过多少公顷。例3的错解1中，用$240\times\frac{1}{4}$求出第一天读书的页的页数，再乘以$\frac{1}{6}$就是第一天读书页数的$\frac{1}{6}$是多少页；错解2中是把$240\times$ $\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}$看成了两天读书页数的和，当然，这也是错误的。

这类题用图解的方法既能帮助理解算理，又可找到正确解答方法。如例 3 可画出如下图。



从图中可以看出，求的是还剩下几分之几是多少页，这样，就不致于出现错解中的情况了。

（3）已知一个数的几（百）分之几是多少，求这个数的应用题

已知一个数的几（百）分之几是多少，求这个数的应用题，解题时应先找出标准量，即“单位 1”的量，然后设要求的数量为 x，根据求一个数的几（百）分之几是多少（用乘法计算）来列出方程求解，也可以直接用除法求出答案。

对于这一类应用题，极容易与求一个数的几（百）分之几是多少的应用题相混淆。

例 1 一种白布每米的价钱是 3.6 元，正好是一种花布价钱的 8/9。花布每米的价钱是多少元？

[解]设花布价钱每米为 x 元。

$x\times\frac{8}{9}=3.6$。

$x=3.6\div\frac{8}{9}$,

$x=3.6\times\frac{9}{8}$,

$x=4.05$。

答：花布每米价 4.05 元。

或者$3.6\div\frac{8}{9}$

$=3.6\times\frac{9}{8}$

=4.05（元）。

答：花布每米价 4.05 元。[常见错误]

$3.6\times\frac{8}{9}=3.2$**（元）。**

答：花布每米价 3.2 元。

例2 水结成冰，冰的体积比水的体积增加了$\frac{1}{11}$**，如果把体积是**216**立方**

立方厘米的冰溶化成水，水的体积是多少？

[解]设水的体积为 x 立方厘米。

$x\times\left(1+\frac{1}{11}\right)=216.$

$x\times\frac{12}{11}=216$，

$x=216\div\frac{12}{11}$，

$x=216\times\frac{11}{12}$，

$x=198$。

答：水的体积为 198 立方厘米。

或$216\div\left(1+\frac{1}{11}\right)$

$=216\div\frac{12}{11}$

$=216\times\frac{11}{12}$

=198（立方厘米）。

答：水的体积为 198 立方厘米。

[常见错误]

（1）$216\times\left(1+\frac{1}{11}\right)$

$=216\times\frac{12}{11}$

$=\frac{2592}{11}$

$=235\frac{7}{11}$ **（立方厘米）。**

答：水的体积为$235\frac{7}{11}$**立方厘米。**

（2）$216\div\left(1-\frac{1}{11}\right)$

$=216\div\frac{10}{11}$**5**

$=216\times\frac{11}{10}$

=237.6（立方厘米）。

答：水的体积为 237.6 立方厘米。

例 3 小明身高 144 厘米，比小华矮 1/7。小华身高多少厘米？

[解]设小华的身高为 x 厘米。

$x\times\left(1-\frac{1}{7}\right)=144$。

$x\times\frac{6}{7}=144$，

$x=144\div\frac{6}{7}$，

x=168。

答：小华的身高为 168 厘米。

或$144\div\left(1-\frac{1}{7}\right)$

$144\div\frac{6}{7}$

$=144\times\frac{7}{6}$

=168（厘米）。

答：小华的身高为 168 厘米。

[常见错误]

（1）$144\div\left(1+\frac{1}{7}\right)$

$=144\div\frac{8}{7}$

$=144\times\frac{7}{8}$

$=126$**（厘米）。**

答：小华的身高为 126 厘米。

（2）$144\times\left(1+\frac{1}{7}\right)$

$=144\times\frac{8}{7}$

$=144\times\frac{7}{8}$

$=\frac{1152}{7}$

$=164\frac{4}{7}$ **（厘米）**

答：小华的身高为$164\frac{4}{7}$**厘米。**

[分析]

已知一个数的几（百）分之几是多少，求这个数的应用题，由于题目的数量关系比较隐蔽，正确算式的算理不容易分析，且分析出来又难弄懂，因此解答这类应用题学生极容易发生错误，其原因是找不准“单位 1”的量，因此很难确定用乘法计算还是用除法计算。再说“甲数比乙数少几分之几”是否就是“乙数比甲数多几分之几”，一直模糊不清，因此小括号里究竟是用加法算还是用减法算始终拿不准。要能正确且顺利地解答这类应用题，必须从题目的已知条件入手，加强分析，真正弄懂算式的算理。如例1，白布每米的价钱 = 花布每米的价钱 × $\frac{8}{9}$，由于白布每米的价钱是已知的，要求花布每米的价钱，所以，花布每米的价格是 $3.6 \div \frac{8}{9}$。再例2，由于冰的体积 = 水的体积 ×（$1+\frac{1}{11}$），由于冰的体积已知，需要求的是水的体积，所以，水的体积 = 冰的体积 ÷（$1+\frac{1}{11}$）。

又如例3，由于小明的身高 = 小华的身高 ×（$1-\frac{1}{7}$），所以小华的身高 = 小明的身高 ÷（$1-\frac{1}{7}$）。

这里为什么都用除法算式，直接从算式本身去分析道理较抽象，若从已知两因数的积和其中一个因数，求另一个因数必然用除法，若这样去理解就容易掌握这个算法的算理了。

（4）较复杂的分数、百分数应用题

较复杂的分数、百分数应用题，由于题中“单位 1”的量不断变化，已知量与未知量所对应的分率也随着变化，一般难于找准这种变化规律，因而也很难确定用乘法计算，还是用除法计算。由此，解题时常常出现错误。

例 1 玩具厂原有职工 128 人，男职工人数占总数的 25%，后来又调进男职工若干人，这时男职工人数占总数的 $\frac{2}{5}$，这个厂现有职工多少人？

[解] $128 \times (1-25\%) \div (1-\frac{2}{5})$

$= 128 \times \frac{3}{4} \div \frac{3}{5}$

$= 128 \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{3}$

$=160$（人）。

答：这个厂现有职工 160 人。

[常见错误]

（1）$128\times25\%\div\frac{2}{5}+128$

$=128\times\frac{1}{4}\times\frac{5}{2}+128$

=80+128

=208（人）。

答：这个厂现有职工 208 人。

（2）$128\times（\frac{2}{5}-25\%）\div\frac{2}{5}+128$

$=128\times（\frac{8}{20}-\frac{5}{20}）\div\frac{2}{5}+128$

$=128\times\frac{3}{20}\times\frac{5}{2}+128$

=48+128

=176（人）。

答：这个厂现有职工 176 人。

［分析］

这道题的两种错误解法都是没有分析出题目的数量关系瞎拼凑的算式，错解（1）中 128×25%表示原来男职工人数，调进男职工后由于男职工人数变了，全厂总人数也变了。$\frac{2}{5}$是调进后男职工人数占总人数的分率，那么$128\times25\%\div\frac{2}{5}$有什么意义呢？毫无意义。同样错解（2）中$\frac{2}{5}-25\%$，表示先后男职工人数占总人数分率之差，毫无意义。

这道题中原来男职工人数很容易求出，若知道调进多少名男职工，又知道调进后男职工人数占总数$\frac{2}{5}$，全厂现在总人数并不难求，问题是不知道调进多少名男职工，因此只能从女职工人数考虑求现在总人数。女职工原有 128×（1-25%）人，未调进女职工，即人数未变，显然女职工占后来总人数的（$1-\frac{2}{5}$），这样就不难求总人数了。

例2 某厂男职工比全厂职工总人数的$\frac{3}{5}$多60人，女职工人数是男职工的$\frac{1}{3}$。这个厂有职工多少人？

［解］

$$\left(60+60\times\frac{1}{3}\right)\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\right)$$
$$=（60+20）\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\right)$$
$$=80\div\frac{1}{5}$$

