学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

普九义务教材通用教案设计精编(中学卷)

中学数学通用教案设计精编之二

BOOK

内部资料 非卖品

中学数学通用教案设计精编之二

几何引言课教案设计

引言课作为几何课的引入，要使学生初步了解几何研究的对象和问题，还要利用几何与实践的密切联系，通过学生熟悉的实例，激发学生学习的欲望和兴趣，渗透思想教育。因此，引言课的教学内容相当丰富。考虑课时安排较紧，不可能增加课时进行引言课的教学。如何围绕教学目的深入挖掘教材，又不致于在要求上失控，顺利完成引言课的教学任务，我们结合义务教育初中数学教学大纲和人教版几何第一册尝试设计如下。

一、课前准备

1．组织全体学生在课余时间观看电影《唐老鸭漫游数学奇境》，让学生随着唐老鸭的漫游，了解世界到处存在数学问题，以及几何对人类社会的发展起着重要作用。教师可从中选择充满趣味的例子充实课堂教学。

2．对学生的小学几何基础进行调查了解，为自然引入新课作好衔接。

3．准备以下教具：

（1）小黑板一块。一面利用图形归纳小学阶段的几何知识，另一面画教科书第 2 页图 4（彩色）。

（2）正方形彩色蜡光纸、长方形白纸各一张，为剪五角星、裁正方形示范时使用。

（3）模型塔一个、直尺一把，讲解测量塔高时使用。

（4）两张一样大小的长方形硬纸和两根与长方形的长等长的铁丝。利用它们设计问题，为讲解问题作好铺垫。

（5）正方体、长方体、圆柱、圆锥、球等几何模型，为讲解几何图形性质时使用。

二、课时及教学内容安排

按 2 课时安排。

第一课是几何研究的对象和问题。围绕以下两方面进行：

（1）为什么要学习几何？

（2）几何课学习的主要内容。

第二课是几何图形的性质等有关概念。

三、教学方法

考虑所授内容大部分要通过实例进行讲解，故选用讲授法。但要及时引导学生动脑思考，辅以动手操作。

四、教学过程

第一课

首先从复习小学几何知识开始，出示小黑板，列出小学学过的几何图形，提出以下问题，由学生思考回答。

（1）说出黑板上图形的名称。

（2）小学学过的哪些知识与这些图形有关？

（3）实际生活中，你见过这些图形的应用吗？

简单讲评学生的回答后，引入新课。

通过对教科书中四个问题的讲解，解决为什么要学习几何的问题。为了引起学生的学习兴趣，使教学生动活泼，提出这四个问题要讲究方式和时机。对第一个问题，要利用《唐老鸭漫游数学奇境》中五角星演变时直观形象的特点提出问题，再转向旗帜上的五角星等实际问题，指导学生动手剪五角星。然后指出学生剪出的五角星为什么有的不准确，有的不漂亮，及时把学生的热情引向学好几何画图。

对于测塔高，结合银川北塔等高大建筑的测量提出问题，可以增加直观性，活跃气氛。虽然不介绍测量方法，但要让学生了解学习几何可以解决测量问题，计算塔高、山高，计算角度、面积、体积等等。还要简介“商高定理”，增强学生民族自豪感。

问题三的提出，基本与教科书相同，但要紧密联系日常生活，从把长方形木板截成方桌面的问题开始。

问题四较之前三个问题离学生生活较远，讲解会有一定的难度。为了防止学生因问题陌生而不感兴趣，要注意铺垫，先从学生熟悉的问题讲起。例如，把两张一样大小的长方形硬纸分别折成底面为正方形的长方体桶和圆柱形桶，问：如果给它们配上底，哪个容积大？学生通过计算不难解决。为了加深印象，可以再用等长的铁丝分别围成正方形和圆，让学生比较它们面积的大小。在此基础上提出问题四，并从这个问题出发，引出实际生活中的有关材料最节省，利用率最高，效益最好等最佳方案的问题，紧扣学习几何的必要性和重要性。

接着讲解几何课里主要学习的内容。可以从前面的实例中归纳出来，并逐一加以说明。此处不再补充内容。

小结之后介绍我国古代几何研究的重要成就，增强学生民族自豪感，培养学生的爱国主义思想。

布置作业：

1．已知一个正方形和一个圆的周长都是 8㎝，分别求出它们的面积，并比较大小。

2．做一做：

（1）剪一个五角星。

（2）照教科书第 3 页上给出的尺寸，用硬纸片做一个长方体的墨水瓶盒。

第二课

首先复习上一节课的内容。根据学生作业反馈的信息，设计问题让学生思考。重点围绕为什么要学习几何以及几何课上要学习什么内容。

接着让学生仔细观察魔方、粉笔盒、皮球和木制的圆柱、圆锥等，配合几何图形性质的讲解，充分发挥学生思维中形象的东西对认识几何图形性质

的积极作用，切忌枯燥地进行灌输。

然后提出问题：生活中有哪些物体与展示的实物形体一致，等等，引导学生由形象向抽象过渡。以铁球为例，重点分析它的下列性质：铁制的、硬的、灰黑色、球状，摸上去很凉等等，启发学生找出它的几何性质。紧接着出示小黑板，让学生思考并找出几何图形的几何性质，借以举一返三，巩固认识。

对于体、面、线、点等概念的教学，可让学生拿着自己制做的长方体纸盒，根据制做时的体会，讲解几何图形的性质，再过渡到圆柱体、球体。对于曲线和曲面，可以用流星、扇子、矩形旋转等直观形象进行讲解，适当渗透运动的观点，帮助学生初步了解点、线、面、体的概念以及它们之间的联系。注意不要拔高要求，适可而止。

平面图形和立体图形概念的建立，要在学生对平面图形认识的基础之上，指导学生阅读和思考教科书第 6～7 页上的图形，着重指出其中哪些图形是由简单图形组成，哪些图形是由某个图形通过运动而成，最后给出平面图形和立体图形的概念。

小结要强调几何图形的简单分类，点是组成几何图形最基本的元素，以及对几何图形的概念重点在理解而不在于叙述。

布置作业：

（1）举出两个生活中可以抽象成几何图形的实物。

（2）创造一个用简单图形组成的图案。

（3）人教版《初中数学课外习题集第一集（下）》P61．1．（1）（2）。

（李进启、洪玉洁）

初中平面几何“绪论课”教案设计及评析

【教学目的】

1．使学生初步了解《几何》发生、发展的历史，结合我国古代在几何学上的光辉成就，对学生进行爱国主义教育，激励学生的民族自尊心；2．让学生在多种形式的实践活动中，初步感知几何研究的对象和方法；3．激发学生学习几何的情趣，帮助他们树立学好几何的信心。

【教学过程】

1．简要介绍几何学发生、发展的历史数学来自于生产、生活实践。几何学是最古老的一门学科，它是如何产生和发展的呢？

相传古埃及的尼罗河经常泛滥，每次洪水泛滥以后都要重新丈量土地。为了适应这种需要，测量土地的方法就逐步产生了。大家知道，埃及在古代建造了很多金字塔，施工时必须准确地计算石块的形状、大小。埃及劳动人民在生产实践中积累了大量的几何知识。后来埃及的几何知识传到希腊，希腊数学家使几何知识更加丰富。大约在公元前 4 世纪末，古希腊伟大的数学

家欧几里得（公元前 330～275 年）对这些知识进行了系统整理，写成《几何原本》共十三卷。这样，几何便成为人类历史上第一门独立的、系统的学科。

我国古代在几何学的研究上也有着光辉的成就。在公元前 1 世纪写成的《周髀算经》这部书中，就有“勾三、股四、弦五”这个重要的几何结论。约公元前 4 世纪写成的《墨经》，载录了不少几何中定义，如圆、中点、等等。《九章算术》这本书中，则记载了面积、体积的计算公式。我国古代伟大的数学家祖冲之求得圆周率π的值在 3．1415926 与 3．1415927 之间，……。从以上这些事例中可以看到，我国曾经在几何学的发展史上作出过积极的贡献。中华民族一定能够对人类作出更大的贡献。

同学们将要学习的几何这门学科,它的内容是 2000 多年以前人类早已认识并系统总结的几何知识中的一部分。人类社会已经进入二十世纪九十年代，文化、科技的高水平是 2000 多年前不可同日而语的。作为优秀的中华民族的炎黄子孙，作为 20 世纪 90 年代的青少年学生，完全应该也一定能够学好几何这门学科，相信同学们决不会愧对古人、愧对中华民族！

2．几何研究的对象

从几何的历史可以知道，人们对物体的形状、大小和位置关系的认识，与人们的生产、生活实践有着紧密的联系。

现在，我们举一个大家熟悉的例子。

有许多同学都骑自行车上学，请同学们想象一下，如果自行车的轮子不是圆的，而是鸡蛋形的，骑了那样的自行车将会发生什么情况呢？

（同学们思考几秒钟后，也许会出现笑声）

（注）不仅出笑声，还伴以颠簸的动作。

是啊！骑了那样的自行车，将会一颠一颠的，不平稳，骑不快也不舒服，甚至骑不动。所以，实际上没有哪家工厂会生产那种自行车，这就说明轮子的“形状”与生产以及日常生活实际有着紧密的联系。圆形的轮子能使自行车平稳地前进，这是“圆”这种形状特有的性质所决定的，几何就是要研究物体的形状及性质。

自行车的轮子有大有小,各人根据自己的需要选购 28■或 26■24■……的自行车。这说明物体的“大小”也与我们的生产及日常生活有着紧密的联系。

自行车的两个轮子之间的距离，也应该合理的设计装配。如果两个轮子装得太靠近，就不好骑；如果装得太远，手无法扶着车把，从而也无法骑自行车。这说明轮子与轮子之间的“位置关系”也与我们的生产及日常生活有着紧密的联系。

事实上，一辆自行车的各个零件都应设计制造成恰当的形状、大小；装配时又必须考虑各个部件之间合理的位置关系。从一辆自行车上，我们可以体会到：人们在实践中需要研究物体的形状、大小和位置关系。几何这门学科就是研究这些内容的。

（评）从学生熟悉的生活实例出发，介绍几何学研究内容，则学科与学生之间的情感便畅通无阻。

在几何学中，我们关心的是物体的形状、大小及物体之间的位置关系，而不研究物体的颜色、质地等其它性质，这时，我们把物体称为几何体，简称为体。比如，粉笔盒、砖块、书本……，当只考虑它们的形状、大小时都称为长方体；足球、乒乓球、弹子……，当只考虑它们的形状、大小时都称为球体，饮料罐，茶杯……，当只考虑它们的形状，大小时都称为圆柱体等等。

几何体都是由面围成的。面有平的、曲的。比如，长方体由六个面围成，这六个面都是平的；圆柱体由两个平的面和一个曲的面围成；球体由一个曲的面围成。又如，在水里倒入油以后，油与水之间有一个分界面。这个面有多厚呢？是 1㎜？还是 0．1㎜ 呢？我们无法说出这个面的厚度。事实上，几何学中所说的“面”是没有厚度的！这与日常生活中说“这张桌子的桌面有3㎝ 厚”是不同的。

（评）这也是生活实例。几何中所说的、十分抽象的“面”，在这里找到了它的直观背景。

面与面相交于线。比如，长方体的六个面分别相交，共有 12 条直的线（称为“棱”）；圆柱体的侧面与每一个底面都相交于一条曲的线（圆）。黑色与白色之间有一条分界线，它是一条直的线，但我们无法说出这条线有多宽。在几何里，线是没有粗细（宽度）的。线与线相交于点。比如，长方体的十二棱相交于 8 个点。在地图上，上海、南京、常州三个城市都画成一个点，常州位于沪宁铁路的中点（注：刊出时略去此图）。这就告诉我们：在几何中，点是不分大小的，只表示它的位置。再如，人类生活的地球是一个很大的球体，但在描述太阳系中行星绕太阳转的轨道图中，地球也只被画成了一个点，也就是说，地球被看成没有大小的“点”。

（注）教师进入教室后，第一件事是自我介绍：“我姓杨，来自江苏省常州市，同学们知道常州吗？”答“不知道。”问：“知道上海市吗？”答：“知道。”问：“知道南京市吗？”答：“知道。”

在上述对话过程中，教师在黑板上画了一个线段及线段上分别表示南京、常州、上海的三个点，常州居线段中点的位置。学生不仅认识到几何中的点是用来表示位置的，而且师生之间在进行情感交汇。过去一位中学生来信中曾问：“点是什么？好象在那本书上看到，点是没有大小的，即真正的点是不存在的，它只是一个概念。如果点是存在的，不是一个概念，……，而是一个不折不扣的点，一个有直径（宽度）的点，那么线段的中点如何理解？如果点只是一个概念，点根本就不存在，可视为 0，那么，无数个点构成线，线又构成面，面又构成体。天哪！整个世界不都成为 0 了吗？！”

由于杨老师把“点、线、面”的直观景象和抽象过程处理得好，听众不致于出现上述学生的那种疑虑的，是吗？

点、线、面都称为几何图形。

点、线、面组合在一起，如长方形、三角形、角、圆、……，也称为几何图形。

在初中几何这门学科里，我们只研究在同一个平面里的图形，即平面图形。不在同一个平面里的图形如长方体、圆柱体、棱锥等，将在以后再研究。

3．几何研究的内容和方法

下面，请同学们动手实践，通过操作活动来体会几何里学习些什么？用什么方法学习？

（1）折纸

例 1．把一张长方形的纸裁成一个正方形。（先由学生实践，再由教师演示、讲解）

第一条折痕把长方形的一个直角分成相等的两部分，这条线的位置是特殊的。几何中将给这样的线取一个名称（角平分线）；第二条折痕实际上比较出了长方形的“长”比

“宽”长多少，这是几何中比较线段大小的方法。

（评）几何入门教学难，“绪论”课更抽象。这里却没有这种感觉。

把阴影部分裁去，可以看成是在长方形的“长”上截取一条线段，使它等于长方形的“宽”，这就是几何中的线段作图；长方形的长与宽相等时，就成为正方形。这是几何中的重要结论——邻边相等的长方形是正方形。