=400（人）。

答：这个厂有职工 400 人。

[常见错误]

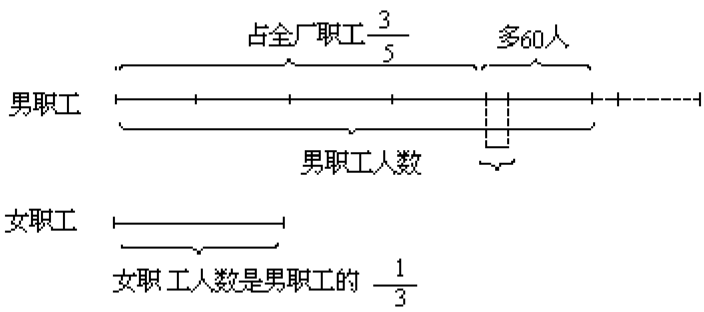
$$60\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\right)$$
$$=60\div\left(1-\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\right)$$
$$=60\div\frac{1}{5}$$

=300（人）。

答：这个工厂有职工 300 人。

[分析]

这道题只有从解题思路的分析中才能得出上面错解的错误实质。我们知道，只有知道了部分数以及部分数占总数的分率，才能求出总数。本题男职工比全厂职工总数的$\frac{3}{5}$多60人，女职工人数是男职的$\frac{1}{3}$，则女职工人数就相当于全厂职工人数的$\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}$还多$60\times\frac{1}{3}$（人），这样男女职工总人数相当于总人数的$\left(\frac{3}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\right)$还多$\left(160+60\times\frac{1}{3}\right)$人。即$\left(0.60+60\times\frac{1}{3}\right)$人，占总人数的分率应为$\left(1-\frac{3}{5}-\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\right)$。上面的错解将这个分率对应的部分数误认为是$60$人，因此求出的总数显然不对了。本题作出下图可以帮助分析，理解题中的数量关系。



通过图形可以清晰地看到，当求女职工人数时为什么不能只算占全厂职工总人数的$\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}$，而还应加上60人的$\frac{1}{3}$。

例 3 有一批货物，分 3 天运完。第一天运走 30%，第二天比第一天多运走 80 吨，第三天比第二天多运走 80 吨。问这批货物共有多少吨？

[解]（80+80×2）÷（1-30%×3）

=240÷（1-90%）

=240÷0.1

=2400（吨）。

答：这批货物共有 2400 吨。

[常见错误]

（80+80）÷（1-30%×3）

=160÷（1-90%）

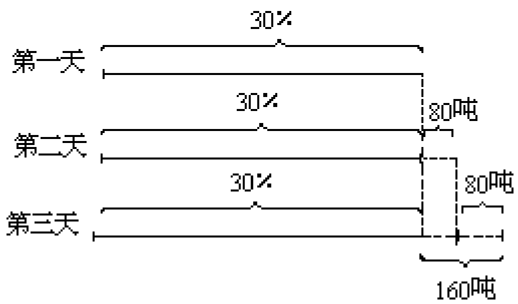
=160÷0.1

=1600（吨）。

答：这批货物共有 1600 吨。

[分析]

只有理解了题目的数量关系才能分析出错解的原因。根据题意可作出下图。



从图中可以看出，三天除运走这批货物的 90%外，还多运了 240 吨，即这 240 吨货物正好占这批货物总量的 10%，这样很快地求得这批货物的总量。然而上面错解对第三天比第二天多运 80 吨。不能转换成第三天比第一天多运 160 吨，而这种转换一般容易忽略也较难理解。适当利用线段图，可以较好地揭示这种数量关系的本质，防止出现上述错误。

例 4 师徒两人加工一批零件，原计划师傅加工零件的个数是徒弟的 2倍。实际上徒弟比原计划多做40个零件。这样，师傅只完成了这批零件的$\frac{16}{27}$。这批零件共有多少个？

[解]$40\div\left(\frac{2}{3}-\frac{16}{27}\right)$

$=40\div\left(\frac{18}{27}-\frac{16}{27}\right)$

$=40\div\frac{2}{27}$

$=40\times\frac{27}{2}$

=540（个）。

答：这批零件共有 540 个。

[常见错误]

$40\times2\div\left(\frac{2}{3}-\frac{16}{27}\right)$

$=80\div\left(\frac{18}{27}-\frac{16}{27}\right)$

$=80\div\frac{2}{27}$

=1080（个）。

答：这批零件共有 1080 个。

[分析]

上面错解是由于对应某一分率的部分数找错，从而使题目的总数求错。实际上原计划师傅加工零件的个数是徒弟的2倍，即师傅计划完成总数的$\frac{2}{3}$。在零件总数不变的情况下，师傅少加工40个，他加工个数占总数的分率由$\frac{2}{3}$降到了$\frac{16}{27}$，这样不难看出40个零件

占了总数的$\frac{2}{3}-\frac{16}{27}$，从而总数也就好求了。但是上面的错解把徒弟多做40个与师傅少做40个联系起来，以为两者的差数80个对应的分率是$\frac{2}{3}-\frac{16}{27}$，产生了解题错误。殊不知这个分率对应的部分数是相对总数前后所做零件的差，而不是去与徒弟比较，当然这里零件总数不变的条件是不容忽视的，否则解答就没有这么简单了。

例5 甲乙两个工程队共有100人，如果抽甲队人数的$\frac{1}{4}$调入乙队，乙队人数就比甲队人数多$\frac{2}{9}$。甲队原有多少人？

[解] $100\div\left[1+\left(1+\frac{2}{9}\right)\right]\div\left(1-\frac{1}{4}\right)$

$=100\div\left[1+\frac{11}{9}\right]\div\frac{3}{4}$

$=100\div\frac{20}{9}\div\frac{3}{4}$

$=100\times\frac{9}{20}\times\frac{4}{3}$

=60（人）。

答：甲队原有 60 人。

[常见错误]

$100\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\div\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{9}\right]$

$=100\times\frac{3}{4}\div\left[\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{2}{9}\right]$

$=100\times\frac{3}{4}\div\frac{3}{5}$

$=100\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{5}$

=45（人）。

答：甲队原有 45 人。

[分析]

很多复杂的应用题学生往往没有真正弄清题目中的数量关系，而是采取瞎猜乱碰的作法去列式，这道题的错解就是这样。题中由于乙队原有人数不知道，后又从甲队调入若干人到乙队，调入后的甲、乙队人数也都不知道，

这给学生解题带来了一定的困难。

对于较难解答的复杂应用题，我们一般采用一定办法转化条件，使之化难为易。这道题的一个特点是调入前后两队共有的人数是不变的（100 人），调入若干人到乙队后，乙队人数比甲队人数多$\frac{2}{9}$，凭这个条件就可求出甲队现有人数，这也就是上面解答式中算式$100\div\left[1+\left(1+\frac{2}{9}\right)\right]$的算理，求出甲队现有人数，甲队原有人数就容易求了。

十分有趣的是上面错解求出的是甲队现有人数，实际上甲队原有人数还可用下面算式求出：

$100\div\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{9}\right]$，

这种解法的算理，留给读者自己思考。

例 6 甲乙二人共有钱 850 元，如果甲增加 25%，乙增加$\frac{1}{9}$，则二人钱数同样多。甲乙二人原各有多少钱？

[解] $850\div\left[1+（1+25\%）\div\left(1+\frac{1}{9}\right)\right]$

$=850\div\left[1+\frac{5}{4}\div\frac{10}{9}\right]$

$=850\div\left[1+\frac{9}{8}\right]$

$=850\times\frac{8}{17}$

=400（元）……………………甲原有钱数

850-400=450（元）…………乙原有钱数

答：甲原有钱 400 元，乙原有钱 450 元。

[常见错误]