（评）让学生在折纸过程中接受几何结论，学科与学生间的情感、信息当然也就通畅。

从例 1 可以看到，几何中的许多知识，同学们早已熟悉，也并不难学。

例 2．用一张长方形的纸剪一个等腰三角形。

（学生可能凭直观，随手剪一个“等腰三角形”）

教师演示：先把长方形的纸对折，再在对折以后的长方形上剪一个直角三角形，然后把剪下的直角三角形展开，就得到一个等腰三角形。

这说明：一个等腰三角形被中间的那条线分成两个同样的直角三角形。几何要专门研究等腰三角形。请同学们记住这条折痕，它对学习等腰三角形的性质十分有用。

例 3．用折纸的方法把一个正方形分成两个相同的部分，你能想出多少种方法？

（让学生动手实践，通常能找到四种折纸的方法）

问：除了这四种方法外，还有别的方法吗？

启示：观察图 4 中的四条折痕，有什么特点？

（这四条折痕都经过正方形中间的一个“·”点）

说明：这个“·”点的位置很特殊当学生想到了过“·”点任意折一条折痕，都可以把正方形分成相同的两部分后，教师演示如下：（评）数学家十分关心变化中的不变部分，教师抓住“正方形的中心一点”，一切便迎刃

而解了。

问：从上面的实验可以知道，把一个正方形折成两个相同的部分，能有多少种方法呢？

（当学生回答“ 无数种 ”后，教师指出：过“ · ”点任意折一次，就有一种分法，因此有无数种方法。同学们能否体会得到“ 任意一个 ”与“ 无数个 ”之间的关系）

（评）“ 任意 ”与“ 无数 ”这种数学关系，对初中生来说是难理解的。这里却表现得十分自然，信息通畅无阻。

（2）拼图、搭图

例 4（1）用游戏棒（或火柴棒、牙签等）搭一个等边三角形；

（2）用游戏棒搭两个等边三角形，最少要几根游戏棒？

（说明：搭两个等边三角形不需要 3×2=6 根游戏棒。因为其中有一根游戏棒是两个等边三角形“ 合用 ”的。在几何中，这样的线段叫做两个三角形的“ 公共边 ”）

（评）几何学科为什么要研究三角形的“ 公共边 ”？在搭等边三角形的这种游戏中已经看到。

（3）用游戏棒搭六个等边三角形，看谁用的游戏棒最少？

例 5．把等腰三角形沿着中间的折痕剪开，成为两个相同的直角三角形。再把这两个直角三角形拼合在一起，你能拼出多少种不同形状的图形？能说出各种图形的名称吗？

（先由学生动手拼图，然后教师演示）

例 6．用正方形或长方形的地砖，能够把房间的地面铺得完整，无缝隙。那么，用任意形状的四边形地砖，能否把地面拼得没有缝隙呢？

教师演示拼图的方法。然后引导学生观察，拼合以后的图形没有缝隙，说明四边形的四个角的大小之和恰好等于 360°。这又是几何中要学习的一个重要结论。

（注）日本的《覆盖几何》教材就是从这里开始的——一个不被人们熟悉的任意四边形性质（覆盖性质）：任意四边形可以覆盖域面。而正五边形却不能。

（3）观察、判断与思考

例 8（教师演示）

先出示两张一样大小的圆纸片，把它们贴在黑板上。

然后，把大小不等的两种圆纸片各若干张，分别贴在那两张圆片的周围，让学生观察。这时原来同样大小的那两张圆片，是否仍然“ 感觉 ”到一样大了呢？

为什么会感觉到那两个圆，一个变大了，另一个变小了呢？这是因为旁边的小圆“ 衬托 ”出中间的圆变“ 大 ”了，而旁边的大圆使中间的圆变“ 小 ”了，这就告诉我们，观察图形时，会受到背景的干扰！同学们学习几何，要

学会排除这种干扰，正确地认识图形。

（4）欣赏图案

请同学们看一些图案，你觉得这些图案美吗？

你能不能自己设计一些漂亮的图案呢？

你能从周围的事物（如建筑物、地板、围墙、公园里……）找到一些好看的图案吗？

4．小结与作业

（1）问题：请同学们谈谈你对几何这门学科的认识。

（学生大体上会说到以下几点：几何是研究物体形状、大小及位置关系的学科；几何与生产、生活实际有着密切的联系；学习几何很有趣；学习几何要掌握折纸、把图形翻折、旋转等方法，要学会说道理，学好几何可以设计漂亮的图案，美化我们的生活等等。）

（2）作业：有兴趣的同学，课后自己画一个漂亮的图案，以后我们选出好的作业展览，供大家欣赏。

平面几何入门的概念教案设计

几何概念是学习几何的基础，是进行推理论证的依据。对这些概念掌握得如果不深刻，记忆得不牢固，解题时就无从下手，因此，在平几入门教学中，过好这一关。

针对第一章《基本概念》、第二章《相交线、平行线》概念多而集中、相互联系少的特点（仅第一章用黑体字标出的概念就有三十多个），按照这些概念各自的特点以及对后继教学影响的大小，我采取了“有主有次，突出重点”的原则，以减轻学生的负担，消除平几入门难的畏惧心理。对于象角、垂线、平行、线段的中点，角平分线等重要概念，一定要让学生达到四“会”，即会表述它的定义，会画图和识图，会翻译，会运用。如何使学生达到上述要求，教学中我采取了下列措施。

1．利用直观，丰富感知

几何概念是客观事物的空间形式在人们头脑中的反映，任何一个抽象的概念都有具体的事物作为它的“背景”。在概念教学中的开始，尽量利用学生熟悉的、看得见的实际物体或模型，引导学生通过分析、比较，抽象出几何图形。如讲“直线”时可让学生联想拔河时的绳子；在讲“平行”时，让学生联想电线杆上的电线；在讲“角”时，先让学生观察钟表上的时针和分针以及两角规，再抽象出图。

2．结合图形，抓住重点

在抽象出几何图形后，先让学生通过观察图形，着重分析这个图形的本质特征，得出概念，并用文字定义把概念表达出来，这样学生对几何图形的认识有实际模型作基础，对概念的理解有几何图形为依据。这样就能避免学

生只会形式主义地死记硬背定义的词句。在剖析定义时，要引导学生分层次、抓要点。如“角平分线”的定义：从一个角的顶点引出的一条射线，把这个角分成两个相等的角，这条射线叫做这个角的平分线。理解这个定义时，要抓住三个重点：

①角平分线是一条射线（它不是直线或线段）；②这条射线从角的顶点出发（即以角的顶点为端点）；③把这个角分成两个相等的角。①是回答这个概念“是什么”图形，②、③是回答它是“怎样的”图形。揭示概念的定义后，及时地把概念的文字定义翻译成符号定义。角平分线就可表示为∠1=∠2或$\angle 1=\frac{1}{2}\angle AOB$或$\angle AOB=2\angle 2$

3．举反例，抓变式

初二学生刚学习几何，认识事物时很肤浅，因而在理解概念时，常常受日常生活经验的干扰，无意中扩大了概念的内涵，而缩小了概念的外延。在学习“平行”时，也只限于“水平”平行，为了突出概念的本质属性，在教学中，我注意采取了举反例，抓变式，使学生认识到“线段垂直平分线”定义中的“过中点”又“垂直”是缺一不可的。又如，在讲“对顶角”时，可出示图，让学生判断它们是不是对顶角？为什么？

举反例的方式很多，通常通过“去”（去要点）、“换”（换条件）、“拆”（拆开看）等办法，这样可加深概念的理解。另外，要让学生透彻理解概念的本质属性时、教学中还应充分运用变式，在平时板书经常变换几何概念的图形。

4．找联系，抓对比

对于容易混淆的概念，在教学中经常引导学生进行分析、比较找出它们的区别和联系。如“直线”和“平角”，“平角”是从一个顶点出发的两条射线，“直线”没有顶点，也不是两条射线，若在直线上取一点，则这条直线可看成一个平角，又如，“直角”和 90°”从表面上看似乎差不多，但前者是指一种特殊的角，指的是“形”，而后者是指角度的量数，指的是“数”。

5．复习归纳，分类整理

由于前两章概念多，在教学中，我注意从知识的结构出发，在每学完一章节时，帮助学生整理。

平几入门指导编题教案设计

在平面几何的教学中，经常适量地指导学生自编一些题目，可以有效地激发学生的学习兴趣，使学生对有关概念、图形的感知精确化。

例如，在讲完三角形全等的第四种判定方法之后，我出了这样一道题：

如图：BC 是△ABC 和△DCB 的公共边，请充分利用此条件，按下列要求分别编制：

①用边角边公理证明△ABC≌△DCB 的题目。

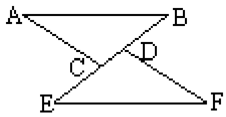
②用角边角公理证明△ABC≌△DCB 的题目。

③用角角边定理证明△ABC≌△DCB 的题目。

④用边边边定理证明△ABC≌△DCB 的题目。

“又要自己编题，真有意思！”虽然是后半课了，但同学们仍为之精神一振，神情专注地思考起来。我又引导大家比较自编②③两小题时加入的已知条件，使一些原来对角边角公理与角角边定理的应用容易混淆的同学也豁然开朗了。

在教学中，我还常常要求同学们将简单的题目改成较复杂一些的综合题目，使他们对所学的知识有更深的认识。例如，右下的图形，我是这样指导编题的。



问：如图，已知∠B=∠E，∠ACB=∠FDE，BC=ED。

可用什么方法判定△ACB≌△FDE？

答：角边角公理。

问：其实，同学们在练习中所遇到的题目并不会都这么简单，证明所需要的条件往往不直截了当地给出来。现在就请同学们重编一道题，将原来题目中的三个已知条件都改成间接条件，应当如何写？

这时，课堂气氛非常热烈，同学们都争先恐后地举手发言，最后归纳为：“已知：AB∥EF，AC∥DF，BD=EC。”

教师再问：在很多问题中，我们证明三角形全等并不是目的，而只是作为证明线段或角相等的一个中间步骤。请同学们将上面这道题的结论再重新变一下，能否改成求证什么线段或角相等？

经过讨论，大家明确了若仅仅证明第三对角相等，应用三角形内角和定理比较简便，而不一定要通过三角形全等来证明，因而一致得出：上题可改为：求证 AB=FE 或 AC=FD。

（陆敏蓉）

垂线（一）教案设计

【教学目标】

1．使学生掌握垂线的定义，会用几何语言，表示垂直。

2．使学生会过平面上任一点画已知直线的垂线，从而理解垂线的唯一性。

3．初步渗透由已知——未知的推理论证思想。

【教学重点】垂线的定义、表示法和垂线的唯一性。

【教学难点】过一点画已知直线垂线、垂线的唯一性。

【教学过程】

一、演示相交直线教具。

AB 和 CD 相交于 O，形成了四个角（转动 CD）。

问：前后两种相交不同，用什么量来刻划？相交直线的位置不同，与相交直线所形成的四个角密切相关。（演示相交线教具，转动 CD 到任一位置用量角器量∠BOC 的大小），设∠BOC=25°。问：AB、CD 相交的四个角中，有一个角是 25°，是不是就这一种位置的摆法？还有什么情况。

问：AB 不动。转动 CD，四个角中有一个成 90°时，有几种摆法？仅有一种，这是两直线相交中的特殊情形，下面对这种特殊情形的位置关系进行研究。

二、定义：

当两条直线相交所成的四个角中，有一个角是直角时，就说这两条直线互相垂直，其中的一条直线叫做另一条直线的垂线，它们的交点叫做垂足。

在生产和日常生活中，两直线互相垂直的情形是很常见的，请同学们举几个两直线互相垂直的实例。

三、大家还记得对两条直线互相垂直，小学是怎样说的？

两直线相交所构成的四个角都是直角，说这两条直线互相垂直。问：今天所学的定义是，四个角中有一个直角，就说两条直线互相垂直，它们哪一个正确？为什么？

我们看一下，两条直线相交所构成的四个角中，如果有一个是直角，那么其余三个角是什么角？由对顶角和邻补角的关系可知，其余三个都是直角，因此，今天学习的垂直的定义与小学学过的定义不矛盾，这个定义更简洁。

垂线的几何语言表示

图形	记作	读作
	AB ⊥ CD（或 CD ⊥ AB）垂足为 O	AB 垂直于 CD，垂足为 O

根据定义，可写下推理过程：（对照定义和图形写）

∵∠AOC=90°（已知），（或∠COB=90°，∠BOD=90°，∠AOD＝90°）

∴AB⊥CD（垂直的定义）。

反过来，

∵AB⊥CD（已知），

∴∠AOC=90°（垂直的定义）。（或∠COB=∠BOD=∠AOD=90°）

这样的推理在我们今后的学习中经常要用到，这两种推理要根据论证的需要而选用。如果需要论证两直线垂直，则用第一种推理，如果要论证某角的度数为 90°，则用第 2 种推理。

注意：根据定义，两直线互相垂直，即：如果 AB⊥CD，那么 CD⊥AB。

四、1．画法

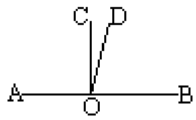
（1）问：请同学们回忆，画一个角等于已知角（譬如 12°），怎么画？

（2）问：在直线上取一点，以这点为顶点，以一侧射线为边画一个角等于 30°，怎样画？（可能答用量角器，也可能用三角板）

（3）在直线上取一点，以这点为顶点，以一侧射线为边画一个角等于 90°，请同学们自己动手画。（注意总结用量角器和三角板两种工具画，分别总结画法。所画 90°角的一边所在的直线，由定义知，即为已知直线的垂线。）

（4）过直线外一点如何画呢？请同学们过直线外一点 P 画 l 的垂线 l′。（总结画图的步骤：靠线——找点——画垂线）

2．垂线的唯一性



通过刚才的画图，可以知道过平面上任一点，画已知直线的垂线一定能画出，是否只能画一条呢？假如（图 7），过 AB 上 O 点画 AB 的垂线有 OC 和 OD，那么你们能得出什么结论？（请大家根据“§1．5 中角的比较”中的办法看应得出什么结论。）

由此可见，垂线具有如下特性：

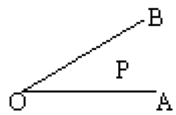
性质：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。

五、小结：这节课我们学习了垂线的定义、画法、表示法，并研究了垂线的唯一性。

练习：

1．AB 与 CD 相交于 O，所成的四个角相等，这两条直线有什么关系？

填空：如图，



∵∠AOC=∠BOC=∠AOD=∠BOD（已知），

∵∠AOC+∠AOC+∠BOC=______（邻补角的定义），

∴2∠AOC=______（等量代替）。

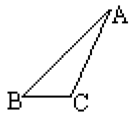
∴∠AOC＝______（　　）。

∴AB⊥CD（　　）。

2．过线段 AB 的中点 O，画直线 MN⊥AB。

3．已知∠AOB 和点 P（如图），过 P 画 PC⊥OA，C 为垂足，画 PD⊥OB，D 为垂足。

4．如图，自 A 点向 BC 边画垂线。



作业：P65．5、6，P67．2。

（徐子华）

角平分线目标教案设计

制定好教学目标是实施目标教学的首要前提。它的设列主要应体现学生的认知之序与教材的逻辑之序。具体地说，制定目标时一般着眼于以下三方面思考，第一，目标的制定必须依据学生的认知规律和已有的学习水平，以保证学生的主体地位和发扬其主动精神；第二，目标的制定必须遵循数学知识的内在的发展规律。我们不仅要看到数学知识点具有存在于整个数学结构之中“相对位置”关系，而且还要看到它们之间存在的逻辑与方法上的联系。另外，目标的制定必须体现全面育人，培养素质的思想。数学教师正是源于对数学知识体系的把握和学生认识规律、已有实习现实的洞悉，充分发挥主观能动性，制定出内容结构化，目的具体化，要求行为化的教学目标而发挥其主导作用的。关于角的平分线，义务教育初中数学大纲的要求是“使学生掌握角平分线的性质定理及其逆定理，能够利用它们进行论证”，教学中如何具体地达到这一要求呢？

纵观几何教材，对角平分线的认识是一个不断发展、完善的过程，先后历经三个阶段。其一，几何定义：从一个角的顶点引出一条射线，把这个角分成两个相等的角，这条射线叫做这个角的平分线；其二，集合意义：角的平分线可以看作到角两边距离相等的所有点的集合；其三，轨迹意义：角的平分线是到角两边距离相等的点的轨迹。后两阶段每个都比上一个更接近概念的实质，认识观点上都有提高。因此，在进行第二阶段集合意义教学时，就可这样把握：一方面，从角平分线的几何定义到对其上点的特征的揭示，是一个由整体到局部，由形到数，由表及里的过程；另一方面，这一集合意义又有待于从静止、孤立的认识到运动、联系认识的上升。

学生在学习这个内容前已具备什么知识呢？必须具备什么知识呢？角的平分线集合意义揭示的是角平分线上点的特征，从而熟记角平分线的几何定义，明确点到直线距离的意义是学习这节课应具有的条件。另外，学生在这一阶段，证明两个三角形全等的问题已经很熟悉，这既为探索角平分线集合意义准备了条件，也造成了学生运用本节课知识的前摄性抑制：在遇到有关角平分线问题时，不习惯直接应用定理，仍然去证三角形全等。从而，这节课一方面要运用“证三角形全等”的方法去完成角平分线集合意义的探讨，另一方面初步实现由证全等到直接运用定理的转化。

鉴于以上这些认识，我们把这节课课题定为“角平分线的进一步认识”并制定相应的教学目标如下。

一、知识、能力目标

1．知识

识记：

熟记定理 1、定理 2 及角平分线的集合意义。

理解：

（1）知道定理 1 与定理 2 的联系与区别；

（2）能结合图形说明角平分线集合意义所包含的两方面的含义。

应用：能直接运用定理 1、2 进行有关证两个角相等或两条线段相等的推理。

2．能力：

（1）通过定理 1、2 的证明进一步培养学生将文字语言转化为符号、图形语言的能力。

（2）通过定理 1、2 的运用，培养学生对问题概括和简化的能力。

二、情感要求

1．在运用定理 1、2 解题的过程中，认识定理的作用和价值。

2．从对角平分线上点“纯粹性”与“完备性”两方面的考察中，产生几何图形美的情绪体验。

三、思想教育要点

通过角平分线的进一步认识，渗透运用不同的观点，从不同的侧面认识事物的辩证思维方法。

四、重点、难点

重点：对角平分线集合意义的认识。

难点：

1．对角平分线集合意义的理解。

2．准确地运用定理 1、2 解题。

（孙彦）

角的平分线讲授教案设计

九年义务教育初中《几何》（人教版）第三章“三角形”，在内容结构上作了一些调整，其中之一就是把“角的平分线”与“线段的垂直平分线”分开，并把“角的平分线”的授课时间提前。

这种调整的好处在于：

1．使整个教材对逻辑思维能力的培养更具有阶段性和系统性；

2．使整个教材对几何图形的研究方法更加合理，更具有循序渐进性。

但是这种调整也给教学带来一定的困难，尤其是第一课时，由于学生在初学阶段，对本节定理 1、定理 2 的文字叙述不易理解，同时，由于对文字命题的证明提前了，教师感到教学内容偏多，完成教学计划有困难。对这节

课的设计如下：

【教学目的】使学生掌握角的平分线的性质定理及其逆定理。

【教学方法】讲授法。

【教学过程】

（一）复习提问

口述“角的平分线”的定义及其几何语言表示。

角平分线的定义。（略）

定义的几何语言表示：

∵OC 平分∠AOB，

$\therefore \angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOB$。

又，$\because \angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOB$，

∴OC 是∠AOB 的平分线。

（二）讲授新课

1．按下列要求完成练习

（1）画出∠AOB 的平分线 OC。

（2）在 OC 上任取一点 P。

(3）过 P 作 PD⊥OA，垂足为 D；过 P 作 PE⊥OB，垂足为 E。

（4）度量 PD、PE，并比较 PD、PE 的大小。

（5）试叙述练习的结论。

以上练习的前三步，可由师生共同完成，学生在练习本上做，教师在黑板上做。

练习的第五步，应注意纠正学生口述中的错误，同时指出：“PD⊥OA，垂足为 D。”即 PD 是点 P 到∠AOB 的边 OA 的距离。同理，PE 是点 P 到∠AOB 的边 OB 的距离。并引导学生能正确口述定理 1。

2．引入定理回

定理 1：在角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等。

根据图形，分析定理 1 的题设、结论，并写出已知、求证和证明。（略）

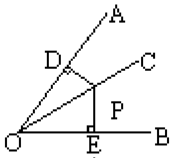
（对于文字命题的证明方法的步骤，不宜过分强调，避免干扰教学目的的实现。这些内容教材将在 3．12“等腰三角形的性质”这小节中出现。本节课只给学生感性认识起渗透作用。）

3．巩固定理 1

（1）口述定理 1。

（2）写出定理 1 的几何语言表达：

如图，



（图2）

∵P 在∠AOB 的平分线上。

又 PD⊥OA，PE⊥OB，垂足分别为 D、E。

∴PD=PE。

4．引入定理 2

（1）交换定理 1 的题设和结论得到一个新命题，由学生口述新命题，并注意纠正学生口述中的错误，使口述完整、准确。

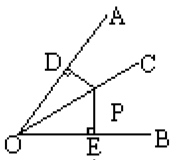
（2）命题：到一个角的两边距离相等的点，在这个角的平分线上。

（3）根据命题的题意画出图形，分析命题的题设和结论，写出已知、求证和证明。（略）

证明完成后可指出，一个命题经过证明是正确的就是定理，这个定理是“角的平分线”一节的定理 2。

（4）写出定理 2 的几何语言表示：

如图，



（图3）

∵PD⊥OA，PE⊥OB，垂足分别为 D、E。

又 PD=PE。

∴OP 平分∠AOB。

（三）练习

讨论完成 P_{33} 练习

（四）作业

P_{56}7，P_{55}3

补充说明：

第二课时开始时可首先设计以下提问：

1．口述角的平分线的定义及其几何语言表示。

2．口述角的平分线的定理 1 及其几何语言表示。

3．口述角的平分线的定理 2 及其几何语言表示。

4．OC 平分∠AOB，P 在 OC 上，D、E 分别在角的两边上，PD=PE 成立吗？为什么？

5．P 在∠AOB 的内部，D、E 分别在角的两边上，且 PD=PE，OP 平分∠AOB 吗？为什么？

完成上述复习提问后，再引入：角的平分线是到角的两边距离相等的所

有点的集合。

（杨燕）

角平分线（二）教案设计及评注

【课题】角平分线（二）

【目的与要求】

1．复习巩固角平分线性质定理和判定定理；

2．掌握这两个定理的应用。

【重点】两个定理的应用。

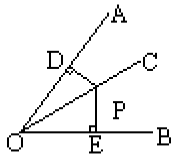
【难点】课本 P143 例题的分析与证明。

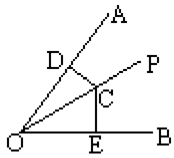
【教具】小黑板、三角板、圆规、彩色粉笔等。

【教学过程】

（一）复习（出示小黑板上的题目）

1．根据角平分线的性质定理和判定定理填空：





（1）如图 1，∵OP 平分∠AOB，且 C 是 OP 上一点，CD ______，CE______。（已知）

∴CD=CE（______）

（2）如图 2，∵P 是∠AOB 内一点，且 PD⊥OA 于 D，PE⊥OB 于 E，______（已知），作射线 OP。

∴OP 是∠AOB 的平分线。（______）

〔评注：能针对教学内容恰当地选用简单练习题，既概括上节主要内容，又检查学生对已学知识的理解和应用情况，改变了在复习中往往只提几个枯燥无味的问题的做法，只有多动脑筋的教者才能实现这一安排。〕

2．判断下列推理，有无错误？若有，试指出错误的原因。

（1）∵E、F 分别在 OA、OB 上，且 ME=MF（已知）

∴OM 为∠AOB 的平分线，（到角的两边距离相等的点在这个角的平分线上）。

教师评讲：ME、MF 不是表示 OC 上的点 M 到∠AOB 的两边的距离，虽然相等，但不能肯定 SSEOC 是 2∠AOB 的平分线。

（2）∵OM 平分∠AOB，且 ME⊥OM，MF⊥CM，E、F 分别在 OA、OB 上（已知），

∴ME=MF（角平分线上一点到这个角的两边的距离相等）。

教师评讲：ME、MF 不是表示∠AOB 的平分线 OM 上的点 M 到角的两边 OA、 OB 的距离，而是分别表示角两边上的点 E、F 到 OM 的距离，所以虽然它相等，但不是由角平分线的性质定理推得，而是通过△MOE≌△MOF 推得。

〔评注：反例举得好，适时选择反例，并让学生口头说理，对深化概念、巩固知识、掌握技能起着重要作用，同时对活跃学生思维，培养学生全面考虑问题，激发学生学习兴趣，提高语言表达能力都有好处。〕

3．板演：

已知直线 MN 与 OA、OB 都不平行，在 MN 上求作一点 R，使 R 到射线 OA 和 OB 的距离都相等。

（二）授新

1．在（一）3 的基础上提问：

(1) 在∠AOB 的平分线 OR 上能否找到一点，使其到 OM、MN 的距离相等？能，如何找？

(2) 设上面找到的点为 P，问 P 到 ON、MN 的距离是否相等？为什么？

(3) 考虑一下，点 P 在△OMN 的哪些角的平分线上？由此你能得出怎样的猜想呢？

2．讲解课本 P143 例：

(1) 让学生确定出命题的“题设、结论”，写出“已知、求证”；

(2) 让学生讨论本题的证明思路；

(3) 指导学生写出证明过程；

(4) 小结本例：任意三角形三条内角平分线交于一点，这点在三角形内部，且到三边的距离相等。

〔评注：在中学数学教学中，能注意知识的发生、发展、发现的过程设计，是目前数学教学思想更新的一个重要方面。

另外，在进一步完善角平分线这一知识结构的过程设计中，安排了学生动口、动手、动脑、议论、猜想、论证等一系列活动，显然这样的做法对训练技能、巩固知识、锻炼学生的思维品质、调动学生的学习兴趣等都起重要作用，同时突出了教师为主导、学生为主体、训练为主线的教学思想。〕