$850\div\left[\left(1+\frac{1}{4}\right)+\left(1+\frac{1}{9}\right)\right]$

$=850\div\left[\frac{5}{4}+\frac{10}{9}\right]$

$=850\div\frac{85}{36}$

$=850\times\frac{36}{85}$

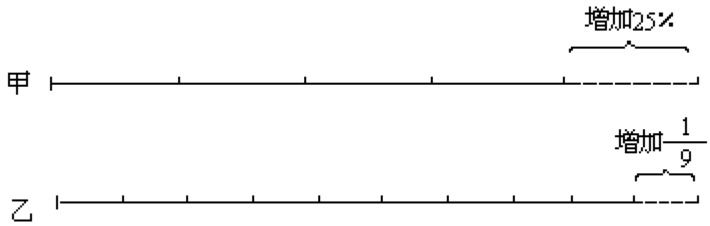
=360（元）………………………甲原有钱数

850-360=490（元）………乙原有钱数

答：甲原有钱 360 元，乙原有钱 490 元。

［分析］

较复杂的分数、百分数应用题一般较难列式，就是列出算式，也不容易分析出算式的算理。题目已知甲乙二人共有钱数，若设甲原有钱数为 1，如果能求出乙原有钱数是甲原有钱数的几分之几，则甲原有钱数可求出。根据题目的另外一个条件可作出下图。



由图示可知，甲增加25%，乙增加$\frac{1}{9}$，则二人钱数同样多。这个关系即

甲原有钱数×$(1+25\%)$ $=$ 乙原有钱数×$\left(1+\frac{1}{9}\right)$，

所以，$\frac{\text{乙原有钱数}}{\text{甲原有钱数}}=\frac{1+25\%}{1+\frac{1}{9}}$

这就是上面解答中算式$850\div\left[1+(1+25\%)\div\left(1+\frac{1}{9}\right)\right]$的算理。然而上面错解中的算式 $850\div\left[\left(1+\frac{1}{4}\right)+\left(1+\frac{1}{9}\right)\right]$，除式并不表示“$1+$乙原有钱数占甲原有钱数的分率”，因此求出的并不是甲原有的钱数。

例7 甲、乙两个仓库共存化肥8400吨，从甲库运出$\frac{2}{5}$，从乙库运出$\frac{2}{3}$后，两库剩下的吨数相等。原来甲、乙两库各存化肥多少吨？

［解］根据题意，先画出下图。

$$8400\div\left[1+\left(1-\frac{2}{3}\right)\div\left(1-\frac{2}{5}\right)\right]$$

$$=8400\div\left[1+\frac{1}{3}\div\frac{3}{5}\right]$$

$$=8400\div\left[1+\frac{1}{3}\times\frac{5}{3}\right]$$

$$=8400\div\frac{14}{9}$$

=5400（吨）…………………………乙库存的化肥

8400-5400=3000（吨）…………甲库存的化肥

答：甲库原来存化肥 3000 吨，乙库存化肥 5400 吨。

［常见错误］

$$8400\times\left[\left(1-\frac{2}{5}\right)-\left(1-\frac{2}{3}\right)\right]$$
$$=8400\times\left[\frac{3}{5}-\frac{1}{3}\right]$$
$$=8400\times\frac{4}{15}$$

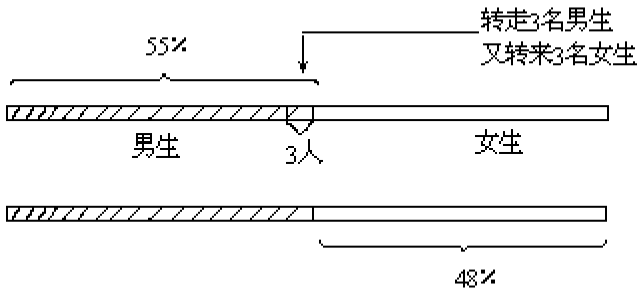
=2240（吨）··························甲库存的化肥
8400-2240=6160（吨）·········乙库存的化肥
答：甲库原来存化肥 2240 吨，乙库存化肥 6160 吨

［分析］

例7与例6的解法大体相同，甲库运走 $\frac{2}{5}$ 与乙库运走 $\frac{2}{3}$ 后所剩吨数相等，即甲库存的吨数×$\left(1-\frac{2}{5}\right)$= 乙库存的吨数×$\left(1-\frac{2}{3}\right)$。

所以，$\dfrac{\text{甲库存的吨数}}{\text{乙库存的吨数}}=\dfrac{1-\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{5}}$.

这样仿照例 6 不难列出算式。显然错解中的算式是毫无意义的，解答者并没有理解题中的数量关系，只是胡乱拼凑算式。例 8 育红小学六年级上学期男生人数占总人数的 55%，今年开学初转走 3 名男生，又转来 3 名女生，这时女生人数占总人数的 48%。育红小学六年级现在有男生多少人？[解] 根据题意，画出下图。



3÷［48%-（1-55%）］×（1-48%）
=3÷［0.48-0.45］×0.52
=3÷0.03×0.52

=52（人）。

答：育红小学六年级现有男生 52 人。

[常见错误]

（3+3）÷[48%-（1-55%）]×（1-48%）

=6÷[0.48-0.45]×0.52

=6÷0.03×0.52

=104（人）。

答：育红小学六年级现有男生 104 人。

[分析]

由题目条件可知，转走 3 名男生同时转来 3 名女生，因此全年级总人数没有变，变化的只是男生人数与女生人数。要求现有男生多少人，只有先求出六年级学生总人数。从图中可知，女生由于转来 3 人，使女生占总人数的百分率由 1-55%=45%上升到 48%，显然总人数为 3÷[48%-（1-55%）]，而现在的男生，占总人数的 1-48%=52%，这样就可以列出解答的算式。上面错解的学生却误认为转走 3 名又转来 3 名，这一进一出，两者相差 6 人，由于对应分率的部分数找错，因此求出的学生总数、男生人数都是正确答案的 2 倍。

必须指出的是如果从男生人数的改变以及男生人数所占学生总人数分率的变化来求总人数，可列出本题的另一算式：

3÷[55%-（1-48%）]×（1-48%）。

相对于这种解法也可以出现另一种错误算式：

（3+3）÷[55%-（1-48%）]×（1-48%）。

例 9 两所小学的高年级学生共同参加表演团体操。甲校学生 450 人调出 $\frac{1}{5}$ 加入乙校队伍。这时，甲校学生人数正好是乙校学生人数的 $\frac{6}{7}$。乙校原有学生多少人？

[解] $\left(450-450\times\frac{1}{5}\right)\div\frac{6}{7}-450\times\frac{1}{5}$

$=（450-90）\div\frac{6}{7}-90$

$=360\times\frac{7}{6}-90$

=330（人）。

答：乙校原有学生 330 人。

[常见错误]

$$450\times\frac{1}{5}\div\frac{6}{7}$$
$$=450\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{6}$$
=105（人）。

答：乙校原有学生 105 人。

[分析]

从这道题的条件中知道，甲校学生调出$\frac{1}{5}$到乙校后，还剩下的人数是：$450-450\times\frac{1}{5}$。而这时甲校学生人数正好是乙校人数的$\frac{6}{7}$，即乙校现在学生的人数是（$450-450\times\frac{1}{5}$）$\div\frac{6}{7}$，再减去从甲校调入乙校的90人（$450\times\frac{1}{5}$），即为乙校原有学生的人数。这就是上面正确解答列式的思路。而上面的错解，误把调入乙校的人数看作是甲校现在的人数，因此列出了错误的算式：$45\times\frac{1}{5}\div\frac{6}{7}$，产生错误的原因是审题不认真、仔细。如果在题目解答后将数据代人题目演算一遍，就会很快检查出题目解答是否正确。