（三）巩固练习（出示小黑板）

(1) 若 PD⊥OA 于 D，PE⊥OB 于 E，且 PD=PE，PO=PF，那么 P 点（　　）：

(A) 为∠AOB 的平分线上任一点；

(B) 线段 OF 的垂直平分线上任一点；

(C) 只能是∠AOB 的平分线与线段 OF 的垂直平分线的交点。

(2) 如图 7，求作一点 P，使 PC=PD，且使点 P 到∠AOB 的两边距离相等。

(3) 课本 P143 练习 2。

（四）小结

1．正确使用两个定理；

2．三角形三条角平分线交于一点，这点在形内，且到三边的距离相等。

（五）布置作业

（1）课堂作业：P149 第 8 题。

（2）课外思考题：在三角形外是否有点到三边或其延长线的距离相等？有，有几个？如何找？

〔评注：在教学中，我们应当结合课本，注意编选不同层次、不同方向、不同角度、且深度适当的习题，才能有效地巩固教学效果。

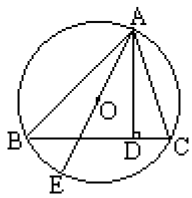
综合评价：

本课的教学任务是通过平面几何第一册 P143 例题的教学,巩固应用角平分线的性质、判定定理，并要求学生了解例题的结论，且能在实际中应用这一结论，关于本例中三线共点的证明方法是比较难的，不要求学生掌握这一证明方法。本教案在处理这一系列问题时，能恰到好处，要求适当。特别应当指出的是，这一例题的证明过程，对初中二年级的学生来说是比较困难的，而教案在突破这一难点时，匠心独具，利用作图、提问等练习方式，把学生思路一步步引入“圈套”，从而使学生自然而然地认识到探求命题结论的过程。同时教案还能始终围绕两个定理，遵循知识的内部联系设计教学过程，总之，本教案的设计在紧扣课本、吃透大纲、突出“三为主”、更新中学数学教学思想方面有一定的特色。〕

（朱长君薛东年）

圆周角教案设计

例题如图，AD 是△ABC 的高，AE 是△ABC 的外接圆直径，



求证：AB·AC=AE·AD（《几何》第二册 P85）。

这是一道用“三点法找相似三角形”来证比例式（等积式）的典型题目。当教师讲完了这道题目后，提出了这样的问题：能否将这道题目经过适当的变化，改成其它“形异实同”的题目呢？

经过数分钟的学生自由讨论，加上老师的点拨启发，得出了这样一组变题：

变题 1：如图 1，已知 AD 是△ABC 的高，MN 是△ABC 外接圆的直径。

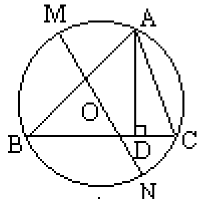


图 1

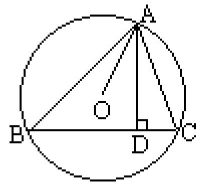


图 2

求证：AB·AC=AD·MN。

变题 2：如图 2，已知 AD 是△ABC 的高，O 是△ABC 外接圆的圆心。

求证：AB·AC=2AO·AD。

变题 3：已知 AD 是△ABC 的高，R 是△ABC 外接圆的半径。

求证：AB·AC=2R·AD

变题 4：如图 3，已知 AD 是△ABC 的高，OE 是△ABC 外接圆的半径。

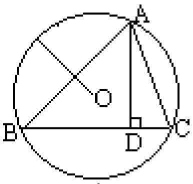


图3

求证：AB·AC=2EO·AD。

变题 5：如图 4，已知 AD 是△ABC 的高，E、F 是△ABC 外接圆上两点，且$\overset{\frown}{FF}$的度数是 60°。

求证：AB·AC=2EF·AD。

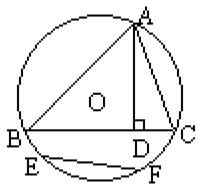


图 4

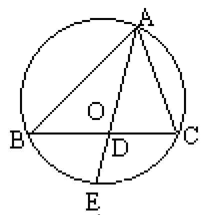


图 5

变题 6：如图 5，已知 AD 是△ABC 的角平分线，交其外接圆于 E，

求证：AB·AC=AE·AD。

变题 7：已知 AD 是△ABC 的高，且 AB=4，AC=3，AD＝2。

求△ABC 外接圆的直径。

变题 8：已知△ABC 中，AD 是角平分线，并延长交其外接圆于 E，且 AB=4，AC=3，AD=2，

求弦 AE 的长。

教师对这些变题的书写、讲解详略得当，多数同学只要稍加启发即可获得，通过对这道例题的变化，不但加深了对题目本身的理解，而且培养了一题多变的能力，使学生初步掌握编题的技能和技巧。

离下课只有 5 分钟了，学生的思维逐渐趋于平静，教师小结了这节课的内容后，又提出了这样一个课外作业。

这道例题不但可以变出这么多题目，而且它还是一个“定理型”题目，请同学们利用课外时间去收集、研究、整理。

（张焕明）

平行线概念五层次教案设计

一、教具演示，导入新课

（教具如右图，上下两块木板用一颗螺丝钉连接，下板上画一条直线，上板用钉子钉一根直铁丝，可以旋转。）

把两块木板转至同一平面，然后旋转上板铁丝分别变成下面的图形，要求学生判断各图形中两条直线的关系。

学生回答后，教师指出（3）中两条线段表面上看不相交，但把它们延长是可以相交的（教师可用教棒示意。）

师：请同学们思考，教具上在同一平面内的两条线的位置变化，会不会出现无论怎样延长也不相交的情况呢？（导入新课，揭示课题）

二、列举实例，引出概念

让学生讨论上面的问题，如能回答，指名上讲台，把教具上板的铁丝转至与下面一条线平行的位置，否则教师作演示。

师：在同一平面内的两条线段，如：练习本上的横线，铁路上笔直的两根铁轨、双杠的两根直杠等，无论怎样延长也不相交，像这样的在同一平面内不相交的两条直线叫做平行线。生活中常见的平行线的例于很多，请大家举例。

三、反倒引思，突出本质

教师将教具中的上板转动一定的角度，使两块木板不在同一平面内，提问：两块木板上的两条线段无论怎样延长也不会相交，这两条直线是不是平行线。让学生思考、争论，使学生明确这两条直线虽然永不相交，但它们不在同一平面内，所以不是平行线。

在此基础上，要求学生举教室内的实例，说明哪两条直线永不相交，又不平行。从反面突出了平行线的本质属性，加深学生对平行线概念的认识。

四、归纳小结，对比异同

师生讨论小结两条直线是平行线要具备的两个条件：

（1）在同一平面内；

（2）永不相交。教师指出：直线无限长，无法全部表示出来，但只要这两条线段无限延长也不相交，我们就称它们是平行线。

师生共同讨论平行线和垂线的异同点：

（1）平行线和垂线都是在同一平面内的两条直线；

（2）垂线是两条直线相交的特殊情况，它们只有一个公共点；平行线没有公共点。因此，平行线还可以说成在同一平面内，没有公共点的两条直线。

五、加强练习，巩固深化

设计如下习题，组织学生课堂练习。

1．判断题。

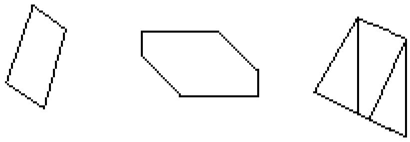
（1）在同一平面内不相交的两条线是平行线。

（2）两条平行线一定没有公共点。

（3）没有公共点的两条直线叫平行线。

（4）在同一平面内的两条线段，如果不相交，那么它们一定是平行线。

2．下面图形中哪两条线段是平杆线？各右几组平行线？



3．拿出课前准备的火柴盒，分别指出两组平行线、垂线以及既不相交又不平行的直线，先同桌同学相互检查，后教师指名演示，最后教师出示思考题：如上图，火柴盒上的 AB 与 CD 两条线段是平行线吗？

（沈长生）

平行线等分线段定理教案设计

平行线等分线段定理（以下简称定理 P），不但是研究三角形、梯形中位线以及几等分任意线段作图的基础，而且是平面几何中的一个重要定理，因此教师必须把这个定理教好教活，让学生牢固掌握和熟练应用，笔者在教学这个定理时，采取从定理的引入、定理的证明、定理的应用三个方面进行讲授，收到了良好的效果。

一、定理的引入

在引入定理时，教师可从学生原有的知识水平出发，提出目的明确，合乎学生的认识规律的问题，以启迪思维，激发学生的求知欲望，调动学生探究问题的学习热情，从而引导学生自我获取知识。为了达到这一目的，在引入定理 P 时，笔者设计了一组问题，先让学生去思索、去猜想、去验证、去发现结论。

1．若 $l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$，$l_4 /\!/ l_5$，$A_1A_2=A_2A_3$，则 B_1B_2 与 B_2B_3 相等吗？为什么？

2．$l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$，A_1A_2 则 B_1B_2。与 B_2B_3 还会相等吗？用刻度尺去量线段 B_1B_2、B_2B_3 的长，验证你猜想的结论。

3．如何用文字语言表述问题 2。

4．直线 l_A、l_B 被三条以上的平行线所截，若 $l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3 /\!/ l_4\cdots$，$A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=\cdots$成立，则 $B_1B_2=B_2B_3=B_3B_4\cdots\cdots$成立吗？若成立，如何用文字语言表述这个问题。

而后，针对这四个问题，师生共同分析、研究、概括，教师在学生充分回答的基础上加以纠正或适当的补充，从而得出定理 P，板书定理 P。把多余的线擦去，保留梯形 $A_1A_3B_3B_1$，便成了图 4，即在梯形 $A_1A_3B_3B_1$ 中，$A_1A_2=A_2A_3$，$A_2B2 /\!/ A_1B_1$，则 $B_1B_2=B_2B_3$，这就是课本第 193 页上的推论 1，板书推论 1。在图 2 中，l4 不动，l5 向左移动，使 l5 与 l4 交于点 A1，把多余的线擦去，保留三角形 $A_1A_3B_3$，便成了一个图，即在$\triangle A_1A_3B_3$中，$A_1A_2=A_2A_3$，$A_2B_2 /\!/ A_3B_3$，则 $A_1B_2=B_2B_3$，这就是课本第 193 页上的推论 2，板书推论 2。

二、定理的证明

定理的证明是几何教学中的一个难点，学生较难掌握。培养学生的定理推证能力，关键是使学生学会分析所证定理的证明的思路及方法，掌握添辅助线的分析法。对于定理 P，我们仅对三条平行线的情形进行证明。学生对教材中定理 P 的证明，普遍反映，对其所作的辅助线只知其然，不知其所以然。为揭示添辅助线的分析方法，在证明定理 P 时，笔者设计了如下分析过程：

1．求证是要证明两条线段相等，我们学过哪些证明两条线段相等的方法？根据已知条件和图形特点，选择哪种证明方法？（利用全等三角形来证明）

2．现在要证明相等的两条线段不是分别处在两个现成的全等三角形中，采取什么办法能使要证相等的两条线段分别处在两个全等三角形中。（通过作辅助线）

3．过哪些点作辅助线能使要证相等的两条线段分别处在两个三角形中。（①分别过点 B_1、B_2；②分别过点 B_2、B_3；③分别过点 B_1、B_3；④过点 B_2。）

4．要证明新构成的两个三角形全等，还需角相等和线段相等，过这些点作什么辅助线有利于造成线段、角相等。（作平行线）

教师先让学生对上述提出的问题逐一动脑、动手、动口，然后有针对性地给予启发、补充，从而归结出下列四种添辅助线的方法：

1．过 B_1、B_3 分另作 L_4 的平行线 B_1C、B_3E，分别交 L_2 于点 C、E。

2．过 B_2、B_3 分别作 L_4 的平行线 B_2G、B_3E，分别交 L_1、L_2 于点 G、E。

3．过 B_1、B_2 分别作 L_4 的平分线 B_1C、B_2D，分别交 L_2、L_3 于点 C、D。

4．过 B_2 作 L_4 的平行线 DG，分别交 L_3 于点 G、D。

三、定理的应用

学习几何定理的目的在于应用，定理 P 的应用不仅是用它去解决几何中的习题，还有它的证明方法的应用。因为定理的证明方法具有代表性、典型性，运用它的证明方法可解决较多问题。因此教师不但要求学生掌握教材 P193 例题和 P194 第 3 题、P198 第 2 题、第 3 题的证明，而且要求学生掌握定理 P 的证明方法的应用。定理 P 的证明方法——添辅助分析法是几何证题中添辅助线的常用方法，结合证明定理 P 的分析过程，帮助学生总结出辅助线的分析步骤如下：

1．看要证明的结论属于什么类型的问题。

2．回顾证明这类问题学过哪些定理或方法。

3．根据已知条件和图形特点选择定理或方法。

4．根据所选的定理或方法以及添辅助线的基本规律添辅助线。

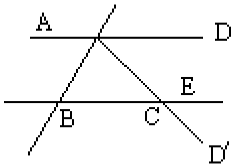
用添辅助线的分析法作出教材 P154 第 16 题的辅助线。

（叶忠作）

三角形内角和化归观念的渗透教案设计

化归观念在“三角形内角和”定理中起着重要作用。我们在教学中，注意渗透化归观念，促使学生积极地探索问题，有效地解决问题。

一、由平行线引入，探索三角形内角和



如图，AD∥BE，∠DAB＋∠B=180°；若把AD绕A点旋转到AD′，交BE于C点，此时，∠D′AB＋∠B的度数发生了变化，减少了∠DAD′的度数。从平行线的内错角相等可知，减少的∠DAD′的度数“跑”到∠ACB的位置去了。这样∠DAB+∠B=180°转化为∠BAC+∠B+∠ACB=180°。随着AD′位置的变化，∠DAD′的大小可以改变，∠ACB的大小也随着变化，但∠BAC＋∠ABC＋∠ACB=180°恒不变，由此探索得三角形内角和等于180°的结论。这样引入课题，揭示了三角形内角和与平行线性质之间的关系，学生在证明“三角形内角和定理”时，也容易想到化归平行线的同旁内角或平角的思路。

二、把“在一个三角形中求角的问题”，化归成解方程（组）

例1．在△ABC中，

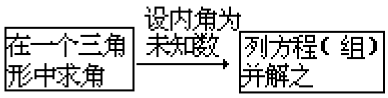
（1）∠A=98°、∠B=53°，求∠C；

（2）∠A=50°、∠B-∠C=10°，求∠B、∠C；

（3）∠A+∠B=100°，∠C=2∠A，求∠A、∠B、∠C；

（4）∠A∶∠B∶∠C=2∶3∶5，求∠A、∠B、∠C。

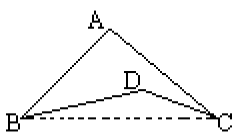
观察这些问题，都是在一个三角形中求角。若把所求内角作为未知数，将题设条件转化为代数方程,再加上∠A+∠B+∠C=180°这一个对每一题目都适合的方程，财无论题目怎样千变万化，只需解方程（组）就行了。化归框图为：



三、把“在复杂图形中求角的问题”，化归成在一个三角形中求角

例2．如图∠A=100°、∠ABD=30°、∠ACD=20°，求∠BDC。

未知角与已知角无直接关系，连接BC，构造得△ABC、△BCD。未知角与已知角分别放入此两个三角形中，则问题化归为两次在一个三角形中求角的问题。化归框图为：



根据这个化归思路，在某些复杂图形中求角问题，可以设法把原图形分解为几个三角形，从而在新构造的三角形中建立已知角与未知角的关系。如下图（1）中，在五角星形中求∠A+∠B+∠C+∠D+∠E，图（2）中求∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F 的度数，根据上述思路解题，十分简捷。

（邓新如）

三角形全等的判定 I 设计（一）

【教学目的】使学生掌握并初步学会应用三角形全等的判定 I —一边角边公理【教学重点和难点】

1．指导学生分析问题，寻找判定三角形全等的条件。

2．三角形全等证明的书写格式。

【教学过程】

一、复习提问

1．怎样的两个三角形是全等三角形？

2．全等三角形的性质？

3．指出图 A 中各对全等三角形的对应边和对应角，并说明通过怎样的变换能使它们完全重合：

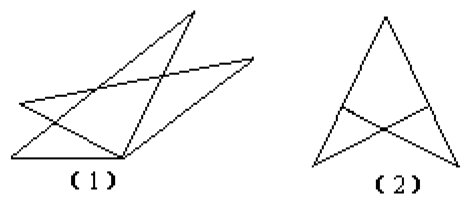


图 A

图（l）中：△ABD≌△ACE，AB 与 AC 是对应边；

图（2）中：△ABC≌△AED，AD 与 AC 是对应边。

二、新课

1．三角形全等的判定 I

（1）全等三角形具有“对应边相等、对应角相等”的性质。那么，怎样才能判定两个三角形全等呢？也就是说，具备什么条件的两个三角形能全等？是否需要已知“三条边相等和三个角对应相等”？现在我们用图形变换的方法研究下面的问题：

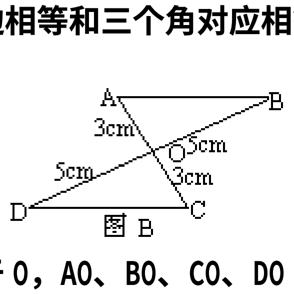


图 B

如图 B，AC、BD 相交于 O，AO、BO、CO、DO 的长度如图所标，△ABO 和△CDO 是否能完全重合呢？

不难看出，这两个三角形有三对元素是相等的：AO=CO，∠AOB=∠COD，

BO=DO。

如果把△OAB 绕着 O 点顺时针方向旋转，因为 OA=OC，所以可以使 OA 与 OC 重合；又因为∠AOB=∠COD，OB=OD，所以点 B 与点 D 重合，这样△ABO 与△CDO 就完全重合。

（附注：此外，还可以图 A（1）中的△ACE 绕着点 A 逆时针方向旋转∠CAB 的度数，也将与△ABD 重合。图 A（2）中的△ABC 绕着点 A 旋转，使 AB 与 AE 重合，再把△ADE 沿着 AE（AB）翻折正 180°。两个三角形也可重合）

由此，我们得到启发：判定两个三角形全等，不需要三条边对应相等和三个角对应相等。而且，从上面的例子可以引起我们猜想：如果两个三角形有两边和它们的夹角对应相等，那么这两个三角形全等。

2．上述猜想是否正确呢？不妨按上述条件画图并作如下的实验：

（1）读句画图：

①画∠DAE=45°，

②在 AD、AE 上分别取 B、C，使 AB=3．1㎝，AC=

2．8㎝。

③连结 BC，得△ABC。

④按上述画法再画一个△A′B′C′。

（2）把△A′B′C′剪下来放到△ABC 上，观察△A′B′C′与△ABC 是否能够完全重合？

3．边角边公理。

有两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等（简称“边角边”或“SAS”）。

二、三角形全等判定 I 的应用

31·填空：

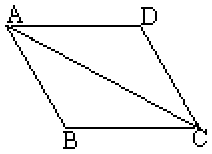


图 C

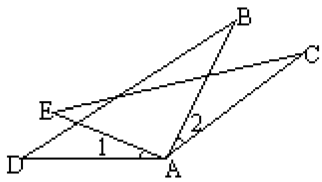


图 D

（1）如图 C，已知 AD∥BC，AD=CB，要用边角边公理证明△ABC≌△CDA，需要三个条件，这三个条件中，已具有两个条件，一是 AD=CB（已知），二是（　　）=（　　）；还需要一个条件（　　）=（　　）

（这个条件可以证得吗？）。

（2）如图 D，已知 AB=AC，∠1=上 2，要用边角边么理证明△ABD≌△ACE，需要满足的三个条件中，已具有两个条件：（　　）=（　　），（　　）=（　　）（这个条件可以证得吗？）。

2．例题

例 1 已知：AD∥BC，AD=CB（图 C）。

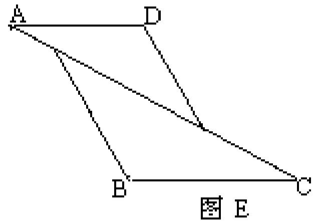


图 E

求证：△ADC≌△CBA。

问题：如果把图 C 中的△ADC 沿着 CA 方向平移到△ADF 的位置（如图 E），那么要证明△ADF≌△CEB，除了 AD∥BC、AD=CB 的条件外，还需要一个什么条件（AF=CE 或 AE=CF）？怎样证明呢？

例 2 已知：AB=AC、AD=AE、∠1=∠2（图 D）。求证：△ABD≌△ACE。

三、小结

1．根据边角边公理判定两个三角形全等，要找出两边及夹角对应相等的三个条件。

2．找使结论成立所需条件，要充分利用已知条件（包括给出图形中的隐含条件，如公共边、公共角等），并要善于运用学过的定义、公理、定理。

3．证明的书写格式：

（1）通过证明，先把题设中的间接条件转化成为可以直接用于判定三角形全等的条件；

（2）再写出在哪两个三角形中：具备按边角边的顺序写出可以直接用于判定全等的三个条件，并用括号把它们括起来；

（3）最后写出判定这两个三角形全等的结论。

四、练习

1．已知：AB=AD，AC 平分∠BAD。求证：△ABC≌△ADC。

2．已知：AB=AC，AE=AF。求证：△ABE≌△ACF。

3．已知：点 E、F 在 BC 上，BE=CF，AB=CD，∠B=∠C。求证：△ABF≌△DCE。

五、作业

1．已知：AB=AC，F、E 分别是 AB、AC 的中点。求证：△ABE≌△ACF。

2．已知：点 A、F、E、C 在同一条直线上，AF=CE，BE∥DF，BE=DF。求证：△ABE≌△CDF。

3．已知：点，A、B、C、D 在同一条直线上，AC=DB，AE=DF，EA⊥AD，FD⊥AD，垂足分别是 A、D。求证：△EAB≌△FDC。

4．已知：B、D、E、C 在一直线上，AB=AC，AD=AE，∠BAE=∠CAD。求证：△ABD≌△ACE。

三角形全等的判定 I 教案设计（二）

【教学目的】

1．使学生熟练掌握三角形全等的判定 I。

2．使学生会用三角形全等的判定 I，证明三角形全等、线段相等、角相等或两直线平行等。

【教学重点和难点】

1．培养学生分析问题的能力。

2．训练识图技能

【教学过程】

一、复习提问

判断下列各组三角形是否全等：

1．腰和顶角对应相等的两个等腰三角形；

2．两条直角边分别相等的两个直角三角形；

3．等腰三角形的顶角平分线把这个等腰三角形分成的两个三角形；

4．三角形一边上的中线把这个三角形分成的两个三角形；

5．有两边和一角分别相等的两个三角形。

（说明：第 1、2、3 小题利用特殊三角形的性质，间接的给出两个三角形全等的条件；第 4、5 小题则通过辨析提醒学生注意：判定两个三角形全等必须要有三个条件以及边角边“对应相等”的顺序。）

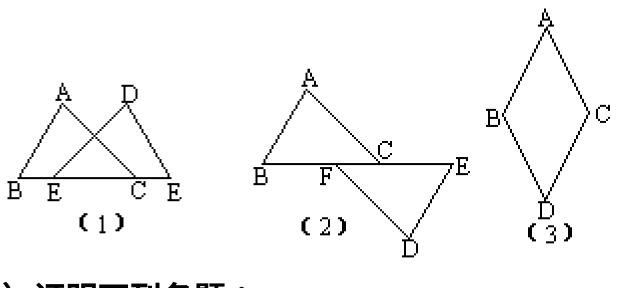
二、例题

例 1　两端 A、B 的距离无法直接量出。现在用这样的办法间接地测量 A、B 的距离：在平地上取一点 C（可直接到达 A 和 B 的点 C），连结 AC 并延长至 D，使 CD=CA。连接 BC 并延长到 E，使 CE=CB。连接 DE 并量出 DE 的长，就是 AB 的距离。你能用我们已经学过的知识说明 DE 的长就是 AB 的距离吗？

教师评讲：

例 1 启发我们，要证明分别属于两个三角形的线段相等或者角相等，往往可通过两个三角形全等来解决。

例 2（1）观察图的一组图形，试指出图（1）通过怎样的变换得图 B（2）、



（3）；

（2）证明下列各题：

①如图（1），已知：AB=DE，BF=EC，∠B=∠E。求证：∠ACB=∠DFE。

②如图（2），已知：AB∥DE，AB=DE，BF=EC。求证 AC∥DF。

③如图（3），已知 AB∥DC，AB=DC。求证：AC∥DB，AC=DB。

（说明：此题用图形变换的方法，设计了三个不同难度的题目。从判定三角形全等的条件看；第（1）题有两个直接条件，一个间接条件；第（2）题只有一个直接条件，有两个间接条件；第（3）题需要添辅助线 BC（或 AD），然后判定△ABC≌△DCB，这样由易到难，便于学生“逐级提高”，从而掌握

应用三角形全等判定Ⅰ证明的方法。）

从论证的结论看：第（1）题先证三角形全等，再证对应角相等。第（2）、（3）题则需由“角相等”再递进到证明“线平行”。

例3（l）已知：AB=AE，AC=AD，只要再找出∠______=∠______或∠______=∠______，就可证得△______≌△______。

（2）在△ABC和△DEF。如果AB=DE，BC=EF，只要再找出∠______=∠______或______=__，就可证得这两个三角形全等。

（此题要求学生构造让三角形金等的直接或间接条件，这比教师指导下分析问题的要求进了一步。有利于向学生为主的分析过渡。）

三、小结

1．“两边及夹角”不能错记成“两边和一角”。有两边和一角对应相等的两个三角形不一定全等。在△ABC、△A′B′C′中，虽然AB=A′B′，∠B=∠B′，AC=A′C′，但这两个三角形不全等。

2．通过证明两个三角形全等，常可以进而证明线段相等或角相等或“直线平行”等结论。

四、作业

1．判断下列结论是否正确：

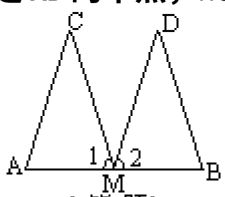
（1）在△ABC与△A′B′C′，AB=A′B′，∠B=∠B′，AC=A′C′，那么△ABC≌△A′B′C′；

（2）△ABC与△A′B′C′中，AB=A′B′，∠B=∠B′，BC=B′C′。那么△ABC≌△A′B′C′；

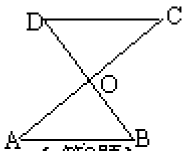
（3）在△ABC与△DEF中，AB=DE，AC=DF，∠A=∠D，那么△ABC≌△DEF；

（4）在△ABC与△DEF中，CB=FE，AC=DF，∠A=∠D，那么△ABC≌△DEF。

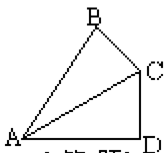
2．已知M是AB的中点，MC=MD，∠1=∠2。求证：AC=BD。



（第2题）



（第3题）



（第4题）

3．已知：AC和BD相交于点O，OA=OC，OB=OD。求证：DC∥AB。

4．已知：如图，AC平分∠BAD，AB=AD。求证：CA是∠BCD的平分线。

5．（1）根据下面语句画图并填写空格：

画线段AB；画线段AB的垂直平分线MN，MN与AB相交于点D，在MN上取一点P，连结PA、PB，度量PA、PB的长度后，你得出什么结论：______。

（2）根据画出的图形及你得出的结论，写出“已知”、“求证”，并加以证明。

（杨裕前杨秋萍）

三角形全等的判定II案设计（一）

【教学目的】

1．使学生掌握三角形全等的判定II（角边角公理）及其推论（角角边定理）。

2．使学生会用角边角公理和角角边定理证明线段相等或角相等。

【教学重点和难点】

1．培养学生分析的习惯和分析问题的能力。

2．综合应用三角形金等的判定Ⅰ、II。

【教学过程】

一、复习提问

三角形全等的判定依据？

二、新课

1．角边角的公理

如图A，一块三角形玻璃裂成了两块，配制原来形状的三角形，只需要用第II块就可以了。想一想：

（1）用第II块怎样配制与原来的三角形全等的三角形？

（2）做出来的三角形与原来的三角形有哪些元素相同？

（3）用第Ⅰ块能配制原来形状的三角形吗？为什么？

上述配制三角形玻璃的方法，使我们产生了一个想法：只要有两角一夹边对应相等，这两个三角形全等。下面我们来检验这个想法。

读句画图：

（1）画线段BC=2·5㎝。

（2）在BC的同旁分别以B、C为顶点画△CBD=30°，∠BCE=45°，BD和CE相交于A，得△ABC。

按照上面的条件，用同样的方法再画一个△A′B′C′，并把△A′B′C′剪下来放到△ABC上，可以发现△A′B′C′与△ABC能够完全重合，我们把这个事实作为公理——角边角公理。