例10 东关小学六年级一班女生人数的$\frac{3}{4}$等于男生人数的$\frac{2}{3}$，已知男生比女生多 3 人，男生有多少人？

[解] $3\div\left(1-\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)$
$$=3\div\left(1-\frac{8}{9}\right)$$
$$=3\div\frac{1}{9}$$
=27（人）。

答：男生有 27 人。

[常见错误]

$$3\div\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)$$
$$=3\div\left(\frac{9}{12}-\frac{8}{12}\right)$$
$$=3\div\frac{1}{12}$$
=36（人）。

答：男生有 36 人。

［分析］

根据题目条件可以分析出，如果已知男生比女生多的人数，且知道男生人数比女生人数多的分率，则男生人数可求。若设男生人数为 1，又知道女生人数是男生人数的几分之几，这个多的分率则可求出。因为女生人数的$\frac{3}{4}$等于男生人数的$\frac{2}{3}$，所以女生人数等于男生人数的$\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}=\frac{8}{9}$。这就是解答中算式$3\div\left(1-\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)$的算理。

上面的错解显然是把整个题目理解错了，如果题目是已知男女学生人数相等，且男生人数的$\frac{3}{4}$比女生人数的$\frac{2}{3}$多3人，求男生人数，这时的解答算式为$3\div\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)$。而题目已知男生比女生多$3$人，显然两者人数不相等，这里对题目的另外一个条件也随意作了改换。

值得指出的是这道题可以用另一种方法求解，男生人数比女生人数多 3 人，也就是女生人数比男生人数少 3 人，若知女生人数比男生人数少的分率即女生人数可求，再加上3人即男生人数。列出的算式为：$3\div\left(\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}-1\right)+3$。

例11师徒二人加工一批零件，3小时后，师傅完成这批零件的$\frac{3}{8}$，徒弟完成这批零件的$\frac{3}{10}$。这时师傅比徒弟多加工零件75个。师徒二人每小时各加工零件多少个？

[解]$75\div\left(\frac{3}{8}-\frac{3}{10}\right)\times\left(\frac{3}{8}\div 3\right)$
$$=75\div\frac{3}{40}\times\left(\frac{3}{8}\times\frac{1}{3}\right)$$
$$=75\div\frac{40}{3}\times\frac{1}{8}$$
=125（个）……师傅每小时加工的个数

$$75 \div \left(\frac{3}{8}-\frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{3}{10} \div 3\right)$$
$$=75 \div \frac{3}{40} \times \left(\frac{3}{10} \times \frac{1}{3}\right)$$
$$=75 \times \frac{40}{3} \times \frac{1}{10}$$
=100（个）……徒弟每小时加工的个数

答：师傅每小时加工 125 个，徒弟每小时加工 100 个。

［常见错误］

$$75 \div 3 \div \left(\frac{3}{8} \div 3-\frac{3}{10} \div 3\right)$$
$$=25 \div \left(\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\right)$$
$$=25 \div \left(\frac{5}{40}-\frac{4}{40}\right)$$
$$=25 \div \frac{1}{40}$$
$$=25 \times \frac{40}{1}$$
=1000（个）……师傅每小时加工的个数

1000-75÷3

=1000-25

=975（个）……徒弟每小时加工的个数

答：师傅每小时加工 1000 个，徒弟每小时加工 975 个。

［分析］

解这道题的关键是应先求出这批零件的总个数，然后才能求出师傅与徒弟每小时加工零件的个数。由于3小时师傅与徒弟加工零件的$\frac{3}{8}$与$\frac{3}{10}$，都是相对零件总数的分率，3 小时加工零件的数量之差是 75 个，显然零件的总数是$75 \div \left(\frac{3}{8}-\frac{3}{10}\right)$，而师傅3小时加工了$\frac{3}{8}$，1小时则加工$\left(\frac{3}{8} \div 3\right)$，这样师傅每小时加工零件数为$75 \div \left(\frac{3}{8}-\frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{3}{8} \div 3\right)$。同理可以求出徒弟每小时加工零件数。

然而上面错解中求出的师傅每小时加工零件数实际上是零件总数。

$75\div 3$表示师傅每小时比徒弟多加工的零件数，而$\left(\frac{8}{8}\div 3-\frac{3}{10}\div 3\right)$表示的是师傅每小时加工零件的几分之几比

徒弟每小时加工零件的几分之几多的分率。而$75\div 3\div\left(\frac{3}{8}\div 3-\frac{3}{10}\div 3\right)$显然表示的是零件总数了。由于师傅每小时加工零件数求错，尽管求徒弟每小时加工零件数的算式的算理不错，但结果仍然错了。

（5）工程问题

工程问题实质是一个分数问题，题目中的工作总量一般不是具体的数量，因而常常用“单位 1”表示。这样，工程问题就是“单位 1”与几分之几的关系问题。例如一件工程，甲 20 天完成乙 25 天完成，两人合作，多少天完成？解题时把工作总量看成“单位1”，甲每天完成“单位1”的，$\frac{1}{20}$乙每天完成“单位1”的$\frac{1}{25}$，两人合作，每天完成“单位1”的$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{25}\right)$，再看“单位$1$”里面包含了多少个$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{25}\right)$，就是多少天完成。

例 1 一项工程，甲队单独做要 12 天，乙队单独做要 15 天。甲队先做 3 天后，余下的两队合做，还要多少天完成？

[解]$\left(1-\frac{1}{12}\times 3\right)\div\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{15}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{4}\right)\div\left(\frac{5}{60}+\frac{4}{60}\right)$

$=\frac{3}{4}\div\frac{3}{20}$

$=\frac{3}{4}\times\frac{20}{3}$

=5（天）。

答：还要 5 天完成。

[常见错误]

$1\div\left(\frac{1}{12}\times 3+\frac{1}{15}\right)$

$=1\div\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{15}\right)$

$=1\div\left(\frac{15}{60}+\frac{4}{60}\right)$

$=1\div\frac{19}{60}$

$=3\frac{3}{19}$（天）.

答：还要$3\frac{3}{19}$天完成。

[分析]

把这件工程的总工作量看成“1”，则甲队3天就完成了这件工程的$\frac{1}{12}\times3$，还剩下$1-\frac{1}{12}\times3$，余下的由两队合做，因为甲队每天能完成这件工程的$\frac{1}{12}$，乙队每天能完成这件工程的$\frac{1}{15}$。所以余下工程两队合做，还要的天数是$\left(1-\frac{1}{12}\times3\right)\div\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{15}\right)$。上面的错解，除了把余下的工程弄错外，还对两人合做的工作效率也算错，产生这类错误的根源，是不理解题意。

例 2 一部书稿，甲打字员单独打印需 6 小时完成，乙打字员的工作效率是甲的$\frac{2}{3}$，二人合打3小时后，还剩书稿的几分之几没有完成？

[解]$1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\right)\times3$

$=1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{9}\right)\times3$

$=1-\frac{5}{18}\times3$

$=1-\frac{5}{6}$

$=\frac{1}{6}$.