2．角边角公理的推论（角角边定理）

（1）在下列推理中填写需要补充的条件，使结论成立：

如图B，在△AOC和△BOD中，

①$\begin{cases} OA = OB\text{（已知）}, \\ \angle\underline{\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad} \\ \underline{\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad}\text{（已知）}, \end{cases}$

∴△AOC≌△BOD（SAS）。

②$\begin{cases} \angle\underline{\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad}\text{（ ）}, \\ OA = OB\text{（ ）}, \\ \angle\underline{\qquad\qquad} = \angle\underline{\qquad\qquad}\text{（ ）} \end{cases}$

∴△AOC≌△BOD（ASA）。

（2）如图 B，在△AOC 和△BOD 中，已知 OA=OB、∠C=∠D：

①能不能直接用 ASA 公理证明△AOC≌△BOD？

②如果要用 ASA 公理，还缺少什么条件？

③这个条件能不能由已知条件推出？

从以上情况，我们可以得到角边角公理的推论——角角边定理：

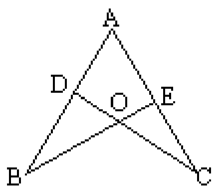
有两角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等（即“角角边”定理）

3．例题

例 1（1）已知 AC∥BD，AC=BD，用两种方法证明△AOC≌△BOD。

（2）连接 AD、BC，还可以证明哪几对三角形全等？

例 2 已知：如图，点 D 在 AB 上，点 E 在 AC 上，BE 和 CD 相交于 O，AB=AC，∠B=∠C。求证：BD=CE。



分析

BD=CE

⇑

△BOD≌△COE 或 AB=AC（已知）

⇑

∠B=∠C（已知）　BO=CO（?）　∠BOD=∠COE

AD=AE

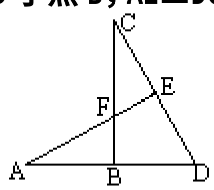
⇑

△ABE≌△ACD

⇑

∠B=∠C（已知）　AB=AC（已知）　∠A=∠A（公共角）

例 3 已知，如图 D，CB⊥AD 于点 B，AE⊥DC 于 E，且 AB=BC。求证：BF=BD。



BF=BD

⇑

△ABF≌△CBS

⇑

∠AFB=∠D (或)∠A=∠C　　∠ABF=∠CBD　　AB=CB (已知)

⇑

∠AFB=∠CFE (对顶角相等)　　∠ABF=∠CEF

⇑

CB⊥AD (已知)　　AE⊥CD (已知)

三、小结

1．两个三角形全等的判定依据有：全等三角形定义，SAS 公理，ASA 公理及 AAS 定理。

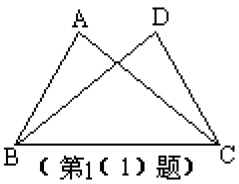
2．与“SAS”公理一样，用“ASA”公理及其推论“AAS”判定两个三角形全等时，要十分注意边和角的“对应相等”（而不是“分别相等”），即注意两个三角形中相等的边和角必须有相同的顺序。如图 E，在△ABC 的边 AB 上截取 AD=BC，过 D 作 DE∥BC，交 AC 于 E，于是得∠1=∠B。

在△ABC 与△ADE 中，虽然∠A=∠A，∠l=∠B，AD=BC，但△ABC 与△ADE 不全等。

3．“分析法”是我们思考问题的一种重要方法，也是证明三角形全等的常用方法。“分析法”的特点是：从需要证明的结论出发，逆推出要使结论成立所需要的条件，再把这样的“条件”看作“结论”，一步一步逆推，直至归结为已知条件。这种“由未知（结论）想须知”的逆向推理，称为分析法。与分析法相反“由已知想可知”的顺向推理称为综合法。

四、作业

1．完成下列分析：



（第1（1）题）

（1）已知：如图，∠ABC=∠DCB，∠ACB=∠DBC。

求证：AC=DB。

分析：

AC=DB

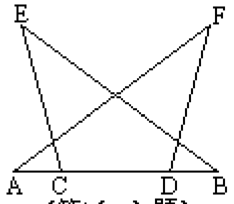
⇑

△ABC≌______

⇑

∠ABC=______ (　　)　　BC=______ (　　)　　∠ACB=∠______ (　　)

（2）已知：如图，AC=DB，∠ECB=∠FDA，∠FAD=∠EBC。



(第1(2)题)

求证：EB=FA。

分析：

EB=FA

⇑

△_____≌△_____

⇑

∠___=∠___　∠___=∠___　AD=___

(　　)　　　(　　)　　　⇑

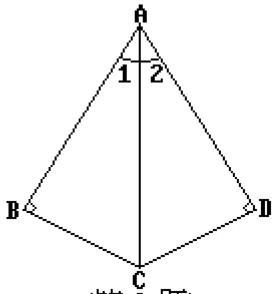
AC+___=BD+___

⇑

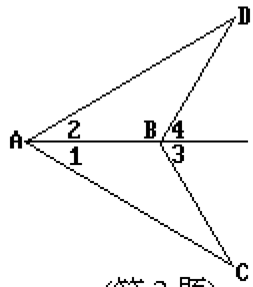
AC=BD

(　　)

2．已知：AB⊥BC，AD⊥DC 垂足分别为 B、D，∠l=∠2。求证：AB=AD。



(第2题)

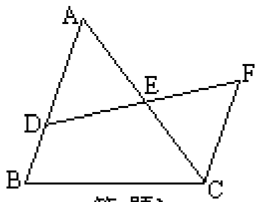


(第3题)

3．已知：∠l=∠2，∠3=∠4。求证：AC=AD。

4．已知：点 B、F、C、E 在同一条直线上，FB=CE，AB∥DE，AC∥DF。求证：AB=DE，AC=DF。

5．已知：如图，D 是△ABC 的边 AB 上一点，DF 交 AC 于点 E，DE=EF，FC∥AB。求证；AE=CE



(第5题)

三角形全等的判定 II 案设计（二）

【教学目的】

1．使学生熟练地运用三角形全等的判定 I 、II 及推论。

2．使学生会根据文字命题准确地画出图形，并会把文字命题翻译成符号语言。

【教学重点和难点】

1．分析文字命题的假设和结论，并用符号语言写出已知、求证。

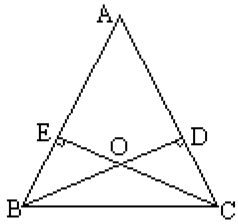
2．分析问题能力的培养。

【教学过程】

一、复习练习

已知：如图 A 中，AB=AC，BD⊥AC 于 D，CE⊥AB 于 E。

求证：BD=CE



二、新课

1．引入新课

（1）用文字语句把上述论证概括为一个命题：______。

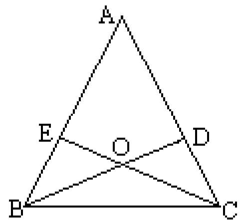
（2）如图 A，根据命题“等腰三角形两腰上高的交点到底边的两端距离相等”，写出“已知”、“求证”。

（说明：第（1）题是“结合图形的符号语言——文字语言”的翻译，第（2）题是“文字语言——结合图形的符号语言”的翻译。这两种翻译是互逆翻译，有利于学生克服文字命题论证的困难。）

2．例题

例 1 求证：等腰三角形两腰上中线的交点到底边的两端距离相等。

（1）按题意画出图形（如图 B）。



（2）分清命题的题设和结论，结合图形用符号语言在“已知”一项中写出题设，在“求证”一项中写出结论：

已知：△ABC 中，AB=AC，BD、CE 分别是 AC、AB 边上的中线，BD、CE 相交于点 O。求证：OB=OC。

（3）分析：

$$OB=OC$$
$$\Uparrow$$
$$\triangle OEB \cong \triangle ODC$$
$$\Uparrow$$
$$\angle EOB=\angle DOC \quad \angle OEB=\angle ODC \quad BE=DC$$

或

∠EBO=∠DCO

⇑

△ABD≌△ACE

⇑

AB=AC　∠A=∠A　AE=AD

（　　）（公共角）　⇑

AB=AC　$AE=\frac{1}{2}AB$　$AD=\frac{1}{2}AC$

（已知）　（已知）　（已知）

（说明：本例前进行的语言翻译训练，有助于学生较顺利地写出本例中的“已知”、“求证”。但是，本例中设计了利用两次三角形全等证明，进一步训练分析能力。在后续等腰三角形性质的教学中，本例又可以由∠ABC=∠ACB，证得△DBC≌△ECB（SAS），再由∠DBC=∠ECB 证得 OB=OC，从而作为“简化”思维的训练题。

例 2 求证：全等三角形对应角的平分线相等。

例 3 求证：等腰三角形两个底角相等。

（1）实验：在一张白纸上画一个等腰三角形，并把它剪下来，把两腰叠在一起。

（2）观察两底是否相等？

（3）分析：要证明等腰三角形的两个底角相等。就要使它们成为两个全等三角形的对应角。从上面的实验可以看出：那条折痕把等腰三角形分成的两个三角形是全等的。

（4）思考：折痕应该怎样画出来？

（说明：设计本例，可以让学生进一步熟悉文字题的解题步骤。本例的实验，为添置辅助线创设情景，而且实质上已提出并证明了后续“等腰三角形的性质”。此外，“边边边”判定三角形全等，如果作为定理（而不是公理），那么为这个定理的证明也作好了铺垫。）

三、小结

解文字题的一般步骤：

1．根据题意画出图形。

2．根据图形用符号语言写出“已知”和“求证”。

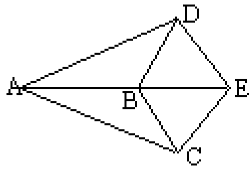
3．证明。

四、作业

1．求证：有两个角及其中一个角的平分线对应相等的两个三角形全等。

2．求证：全等三角形对应边上的高相等。

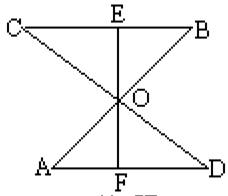
3．已知：如图，AE 为∠DAC 的平分线，B 为 AE 上的一点。∠DBE=∠CBE。



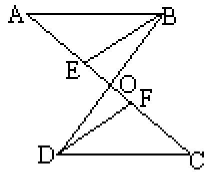
求证：CE=DE。

4．已知：如图，AB、CD 互相平分于点 O，过点 O 作直线交 AD、BC 于点 F、E。

求证：OE=OF。



（第4题）



（第5题）

5．已知；如图，AB∥CD，AB=CD，BE∥DF。

求证：BE=DF。

（杨裕前杨秋萍）

三角形全等的判定III教案设计

【教学目的】

1．使学生了解三角形的稳定性及其在实际中的应用。

2．使学生掌握并能正确应用三角形全等的判定III。

【教学重点和难点】

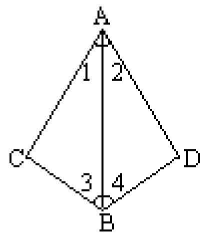
1．边边边定理的证明。

2．三角形全等的判定 I 、II、III及推论的综合应用。

【教学过程】

一、复习提问

如图 A，要判定△ABC 和△ABD 全等。已经具备的条件是______，在下列横线上，写出还需要的两个条件，并在括号内写出由这三个条件判定两个三角形全等的依据（共有六种不同的填法）；



1．AC=AD，∠2=∠1（SAS）；

2．______，______，（　　）；

3．______，______，（　　）；

4．______，______，（　　）；

5．______，______，（　　）；

6．______，______，（　　）。

（说明：这是结合全等三角形判定的几种方法，对分析能力的又一次渗透，本题对分析过程中的发散思维的要求又进了一步。同时又对全等三角形判定的几种方法进行了比较和辨析。）

二、新课

1．引入新课

两个三角形中有三对元素对应相等的可能情况有：

(1) 有且只有一条边对应相等 $\begin{cases}\text{角边角，}\\ \text{角角边；}\end{cases}$

(2) 有且只有两条边对应相等 $\begin{cases}\text{边角边，}\\ \text{边边角；}\end{cases}$

(3) 有三条边对应相等——边边边；

(4) 有三个角对应相等——角角角。

在这六种情况中，我们学过的全等三角形的判定定理有：

(1) 边角边；

(2) 角边角；

(3) 角角边，并且我们曾经用画反例说明了“有两边和一角对应相等的两个三角形全等（边边角）”是假命题。现在我们来研究：

(1) 有三个角对应相等的两个三角形全等吗？

(2) 有三边对应相等的两个三角形全等吗？

2．我们用“两块形状相同，但大小不同的直角三角板，它们的三个角对应相等，但这两块三角尺叠合起来不重合。

这个反例说明“有三个角对应相等的三角形全等”是假命题。

3．边边边公理

研究“有三条边对应相等的三角形是否全等？”，同学们自然会想到，用根据已知条件画两个三角形，并用这两个三角形叠合的事实来说明命题的真假性。我们用已学过的全等三角形的判定方法论证“有三边对应相等的两个三角形全等”是真命题。

如图 B。

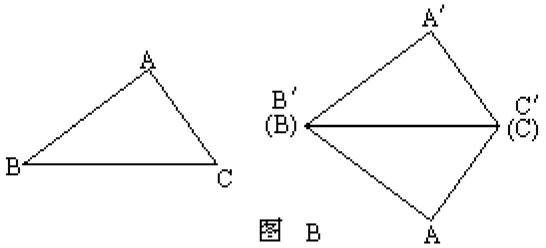


图 B

已知△ABC 和△A′B′C′中，AB=A′B′，BC=B′C′，AC=A′C′。

求证：△ABC≌△A′B′C′

分析：应用已学过的“边角边”公理推证△ABC≌△A′B′C’，那么还要找一个角相等的条件。为了使两个三角形之间建立联系，于是我们设法把两个三角形拼合在一起。因为 BC=B′C′，所以可以使 BC 与 B′C′重合，并且把 A 和 A′放在 BC 的两旁，连结 AA′就得到了两个等腰三角形，再应用上节课例 3 的结论，就可得到∠BAC=∠B′A′C′，从而可证得△ABC≌A′B′C′。

（说明：这里把“边边边”判定三角形全等的方法改为定理，其原因是前面已为“证明”作了铺垫；二是上述证明过程本身就是判定三角形全等的一次应用，又能让学生体会研究几何图形性质的一种方法——图形拼合的方法。）

4．三角形的稳定性

（1）用教具（取三根长度适当的木条，用铆钉把它们钉成一个三角形框架和四根木条钉成的框架）进行演示：

三角形的三条边的长度固定后，三角形的形状大小也固定了；四根木条钉成的框架，形状大小不能固定。

（2）试用你学过的知识解释上述现象。

（3）三角形的稳定性。

（4）试举例说明三角形的稳定性在生产和生活中的应用。

5．例题

例 1 已知：A、C、D、F 四点在同一条直线上，AB=DE，BC=EF，AF=DC。

求证：AB∥DE。

例 2 把图 C（1）分别变换成图 C（2）、（3）后，上述“证明”的过程有否变化？有什么变化？

（说明：以上两例中设计了一组变化图形而基本保持论证方法不变的练习，这也是思维训练的一种方法，它有助于熟悉基本定理的应用，掌握常用的方法。同时，由于图形的变化而引起论证中的局部变化，如 AF=DC 的应用，这也有利于提高思维的严密性和一定的灵活性。）

例 3 已知：AB=CD，AD=BC，AE=CF。

求证：BE=DF。

（说明：本例（1）是从复杂图形中识别简单图形的练习。这种训练有助于提高学生正确、灵活的识图能力。本例（2）采用只给条件而不给结论的形式，要求学生探索尽可能多的结论，有助于提高学生的独立思考能力和思维素质。）

三、小结

判定两个三角形全等的方法（除了根据定义判定外）有 SAS、ASA、AAS、SSS 四种。在每种判定方法中需要有三对元素对应相等的条件，并且其中至少有一对元素是边。

四、作业

1．已知：点 A、C、B、D 在同一条直线上，AC=BD，AM=CN，BM=DN。求证 AM∥CN，BM∥DN。

2．已知：AB=AC，EB=EC，AE 的延长线交 BC 于 D。求证：BD=CD。

3．已知：△ABC 和△DBC 的顶点 A 和 D 在 BC 的同旁，AB=DC，AC=DB，AC 和 DB 相交于点 O。求证：OA=OD。

4．已知：AB=AC，DB=DC，E 是 AD 的延长线上一点。求证：BE=CE。

三角形全等判定的应用教案设计

【教学目的】

1．使学生较熟练地掌握三角形全等的判定。

2．使学生能综合应用学过的三角形全等的判定方法，培养分析问题和解决问题的能力。

3．使学生初步学会添置辅助线证明两个三角形全等。

【教学重点和难点】

1．三角形全等判定方法的综合应用。

2．准确地添加辅助线。

【教学过程】

一、复习提问

1．三角形全等的判定方法有哪几种？

2．下列说法正确吗？

（l）三角形全等条件中，至少需要一对边对应相等；（2）三角形全等条件中，至少需要一对角对应相等。

3．通过上题的辨析，你认为判定两个三角形全等时，首先应寻找的条件是什么？

4．如果两个三角形已有两对边对应相等的条件，那么判定它们全等的第三个条件可以怎样考虑？

二、例题

例 1 判断下列各组三角形是否全等？

（1）腰长相等，且有一个角是 20°的两个等腰三角形；

（2）腰长相等且有一个角是 100°的两个等腰三角形；

（3）两个锐角相等的直角三角形；

（4）两条直角边相等的两个直角三角形。

（说明：为区分全等三角形的几种判定方法，本例编排了一组既有联系，又易于发生混淆的问题，有利于学生在掌握单一知识的基础上掌握类同的知识。）

例 2　已知：AB=AE，AC=AD，AC⊥AD，AB⊥AE。

（1）求证：△ABC≌△AED。

下面的“证明”是否正确，如有错误加以改正：

证明：∵AC⊥AD，AB⊥AE（已知）

∴∠CAD=90°，∠BAE=90°（垂直的定义）。

∴∠CAD=∠BAE（等量代换）。

在△ABC 与△AED 中：

AB=AE（已知），

∠CAD=∠BAE（已证），

AC=AD（已知），

∴△ABC≌△AED（SAS）。

（2）求证：BC⊥BE。

（说明：本例（1）中，设计了学生几何学习中思维不慎密的一种常见毛病，通过辨析，使这类错误可以得到及时纠正、克服。设计本例（2）是为了渗透图形变换的思想方法：△ABC 绕着 A 点旋转 90°，即可与△AED 重合，所以 BC 也同时绕着 A 点旋转 90°与 AE 重合，故 BC⊥ED。）

例 3　已知：AB∥CD，AD∥BC。AC，BD 相交于点 O。

（1）若要证明 OA=OC，OB=OD，就要证明哪一对三角形全等？而要证明这对三角形全等，又应先证明另外哪一对三角形全等？

例 4 已知：AD=BC，AB=CD。

求证：AD∥BC，AB∥CD。

（说明：例 3 设计了两个层次：第一层次是对发散思维的又一次渗透；第二层次

要求学生在探索尽可能多的结论的基础上，独立分析这些结论导出的先后和层次。事实上通过例 3 的研究，准确的添置辅助线解例 4 也就“水到渠成”。同时也是“把研究四边形的问题转化为研究三角形的问题”。这种“问题转化”的思想方法的早渗透，为后续四边形学习作好准备。）

例 5 已知：AD、BC 相交于点 O，过点 O 的直线分别交 AC、BD 于点 E、F，且△AOE≌△BOF。

求证：△COE≌△DOF。

（说明：本例以“三角形全等”的形式给出条件，并不常见。题设中没有给出与结论直接有关的条件。本题对分析能力的要求较高，它有助于提高学生掌握“要什么找什么”的分析能力。）

三、小结

1．对于较复杂问题，常常需要一方面从已知的条件入手，想“可知”的结论；另一方面从要证明的结论出发，想“需知”的条件，当“可知”与“需知”一致时，证题的途径就沟通了。

2．要证明线段或角相等，常常先证三角形全等。当图形中找不到这些线段或角所在的三角形时，应考虑添置适当的辅助线，构造出以这些线段或角为元素的三角形，再设法证明这样的三角形全等。

四、作业

1．已知：A、F、C、D 在一条直线上，AB=DE，BC=EF，AF=CD。求证：BF=CE。

2．已知：AB=AE，∠B=∠E，BC=ED，F 是 CD 的中点求证：AF⊥CD。

3．求证：如果两个三角形的两条边和其中一边上的中线对应相等，那么这两个三角形全等。

4．求证：全等三角形对应边上的中线相等。

5．求证：如果延长△ABC 的中线 AD 至 A′，使 DA′=AD，那么 A′C=AB。

（杨裕前杨秋萍）

直角三角形全等的判定教案设计

【教学目的】

1.使学生能熟练地应用判定一般三角形全等的方法判定两个直角三角形全等。

2．使学生掌握斜边、直角边公理及其应用。

【教学重点和难点】

斜边、直角边公理的应用。

【教学过程】

一、复习提问

1．三角形全等的判定方法有哪几种？

2．三角形按角的分类？

二、新课

1．引入新课

前面我们学习了判定两个三角形全等的四种方法——SAS，ASA，AAS，SSS；我们也知道，“有两边和其中一边的对角对应相等的两个三角形不一定全等”。这些结论适用于所有的各类三角形。

我们在三角形分类时，还学过了一些特殊三角形（如直角三角形）。特殊三角形全等的判定是否会有一般三角形不适用的特殊方法呢？

我们知道：斜边和一对锐角相等的两个直角三角形，可以根据“AAS”判定它们全等；一对直角边和一对锐角相等的两个直角三角形，可以根据“ASA”或“AAS”判定它们全等；两对直角边相等的两个直角三角形，可以根据“SAS”判定它们全等。

如果两个直角三角形的斜边和一对直角边相等（边边角），这两个三角形是否可能全等呢？

（1），在△ABC 与△A′B′C′中，若 AB=A′B′，AC=A′C′，∠C=∠C′=Rt∠，这时 Rt△ABC 与 Rt△A′B′C′是否全等？

研究这个问题，我们先做一个实验：

把 Rt△ABC 与 Rt△A′B′C′拼合在一起（教师演示）如图 A（2），因为∠ACB=∠A′C′B′=Rt∠，所以 B、C（C′）、B′三点在一条直线上，因此，△ABB′是一个等腰三角形，于是根据“三角形全等的判定 II（二）”例 3，可以知道∠B=∠B′。根据 AAS 公理可知 Rt△A′B′C′≌RtABC。

下面，我们再用画图的方法来验证：

画一个 Rt△ABC，使∠C=90°，直角边 AC 的长为 2㎝，斜边 AB 的长为 3㎝。

（l）分析：画 Rt△ABC 的关键在于根据条件先后确定三个顶点的位置。因为已知∠C=90°，所以画出一个 Rt∠MCN 就确定了点 C，又因为 AC 的长为 2㎝，所以只要用刻度尺在射线 CN 上量得 CA=2㎝，A 的位置也可以确定。怎样确定点 B 呢？根据条件斜边 AB 的长为 3㎝，把刻度尺的零点与点 A 重合，转动刻度尺，使“3㎝”的标线刚好落在射线 CM 上，那么就可以确定点 B 的位置。在几何里，我们常常用工具——圆规来代替刻度尺，寻找点 B 更方便、更准确。

（2）按照下面的画法画三角形：

①画∠MCN=90°，

②在射线 CN 上取 CA=2㎝，

③以 A 为圆心，3㎝ 为半径画弧，交射线 CM 于点 B，

④连结 AB（图 B）。

（3）把△ABC 剪下，两位同学比较一下，看看两人剪下的 Rt△是否可以重合。

2．上面的实验和操作，说明“斜边和直角边对应相等的两个直角三角形全等”。

这就是判定直角三角形的“斜边、直角边”公理（简称 HL）。

（说明：上述实验，实质上证明了 HL

定理，因此，画图的操作活动可以作为课前预习的要求。）

3．例题

例 1 具有下列条件的 Rt

△ABC 与 Rt△A′B′C′（其中∠C=∠C′=Rt∠）是否全等？如果全等，在（　　）里填写理由；如果不全等，在（　　）里打“×”：

（1）AC=A′C′，∠A=∠A′………………………………（　　）

（2）AC=A′C′，BC=B′C′……………………………………（　　）

（3）∠A=A′，∠B=B′……………………………………………（　　）

（4）AB=A′B′，∠B=B′………………………………………（　　）

（5）AC=A′C′，AB=A′B′……………………………（　　）

例 2　已知∠ACB=∠BDA=Rt∠，若要使△ACB≌BDA，还需要什么条件？把它们分别写出来（有几种不同的方法就写几种）：

（说明：设计本例要求学生执果索因，缺什么，找什么，这既可帮助学生熟悉基本定理，又是一种逆向思维的训练。）

例 3　已知：在△ABC 和△A′B′C′中，CD、C′D′分别是高，并且 AC=A′C′，CD=C′D′，∠ACB=∠A′C′B′。求证：△ABC≌△A′B′C′。

完成下列分析：

例 4 已知：AC∥DF，AC＝DF，BE＝CF，∠B＝Rt∠。

求证：△DEF 是 Rt△。

（说明：本题用三角形全等来判定一个三角形是直角三角形。它有助于

提高思维的灵活性）

三、小结

由于直角三角形是特殊三角形，因而不仅可以应用判定一般三角形全等的四种方法，还可以应用“斜边、直角边”公理判定两个直角三角形全等。“HL”只能用于判定直角三角形全等，不能用于判定一般三角形全等。所以判定两个直角三角形全等的方法有五种：“SAS、ASA”、“AAS”、“SSS”、“HL”。

四、作业

1．已知：CE⊥AB，DF⊥AB，垂足分别为 E、F。AC∥DB，且 AC=BD。求证：CE=DF。

2．已知：△ABC 是等腰三角形。AB=AC，AD 是高。求证：（1）BD=DC；（2）∠BAD=∠CAD。

3．已知：AB⊥AC，AC⊥DC，AD=BC。求证：（1）AB=CD；（2）AD∥CB。

4．已知：PC⊥AO，PD⊥BO，且 PC=PD。求证：点 P 在∠AOB 的平分线上。

5．△ABC 的高 BD、CE 相交于点 O，若 OD=OE，AO 的延长线交 BC 于点 M，

要证明这几对直角三角形全等，可根据“ ”首先证明 Rt△______≌Rt△______，或根据“ ”证明 Rt△______≌Rt△______。

（杨裕前杨秋萍）

直角三角形全等的判定录像教案设计与评点

【教学目标】

1．认知目标：

（1）能说出“斜边、直角边公理”。

（2）能分清“HL 公理”的题设与结论，说清证明直角三角形全等的思路。

（3）会用“HL 公理”证明两个直角三角形全等。

2．智能目标：

通过“HL 公理”的得出与对“直角三角形全等判定方法”的总结，提高观察与分析，归纳与概括的能力。

3．情感目标：

通过对一般三角形与直角三角形全等判定方法的比较，初步感受普遍性与特殊性之间的辩证关系。

【重点难点】“斜边、直角边公理”及其应用

【教学方法】“探究发现法”与“讲练结合法”