答：二人合打3小时后，还剩书稿的$\frac{1}{6}$没有完成。

[常见错误]

$$1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}\right)\times 3$$
$$=1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}\right)\times 3$$
$$=1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)\times 3$$
$$=1-\frac{5}{12}\times 3$$
$$=1-\frac{5}{4}$$
…

[分析]

这道题并不难解，但要正确解答必须弄清工作总量、工作时间、工作效率三者之间的关系。由于甲单独打印需6**小时，甲的工作效率为**$\frac{1}{6}$**，乙的工作效率是甲的**$\frac{2}{3}$**，即乙的效率应为**$\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}$**，这样两人合打**$3$**小时，完成书稿的**$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\right)\times 3$**，剩下没完成的显然是**$1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\right)\times 3$**。**

而上面错解将乙的工作效率计算为

$\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}$**，由于**$\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}=\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}$**，这样求出的乙的工作效率实际是甲的**$\frac{3}{2}$**倍。乙的工作效率是甲的**$\frac{2}{3}$**，即表示乙的完成工作的**

时间是甲的$\frac{3}{2}$**，乙的工作效率为**$1\div\left(6\times\frac{3}{2}\right)$**，本题另一种解法的算式：**

$$1-\left[\frac{1}{6}+1\div\left(6\times\frac{3}{2}\right)\right]\times 3.$$

例 3 一批零件，由甲车间加工，需 5 小时完成，由乙车间加工，需 7 小时完成。现由两个车间合作 2 小时，还剩下 198 件没有加工。求合作时间内乙车间加工零件多少件？

[解] $198\div\left[1-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)\times 2\right]\times\frac{2}{7}$

$=198\div\left[1-\frac{12}{34}\times 2\right]\times\frac{2}{7}$

$=198\div\left[1-\frac{24}{35}\right]\times\frac{2}{7}$

$=198\div\frac{11}{35}\times\frac{2}{7}$

$=198\times\frac{35}{11}\times\frac{2}{7}$

=180（件）。

答：合作时间内乙车间加工了 180 件。

[常见错误]

$198\div\left[1-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)\times 2\right]-198$

$=198\div\left[1-\frac{12}{35}\times 2\right]-198$

$=198\div\left[1-\frac{24}{35}\right]-198$

$=198\div\frac{11}{35}-198$

$=198\times\frac{35}{11}-198$

=432（件）。

答：合作时间内乙车间加工了 432 件。

[分析]

这是一道综合性较强的题，除用到工程问题的有关知识外，还需用到解答较复杂的分数、百分数应用题的一些方法。解答中的算式$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)\times 2$表示两个车间合作$2$小时完成了工作总量的几分之几，$1-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)\times 2$则表示还剩下几分之几。由于题目已知还剩下 198 件，从而可以求出零件总件数为 198÷$\left[1-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)\times 2\right]$，乙车间加工完零件需要$7$小时，$2$小时加工零件的$\frac{2}{7}$，则

合作时间内乙车间加工零件数为：

$$198\div\left[1-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)\times 2\right]\times\frac{2}{7}.$$

上面错解中如果前面的算式是求出零件总数的话，仍旧是对的，但总数减去剩下的 198 件，只是甲、乙两车间合作加工零件数，并不是乙车间 2 小时加工的零件数。

例 4 甲、乙两个打字员要打一份稿件，甲单独打要 5 小时完成，乙单独打要 4 小时完成，甲乙合打若干小时后，甲因事离开，余下的乙用 3 小时打完。问打完这份稿件甲乙各打了几小时？

[解]$\left(1-\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)$

$=\frac{1}{4}\div\frac{9}{20}$

$=\frac{1}{4}\times\frac{20}{9}$

$=\frac{5}{9}$ **（小时）……甲、乙合打的时间**

$3+\frac{5}{9}=3\frac{5}{9}$ **（小时）……乙打的时间**

答：甲打了$\frac{5}{9}$小时，乙打了$3\frac{5}{9}$小时。

[常见错误]

$1\div\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)$

$=1\div\frac{9}{20}$

$=2\frac{2}{9}$ **（小时）……甲、乙两人合打的时间**

$3+2\frac{2}{9}=5\frac{2}{9}$ **（小时）……乙打的时间**

答：甲打了$2\frac{2}{9}$小时，乙打了$5\frac{2}{9}$小时。

[分析]

由题目的条件知道，乙单独打完稿件要 4 小时，甲、乙两人合打一段时间后，剩下的乙单独3小时完成，显然乙单独完成了工作总量的$\frac{3}{4}$，而甲、

乙合作完成了总量的$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$。这样两人合打的时间可以求出，但必须注意，甲打的时间实际上就是两人合打的时间，乙打的时间则是比两人合打的时间多 3 小时。

上面错解在计算甲、乙两人合打的时间时，把工作总量仍旧取作 1，实际上这时的工作总量应除去乙单独完成的剩余工作量，由于两人合作的工作总量找错，则由此计算的合打时间必然错。

例 5 一个水池装有甲、乙两个进水管和一个出水管，单独开甲管 8 分钟可将空池注满，单独开乙管要 10 分钟注满，单独开出水管 5 分钟可把一池水放完。如果三管同时开放，多少时间可把空池注满？

[解]$1\div\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{5}\right)$

$=1\div\left(\frac{5}{40}+\frac{4}{40}-\frac{8}{40}\right)$

$=1\div\frac{1}{40}$

=40（分）。

答：三管同时开放，40 分钟可把空池注满。

[常见错误]

$\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)\div\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{5}\right)$

$=\left(\frac{5}{40}+\frac{4}{40}\right)\div\left(\frac{5}{40}+\frac{4}{40}-\frac{8}{40}\right)$

$=\frac{9}{40}\div\frac{1}{40}$

=9（分）。

答：三管同时开放，9 分钟可把空池注满。

[分析]

这道题学生较难解答，主要是三管同时开放，又出水又进水，解答起来不知道从什么地方入手。实际上如果设水池容量为 1，甲管 8 分钟将水池注满，每分钟注入$\frac{1}{8}$池水，乙管10分钟注满，则每分钟注入$\frac{1}{10}$池水，出水管5分钟把一池水放完，则每分

钟放出$\frac{1}{5}$池水，三管同开，由于$\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{5}=\frac{1}{40}$，所以1分钟可注入$\frac{1}{40}$池

水。$1\div\frac{1}{40}$（分），则40分钟可以注满水池。

我们知道工作总量÷工作时间=工作效率，这三者的关系或者是工作总量÷工作效率=工作时间。在工程问题中工作效率÷工作效率是毫无意义的，上面错解中$\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)$是甲、乙两个进水管的工作效率之和，$\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{5}\right)$是甲、乙两管工 作效率之和与第三个水管工作效率之差，这两个数相除不仅计算不出水池注满的时间，而且是无意义的。

例 6 一辆载客汽车从甲城到乙城需要 8 小时，一辆装货汽车从乙城到甲城需 7 小时。客车从甲城、货车从乙城同时相向而行，行了 6 小时，两车相遇后又相距 170 千米。求甲乙两城的距离。

[解]$170\div\left[\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{7}\right)\times 6-1\right]$

$=170\div\left[\left(\frac{7}{56}+\frac{8}{56}\right)\times 6-1\right]$

$=170\div\left[\frac{15}{56}\times -1\right]$

$=170\div\frac{17}{28}$

=280（千米）。

答：甲乙两城相距 280 千米。

[常见错误]

$170\div\left[\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{7}\right)\times 6\right]$

$=170\div\left[\frac{15}{56}\times 6\right]$

$=170\times\frac{28}{45}$

$=105\frac{7}{9}$（千米）。

答：甲乙两城相距$105\frac{7}{9}$千米。

[分析]

这是一道行程问题，解答过程既运用了有关工程问题的知识，又需要用到较复杂的分数应用题的有关知识。由题目的条件可知，甲城、乙城之间的

路程，客车行完需8小时，每小时行$\frac{1}{8}$；货车行完需7小时，每小时行$\frac{1}{7}$。必须注意的是我们这里是设甲、乙两城的距离为 1。两车行了 6 小时，相遇后又相距 170 千米，那么只需求出 170 千米所对应的分率，则甲、乙两城距离可求。两车行了6小时，行了全程的$\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{7}\right)\times 6$，由于是相遇后又背向而行$170$千米，$170$千米对应的分率应从$\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{7}\right)\times 6$减去$1$（即全程对应的分率）。这就是算式$170\div\left[\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{7}\right)\times 6-1\right]$的算理。

上面错解由于把170千米对应的分率误认为是$\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{7}\right)\times 6$，所以结果必定计算错。

例 7 蓄水池有甲、丙两条进水管和乙、丁两条排水管。要灌满一池水，单开甲管需要 3 小时，单开丙管需要 5 小时，要排完一池水，单开乙管需要 4 小时，单开丁管需 6 小时，现在池内有$\frac{1}{6}$池水。如果按甲、乙、丙、丁的顺序，循环开各水管，每次每管开1小时，问多少时间后水开始溢出水池？

[解]

甲、乙、丙、丁四个水管按顺序各开 1 小时，共开 4 小时，池内灌进的水是全池的：

$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{7}{60}$.

加上池内原来的水，池内 4 小时后有水：

$\frac{1}{6}+\frac{7}{60}=\frac{17}{60}$.

由于是循环开水管，每隔4小时，池内的水可以增加$\frac{7}{60}$，再通过四个4小时，也就是 20 小时以后，池内有水：

$\frac{17}{60}+\frac{7}{60}\times 4=\frac{45}{60}$.

这时候要注意，甲管再开1小时，可灌$\frac{1}{3}$池水，$\frac{1}{3}$就是$\frac{20}{60}$。

$\frac{20}{60}+\frac{45}{60}=1\frac{5}{60}$，水早已 溢出水池了。

因此，在20小时以后，只需要再灌水$1-\frac{45}{60}=\frac{15}{60}$池。$\frac{15}{60}$就是$\frac{1}{4}$，因此，

$\frac{1}{4}\div\frac{1}{3}=\frac{3}{4}$（小时）。

所以$20+\frac{3}{4}=20\frac{3}{4}$（小时）后，水开始溢出水池。

答：$20\frac{3}{4}$小时后水开始溢出水池。

[常见错误]

$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{7}{60}$.

（$1-\frac{1}{6}$）÷$\frac{7}{60}=7\frac{1}{7}$，$4\times7\frac{1}{7}=28\frac{4}{7}$（小时）。

答：$28\frac{4}{7}$小时后水开始溢出水池。

[分析]

初一看去，错解还很有道理，第一步是经甲进、乙出、丙进、丁出 4 小时一循环，池内灌进水是$\frac{7}{60}$。第二步先求出空池是$\frac{5}{6}$，需要灌满这$\frac{5}{6}$，需要$7\frac{1}{7}$个循环，也就是$7\frac{1}{7}$个4小时。第三步再求$7\frac{1}{7}$个4小时是多少小时，即为所求。

但根据解题分析我们就不难发现，上述思路有不妥之处，因为题目的叙述不是四管同时打开，而是“按甲、乙、丙、丁的顺序，循环开各水管，每次各管开1小时”，那么单开甲管时，每小时就可进全池的$\frac{1}{3}$，也就是说要开甲管1小时，水池内的水不能多于全池的$\frac{2}{3}$。再加上原池中已有水$\frac{1}{6}$，所以当开五个循环（即20小时）后，水池中已有水$\frac{3}{4}$，那么再打开甲管还不要 1 小时就可以把水池灌满，因此，不需再往下循环了。

六、代数初步知识

小学数学教科书中编排适当的代数初步知识，经过近 20 年的实践，证明这样做有利于巩固已学的基础知识，能加深学生对所学知识的理解；有利于开阔学生的思路，提高他们的分析问题与解决实际问题的能力；有利于培养学生的抽象思维能力与概括能力，为学生今后进一步学习中学数学知识打下良好的基础。

但是，由于代数初步知识对于小学生来说，仍然是很抽象的内容，教学中要求偏高，因此，常常出现一些错误。

例 1 如果用 a 表示工作效率，t 表示工作时间，c 表示工作总量，写出求工作总量的公式。

[解] c=at。

[常见错误]

$a=\frac{c}{t}$，

或者$t=\frac{c}{a}$.

[分析]

学生初学用字母表示数，对于哪个字母表示什么，并不十分清楚，且极易混淆。如上面错解虽然对数量关系式写对了，但代数式所表示的意义却不符合题目要求。其中$a=\frac{c}{t}$，表示工作效率等于工作总量除以时间；$t=\frac{c}{a}$，表示工作时间等于工作总量除以工作效率。因此，要防止出现上述错误，一方面要先用算术知识说明数量关系式（或算式）的实际意义，另一方面要弄清楚每个字母表示什么，题中要求的是什么。

例 2 解方程 x-0.6=2.5。

[解] x-0.6=2.5，

x=2.5+0.6，

x=3.1。

[常见错误]

x-0.6=2.5=2.5+0.6=3.1。

例 3 解方程 5×6-2.5x=2.5。

[解]5×6-2.5x=2.5。

2.5x=5×6-2.5，

2.5x=30-2.5，

2.5x=27.5，

x=27.5÷2.5，

x=11。

[常见错误]

5×6-2.5x=2.5，

2.5x=5×6-2.5=30-2.5=27.5=27.5÷2.5，

x=11。

例 4 解方程 5x+1.8×5=12。

[解]5x+1.8×5=12，

5x+9=12，

5x=12-9，

5x=3，

$x=\frac{3}{5}$.

[常见错误]

5x+1.8×5=12

=12-1.8×5

=12-9

=3÷5

$=\frac{3}{5}$.

[分析]

小学数学教科书中，出现的方程都是简易方程，学生运用四则运算的关系，一般都能解答出来。但是，由于是初学解方程，书写格式受算术式子书写格式的影响，极易出现错误。上面三道题的解答，错误全都出在书写格式上。

方程是含有未知数的等式，任何一个等号两边的数值一定要相等。因此，解方程不能出现连等式，只能按一定的格式书写。

例5　$2\times 4.5-5x=3\frac{1}{2}$

[解] $2\times4.5-5x=3\frac{1}{2}$

5x=9-3.5，

5x=5.5，

x=1.1。

[常见错误]

$2\times4.5-5x=3\frac{1}{2}$.

$9-5x=3\frac{1}{2}$，

$5x=3\frac{1}{2}+9$

5x=3.5+9，

5x=12.5，

x=2.5。

[分析]

小学数学教科书没有负数内容，不能介绍移项的方法与知识。因此，小学生对方程是用四则运算的关系来解答的。四则运算各部分间的关系，如果出现在数字运算的式子里，学生较容易理解与掌握，而方程中出现了字母，而且在解方程的过程中要使字母参加运算，这就容易产生错误。如例 5，由于“减数等于被减数减去差”，得到$5x=9-3\frac{1}{2}$，错解中写成了减数等于被减数与差的和，显然方程解错。

例 6 甲、乙两个城市的铁路长 490 千米，一列客车从甲城，一列货车从乙城同时相对开出，3.5 小时相遇。客车每小时行 75 千米，货车每小时行多少千米？

[解]设货车每小时行 x 千米。

3.5x+75×3.5=490。

3.5x+262.5=490，

3.5x=490-262.5，

3.5x=227.5，

x=227.5÷3.5，

x=65。

答：货车每小时行 65 千米。

[常见错误]

设货车每小时行 x 千米。

x+75×3.5=490。

x+262.5=490，

x=490-262.5，

x=227.5。

答：货车每小时行 227.5 千米。

［分析］

列方程解应用题的关键是找准题目中的等量关系，这道题根据已知条件，客车与货车同时相对开出，3.5 小时相遇，也就是说客车 3.5 小时行的路程与货车 3.5 小时行的路程和等于甲、乙两城市间的路程。这就是列方程的依据。而错解中把货车 1 小时行的路程与客车 3.5 小时行的路程当成甲、乙两城市间的路程。这样列出的方程肯定是错的，这个方程的解与题中的要求显然不符。

列方程解应用题，只要题中的数量关系分析清楚了，列出的方程根据分析的思路不同，也可以列出不同的方程，如例 6 还可以列出下面不同的形式：

设货车每小时行 x 千米。

（x+75）×3.5=490，

或者：490-75×3.5=3.5x，

或者：490-3.5x=75×3.5。

例 7 黄图山乡今年植树造林 28.5 公顷，比去年的 2 倍还多 4.5 公顷。去年植树造林多少公顷？

［解］设去年植树造林 x 公顷。

2x+4.5=28.5。

2x=28.5-4.5，

2x=24，

x=12。

答：去年植树造林 12 公顷。

［常见错误］

设去年植树造林 x 公顷。

2x=28.5+4.5。

2x=33，

x=16.5。

答：去年植树造林 16.5 公顷。

[分析]

从题中知道，“今年植树造林 28.5 公顷，比去年植树造林的 2 倍还多 4.5 公顷”，说明去年植树造林的公顷数的 2 倍再加上 4.5 公顷等于今年植树造林的公顷数。而错解中错误地理解为“去年植树造林公顷数的 2 倍比今年植树造林多 4.5 公顷”，这样，方程就列错了。为了防止理解上的错误，列方程前可将题中的已知条件写成下面的等式：

去年植树造林公顷数的 2 倍+4.5 公顷=今年植树公顷数。然后根据这个等式，再代入未知数 x 列方程，一般就不会发生错误。

例 8 粮油食品公司购进大米与面粉共 248.5 吨，其中大米的吨数是面粉的 3 倍。购进大米与面粉各多少吨？

[解] 设大米为x吨，则面粉为$\frac{1}{3}$x吨。

$x+\frac{1}{3}x=248.5$，

$1\frac{1}{3}x=248.5$，

$x=248.5\div 1\frac{1}{3}$，

$x=248.5\times\frac{3}{4}$，

x=186.375。

248.5-186.375=62.125（吨）。

答：购进大米 186.375 吨，面粉 62.125 吨。

或 设购进面粉 x 吨，则大米为 3x 吨。

3x+x=248.5。

4x=248.5，

x=248.5÷4，

x=62.125。

62.125×3=186.375（吨）。

答：购进大米 186.375 吨，面粉 62.125 吨。

[常见错误]

设购进面粉 x 吨。

3x=248.5。

x=248.5÷3，

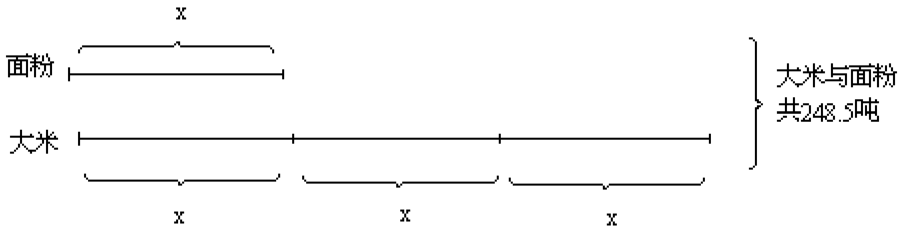
x≈82.83。

248.5-82.83=165.67（吨）。

答：购进大米 165.67 吨，面粉 82.83 吨。

[分析]

本题如果设购进面粉为 x 吨，则大米是 3x 吨，两者一共是 4x 吨，错解中将总数误认为是 3x 吨，所以错了。通过下图更能说明两者一共是 4x 吨。



例 9 商店卖出儿童服装 32 套，每套 16 元，又卖出成人服装 25 套，已知卖成人服装比卖儿童服装多收 638 元。每套成人服装多少元？（用方程解）

[解]设每套成人服装 x 元。

25x-16×32=638。

25x-512=638，

25x=638+512，

25x=1150，

x=1150÷25，

x=46。

答：每套成人服装 46 元。

[常见错误]

设每套成人服装为 x 元。

25x+638=16×32，

25x+638=512，

25x=638-512，

25x=126，

x=126÷25，

x=5.04。

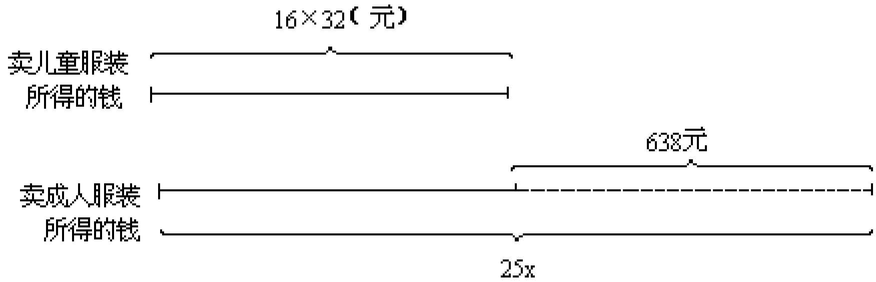
答：每套成人服装 5.04 元。

[分析]

从题中的已知条件可得：卖成人服装所得的钱比卖儿童服装所得的钱多 638 元，也就是说，将卖成人服装所得的钱减去 638 元，应与卖儿童服装所得的钱数相等。然而，错解中却把卖成人服装所得的钱加上 638 元，与卖儿

童服装所得的钱数相等，这样，正好把意思给弄反了，造成了错误。

解题之前可根据题意，先画出下图。



从图中能很清楚地看出：

25x-638=16×32。

七、比和比例

比和比例的知识是小学阶段数学最后学习的内容。比和过去学过的除法、分数既有联系又有区别，比例是用比的知识来定义的。因此学好这部分内容，既要有数的概念与四则运算知识的扎实基础，又要能用新的观点来阐明数量间的关系，例如学习正比例与反比例的有关知识时，就要善于观察一种量是怎样随着另一种量的变化而变化的。

比和比例不仅应用非常广泛，而且是小学生今后进一步学习的基础知识。由于学生的基础参差不齐，理解能力有高有低，因此学习这部分内容时常常产生一些错误。

例 1 一辆汽车 3 小时行驶 184 千米。写出汽车所行路程与时间的比。

[解]汽车所行的路程与时间的比是 184∶3。

[常见错误]

汽车所行的路程与时间的比是 3∶184。

例 2 一个长方形长 1.2 米，宽 80 厘米。写出这个长方形长与宽的比和宽与长的比。

[解]1.2 米=120 厘米。

这个长方形长与宽的比是：

120∶80=3∶2。

这个长方形宽与长的比是：

80∶120=2∶3。

[常见错误]

这个长方形长与宽的比是 1.2∶80，

这个长方形宽与长的比是 80∶1.2。

[分析]

例 1 的解答错误是把比的前项与后项颠倒了，或者是答非所问。这两点是初学比时学生最容易犯的错误。我们知道，两个数相除又叫做两个数的比。在除法中被除数与除数是不能随意颠倒位置的，因此比的前项与后项的位置也不能随便颠倒。

尽管两个不同类的量能够相比，但两个同类量相比时单位必须统一。例 2 的解答错误就是没有把同类量化成统一单位。由于同类量的相比实质上是

求的倍数关系，单位不统一就求不出这个倍比关系，这和两个同类量相除必须化成同一单位的道理是一样的。

例 2 把下面的比化简。

$4.25:0.6$，$\frac{5}{12}:\frac{5}{8}$.

[解]4.25∶0.6=425∶60=85∶12，

$$\frac{5}{12}:\frac{5}{8}=\left(\frac{5}{12}\times 24\right):\left(\frac{5}{8}\times 24\right)=10:15=2:3.$$

[常见错误]

4.25∶0.6=425∶6，

$$\frac{5}{12}:\frac{5}{8}=\left(\frac{5}{12}\times 24\right):\left(\frac{5}{8}\times 8\right)=5:1:1.$$

[分析]

对于小数比或分数比的化简，学生只注意到化成简单的整数比，而忘了化成整数比时必须依据比的基本性质，因而常常出现错误。

把 4.25∶0.6 化简，前项变为整数必须乘以 100，后项变为整数只须乘以 10。但运用比的基本性质，比的前、后项必须同时乘以 100。

把 $\frac{5}{12}:\frac{5}{8}$化简，前项变为整数要乘以12，后项变为整数要乘以8。但运用比的基本性质，前、后项必须同时乘以 24，这样，把比的前、后项都变为整数。

例 4 求 10.5∶3.5 的比值。

[解]10.5∶3.5=105∶35=3。

[常见错误]

10.5∶3.5＝105∶35＝3∶1

例 5 把 10.5∶3.5 化简。

[解]10.5∶3.5=105∶35=3∶1。

[常见错误]

10.5∶3.5＝105∶35＝3∶1＝3。

[分析]

例 4 与例 5 的解答所出现的两个错误，主要是对求比值与化简比混淆不清造成的。比值是一个数（相当于除法中的商），它可以是整数、小数，也可以是分数；但化简后的比仍然是一个比。

求比值是用比的前项除以后项，化简比是先化成整数比，再化成最简整数比。当遇到分数比时，求比值与化简比的步骤却又很相同，例如把$\frac{3}{4}:\frac{5}{8}$化简，$\frac{3}{4}:\frac{5}{8}=\frac{3}{4}\div\frac{5}{8}=\frac{3}{4}\times\frac{8}{5}=\frac{6}{5}$。求这个比的比值也是$\frac{6}{5}$，不同的是化简比应把$\frac{6}{5}$看作$6:5$，求比值应把$\frac{6}{5}$看作一个分数。两者的读法是不同的。

例 6 甲、乙两地的实际距离是 2400 千米，在一幅地图上量得两地的距离是 8 厘米。求这幅地图的比例尺。

[解] 2400 千米=240000000 厘米，

$8:240000000=1:30000000$（或$\frac{1}{30000000}$）。

答：这幅地图的比例尺是 1：30000000。

[常见错误]

（1）8 厘米：2400 千米=8：2400

$=1:300$（或$\frac{1}{300}$）。

答：这幅地图的比例尺是 1：300。

（2）8 厘米：2400 千米=8 厘米：240000000 厘米

$$=\frac{8}{240000000}$$

$$=\frac{1}{30000000}\text{（厘米）}$$

答：这幅地图的比例尺是$\frac{1}{30000000}$厘米。

[分析]

解答例 6 时一般容易出现以上两种错误，一是图上距离比实际距离时，没有化成相同的长度单位；二是比例尺应是个比值，不带单位，然而在错解（2）中比例尺却带上了单位。

必须注意的是比例尺的名称，很像我们量长度用的“尺”，实际上表示的是图上距离与实际距离的比值，因此，不能带单位。

例7 在比例尺是 $\frac{1}{8000000}$ 的地图上，量得甲、乙两地的距离是4.5厘米。甲、乙两地的实际距离是多少千米？

[解]设甲、乙两地的实际距离为 x 厘米。

$\frac{4.5}{x} = \frac{1}{8000000}$，

$x = 4.5 \div \frac{1}{8000000}$，

$x = 4.5 \times \frac{8000000}{1}$，

x＝36000000。

36000000 厘米=360 千米。

答：甲、乙两地的实际距离是 360 千米。

[常见错误]

设甲、乙两地的实际距离是 X 厘米。

$\frac{4.5}{x} = \frac{1}{8000000}$.

$x = 4.5 \div \frac{1}{800000}$，

x=4.5×8000000，

x=360000000。

360000000 厘米=3600 千米。

答：甲、乙两地的实际距离是 3600 千米。

[分析]

本题的错误主要体现在单位的换算上，由于图上距离一般用厘米为单位，而实际距离往往用千米作单位，两者之间的进率是十万。即

1 千米=100000 厘米

当把 1 千米化成厘米时，多写或少写一个 0，这是经常出现的，防止出错的办法，是要记住：把千米化成厘米时，在数的末尾添上五个 0，若把厘米聚成千米时，则要去掉数末尾的五个 0。

除了单位间的换算出错外，有的学生在书写格式上也常常出现下面的连等式。

x=36000000=360（千米）

这种连等式，显然也是错误的。

例 8 学校把 120 棵树苗分给五年级与六年级的同学栽种。已知五年级同

学栽种的是六年级同学的$\frac{3}{5}$。两个年级各栽种了多少棵？

[解]（1）3+5=8·

（2）$120\times\frac{3}{8}=45$（棵）……五年级

（3）$120\times\frac{5}{8}=75$（棵）……六年级

答：五年级栽种了 45 棵，六年级栽种了 75 棵。

[常见错误]

$120\times\frac{3}{5}=72$（棵）……五年级

120-72=48（棵）……六年级

答：五年级栽种了 72 棵，六年级栽种了 48 棵。

[分析]

本题的已知条件是五年级种树的棵数是六年级的$\frac{3}{5}$，而上面的错解却误认为五年级种树棵数是全部树苗的$\frac{3}{5}$，显然答案是错的。

从表面上看这道题是一道分数应用题，但通过一定的转化，可以按比例分配问题来解答。五年级种树棵数是六年级的$\frac{3}{5}$，即五年级与六年级种树棵数的比为 3∶5。

例 9 从赵村开出一辆汽车去县城运化肥，往返共用了 4.8 小时（装车时间除外），已知汽车往返的速度比是 5∶3。问这辆汽车往返各用了多少时间？

[解]汽车往返的速度的比是 5∶3，则往返所用的时间比是 3∶5。

（1）3+5=8。

（2）$4.8\times\frac{3}{8}=1.8$（小时）……由赵村去县城

（3）$4.8\times\frac{5}{8}=3$（小时）……由县城返回赵村

答：由赵村去县城用了 1.8 小时，由县城返回赵村用了 3 小时。

[常见错误]

（1）3+5＝8。

（2）$4.8\times\frac{5}{8}=3$（小时）……由赵村去县城

（3）$4.8\times\frac{3}{8}=1.8$（小时）……由县城返回赵村

答：由赵村去县城用了 3 小时，由县城返回赵村用了 1.8 小时。

[分析]

根据这道题的条件可知，汽车往返的距离一定，因此汽车行驶的速度与所用的时间成反比。若往返的速度之比是 3∶5，则往返所用的时间比就是 5∶3，然后再按比例分配问题求解，而上面的错解却依据两车速度的比来“分配”两车所用时间，显然题目做错。

例 10 一堆煤，计划每天烧 1.5 吨，可以烧 24 天。改建炉灶后，每天节约 20%，这堆煤实际烧了多少天？

[解]煤的总量一定，每天的烧煤量与烧煤的天数成反比例。

设这堆煤实际烧了 x 天。

$1.5\times(1-20\%)x=1.5\times24$。

$1.2x=1.5\times24$，

$x=30$。

答：这堆煤可以烧 30 天。

[常见错误]

煤的总量一定，每天的烧煤量与烧煤的天数成反比例。设这堆煤可以烧 x 天。

$1.5\times20\%x=1.5\times24$。

$0.3x=1.5\times24$，

$x=120$。

答：这堆煤可以烧 120 天。

[分析]

根据这道题的已知条件，改建炉灶后，每天烧煤节约 20%，上面的错解却误认为炉灶改进后，每天烧煤是原来的 20%，因此题目解答出现错误