【教具仪器】投影仪、圆规、三角尺、剪刀、纸质等腰三角形

【教学过程】

一、提出问题，创设情景

1．复习诊断

各位同学，在前面我们学习了一般三角形全等的判定，不知大家是否还清楚，现在请各自诊断一下：

出示投影（一）：（说明：方框内均为投影内容）

（一）复习诊断题

（l）说出判定一般三角形全等的依据，并说出它们的共同点。

（2）判断：

a．有两角和一边对应相等的两个三角形全等。（　　）

b．有两边及其夹角对应相等的两个三角形全等。（　　）

C．有两边和其中一边的对角对应相等的两个三角形全等。（　　）

学生完成复习诊断题后，教师边提问边用符号写出判定三角形全等的依据。

2．提出问题

如果命题“c”里的“其中一边的对角”是直角，那么这样的两个三角形是否全等呢？

〔评点1〕直角三角形全等的判定，是紧接在一般三角形全等的判定以后的内容。教师先安排一组复习诊断题，让学生练习，既起了诊断评价的作用，又为导入新课、创设思维情景奠定了基础。然后把命题“c”特殊化，即变成了有关两个直角三角形的命题c′，让学生猜测、判断“c′”的真假，出现两种截然不同的答案，引起学生迫切希望知道命题c′究竟是真命题，还是假命题，造成悬念，产生强烈的学习动机，极大地调动了学生的积极性。

二、引导探究，得出结论

1．教师演示提问，学生观察回答：

同学们看，我这里有一个等腰三角形ABB′，AB=AB′AC是BB′边上的高，现在我沿着高AC剪开，请回答：

（1）得到的是两个什么三角形？

（2）这两个三角形有什么元素相等？

现在我把两个Rt△按对应边叠放在一起，大家看出现了什么情况？这说明了什么呢？

2．讨论归纳，得出结论

同学们讨论归纳一下：如果把条件和结论联系在一起，如何用语言表达，看谁能说得既简捷又清楚。

（学生表达后，给予评价并板书）

有斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等。

3．动手操作，验证结论。

是不是任意两个“有斜边和一条直角边对应相等”的直角三角形都全等呢？

下面请大家亲自动手验证一下，请看教科书P48例1，按书上的画法各

画一个 Rt△，然后把它们剪下来与同桌的比较，看是否完全重合。

（学生看书操作、教师巡回辅导）

4．肯定结论，揭示课题

这个命题，是我们通过动手操作，从实践中观察总结出来的，并验证是一个真命题，所以它是一个公理，简记为“斜边、直角边公理”，用它可以判定两个直角三角形全等，这就是本节课我们要学习的重点内容——3．8 直角三角形全等的判定（板书课题）。

〔评点 2〕教师先通过直观模型的剪、叠，让学生观察、概括，初步得出结论，这样既自然、贴切地得出本节课的主要内容“HL 公理”，又使学生的观察、概括能力得到发展。然后让学生看书、画图、剪纸、叠合，动手操作，参与公理的验证过程，这样既进一步强化了学生对公理的认识，又激发了学生的学习兴趣，提高了学生学习的主动性，还培养了学生的能力。

三、展示目标，指导达标

这节课我们要达到哪些目标呢？请同学看投影。

（二）学习目标

略（内容同“教学目标”）

（在学生认定目标时，说明“HL”的来历，随机渗透英语词语）

1．学生读记公理，达成目标（1）。

2．引导分析归纳，达成目标（2）。

理解公理实质，明确注意事项。

（结合公理的句子成份和关键字词进行分析，有意应用语文知识理解数学知识）

注意：

（1）“HL 公理”是仅适用于 Rt△的一种特殊方法。

（2）应用“HL 公理”时虽只有两个条件，但必须先有两个 Rt△。

(3) 书写格式应为∶在 Rt△和 Rt△中，______=______，______=______，∴Rt△______≌Rt△______（HL）。

〔评点 3〕教师对“HL”的说明，简单几句话，既说明了“HL”的来历，又激发了学生学习英语的兴趣。教师引导学生分析“HL 公理”的句子成份，着意渗透语文知识，既加深了学生对公理的理解，又巩固了学生的汉语语法知识，不失为语文和数学相互渗透的一个典型案例。

分析、判断、归纳，明确证明思路。

出示投影：（学生判断后，再引导归纳 Rt△全等的证明思路）

3．进行形成性练习，达成目标（3）。

出示投影：（学生完成后相互评价矫正）

〔证点 4〕这组基本题安排得很好，第（1）题是“HL 公理”和一般三角形全等判定方法的理解判断题，安排在练习的开头，学生通过练习，比较了“HL 公理”与一般三角形全等判定方法的区别与联系，归纳、概括出两个直

角三角形全等的证明思路。第（2）题是“HL公理”的简单应用题，使学生通过练习，逐步形成应用“HL公理”进行推理的基本技能。

四、变式训练，强化目标

1．教师引导学生分析教科书P49例2，并让一个学生板演证明过程。

已知：在△ABC和△A′B′C′中，CD、C′D′分别是高，并且AC=A′C′，CD=C′D′，∠ACB=⊥A′C′B′。

求证：△ABC≌△A′B′C′。

2．将例2由浅入深变式，让学生猜、探结论并说明证明思路。

变式1：若把例2中的∠ACB=∠A′C′B′改为AB=A′B′，△ABC与△A′B′C′全等吗？请说明思路。

变式2：若把例2中的∠ACB=∠A′B′改为BC=B′C′，△ABC与△A′B′C′全等吗？试说明思路。

变式3：请你把例2中的“∠ACB=∠A′C′B′改为另一个适当条件，使△ABC与△A′B′C′仍能全等。试说明证明思路。

〔评点5〕这组变式训练题，是以教科书例2为基础逐步变化而来的。首先变换题目条件，让学生探索结论是否成立；然后题目结论不变，让学生根据图形探索结论成立的条件，得到多种答案，使课堂气氛达到高潮。这样循序渐进地进行变式训练，让学生拾级而上，符合学生的认识规律，既可以逐步培养学生举一反三、灵活运用的基本能力，使学生思维的灵活性、深刻性、广阔性等品质得到优化，又提高了课堂教学时间的利用率，增大了课堂教学的思维容量。

五、归纳总结，深化目标

（先鼓励学生归纳总结，然后教师给予评价）

〔评点6〕这样小结，既系统归纳出本节所学的主要内容、应用的思路和要注意的问题，又把本节知识纳入学生已有认知结构之中，有利于学生对信息的有序储存和输出。

六、检测反馈，回授目标

（六）形成性评价题认知目标

（1）“HL公理”是：有相等的两个三角形全等。（1）

（2）在应用HL公理时，必须先得出两个______三角形。（2）

（3）证明两个直角三角形全等，只需证______或______对应相等即可。（2）

(4)AB=AC,CD⊥AB于D,BE⊥AC于E,则图中全等的三角形对数为(　　)

（A）1。（B）2。（C）3。（D）4。（3）

（5）CE⊥AB于E，DF⊥AB于F，AC=DB，且AC∥BD。求证：CE=DF。（3）

2．提问演板，互批互改。

3．再现目标，评估达标情况。

〔评点7〕根据教学目标，编制出一组本课时形成性评价题，让学生解

答自评，教师收集信息，评估回授，充分发挥了教学评价的激励、调控功能，既使达标学生获得成功感，又使未达标学生的知识缺陷得到了及时弥补。

作业：

1．P55 第 4～5 题（上交作业）

2．P50 想一想（课外思考）

〔总评〕总之，本节课使综合整体改革实验与目标教学及评价实验很好地结合起来。课堂上，以教师为主导，以学生为主体，以思维训练为主线，较好地发挥了教学目标的导向功能、评价功能、反馈调控功能和激励功能。在和语文、英语等学科知识的相互渗透，学习方法的同步指导，非智力因素的共同培养等方面也作了有益的尝试，培养了学生的能力，提高了学生的素质，取得了很好的效果。

（史克江）

勾股定理教案设计（一）

勾股定理是平面几何中的一个重要定理。它揭示了直角三角形三边之间的数量关系，把形的特征——三角形中一个角是直角，转化成数量关系——三边之间满足 $c^2=a^2+b^2$。利用它可以解决直角三角形中的许多计算问题，是解直角三角形的主要根据之一。它在理论上有重要的地位，在实际中有很大的用途，因而这一节课的教学就显得相当重要。

一、复习性导语，自然引人（时间：7—8 分钟）

我们知道，任意三角形的三条边必须满足定理：三角形的两边之和大于第三边。对于等腰三角形和等边三角形的边，除满足三边关系定理外，它们还分别存在着两边相等和三边相等的特殊关系。那么对于直角三角形的边，除满足三边关系定理外，它们之间也存在着特殊的关系，这就是我们这一节要研究的问题：勾股定理。

这一段导语的目的是，既复习旧知识：三角形两边之和大于第三边，又很自然地引出新问题：勾股定理。这时，让学生带着问题去阅读课文的第一、二自然段。

二、拼图证明，直观易懂（时间：13—15 分钟）

勾股定理的证明方法很多，采用哪种方法直观易懂地使定理得到证明，是本节课教学的难点，为解决这个难点，我们设计这样一则填空题：用两直角边是 a、b，斜边是 c 的四个全等直角三角形拼成图 1。

填空：

1．拼成的图中有______个正方形，______个直角三角形。

2．图中大正方形的边长为______，小正方形的边长为______。

3．图中大正方形的面积为______，小正方形的面积为______，四个直角

三角形的面积为______。

4.从图中可以看到大正方形的面积等于小正方形的面积与四个直角三角形的面积之和，于是可列等式为______，将行式化简、整理，得______。

学生讨论、回答，教师及时点拨，并适时引导，使学生正确地完成填空题。

对于勾股定理的证明，我们没有采用教师讲解的方法去完成，而是设计了一组思考填空题，让学生在思考、填空的过程中完成该定理的证明。

勾股定理的证明是本节的难点，教科书采用将八个全等的直角三角形拼成两个图形的方法进行证明，既繁琐，又费时。笔者所采用的证明方法，在初二学生目前所学的有限知识中，是一种较简便的证明方法，比教科书上介绍的证明方法省时易懂。

三、精选练习，掌握应用（时间：20—22 分钟）

勾股定理的应用是本节教学的重点，一定要让学生熟练地掌握在直角三角形中已知两边求第三边的方法，为此，可设计下列三组具有梯度性的练习：

练习 1（填空题）

已知在 Rt△ABC 中∠C=—90°。

①若 a=3，b=4，则 C=______；

②若 a=40，b=9，则 c=______；

③若 a=6，c=10，则 b=______；

④若 c=25，b=15，则 a=______。

练习 2（填空题）

已知在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AB=10。

①若∠A=30°，则 BC=______，AC=______；

②若∠A=45°，则 BC=______，AC=______。

练习 3

已知等边三角形 ABC 的边长是 6㎝．求：

（1）高 AD 的长；

（2）△ABC 的面积 S△ABC。

练习 1 是在学生刚刚了解了勾股定理的内容后，已知两边求第三边的练习。这时应提醒学生注意：∠C=90°，则 c 是斜边，边 a、b 是直角边，以便学生正确运用勾股定理求第三边。

练习 2 是学生在初步掌握了在直角三角形中已知两边求第三边的方法以后，有所提高的一组练习，既要用到 30°直角三角形和 45°直角三角形的性质，又要用到勾股定理。

练习 3 综合性较强，它既要结合图形的性质，又要用到勾股定理和三角形的面积公式。

这三组练习紧紧围绕本节的重点而设置，学生完成这三组练习后，对勾股定理的应用就有了较深刻的认识，在学完四边形和一元二次方程后，应用

范围将逐步扩大。

（杨悦怡）

勾股定理教案设计（二）

【教学目的】

1．理解勾股定理。

2．掌握勾股定理，会应用它解决有关问题。

3．培养学生的归纳概括的思维能力。

【教具准备】四个完全相同的直角三角形纸板，面小黑板。

【教学过程】

（一）检查复习

1．复习二数和的平方及二数差的平方公式，圆面积公式。

2．已知三边作三角形，已知两边及夹角作三角形。

（二）新课

1．比较发现：出示小黑板，让学生指出图一中三角板（按角分类）的类型，再计算阴影部分的面积，并比较单阴影与双阴影面积的关系。

2．提出猜想：指名回答计算结果，启发学生猜想直角三角形中，单阴影的面积和等于双阴影的面积。

设问：若设直角三角形的两直角边为 a 和 b，斜边为 c，则 a、b、c 的关系怎样？引导学生说出图二中三者之间的关系：$a^2+b^2=c^2$ 指导学生叙述这个猜想：（板书）在直角三角形中，两直角边的平方和等于斜边的平方。

3．验证猜想：让学生作图验证猜想。

（1）作一个直角三角形，其两直角边分别为 6、8，验证斜边长。

（2）作一个三边长为 5、12、13 的三角形，先计算三边中较短两边的平方和及大边的平方，再测大边所对的角。

设问：这个猜想是普遍规律吗？引导学生证明。

4．证明猜想。

我们用四个完全相同的直角三角形拼成如图三的形状，由图知中间的空白图形是以 c 为边的正方形，它的面积可以通过大正方形的面积减去四个全等的直角三角形的面积而得到。

即$c^2=(a+b)^2-\frac{1}{2}\times4\times ab=a^2+b^2$，

故 $a^2+b^2=c^2$。

说明：我们的这个猜想就是著名的勾股定理，（板书：勾股定理：在直角三角形中，若较长直角边称为股，较短直角边称为勾、斜边称为弦，则在直角三角形中有“勾 2+股 2=弦 2）。

（三）巩固并结合教材进行爱国主义教育

1．看教材内容和书本上另一种证法。

2．进行爱国主义教育，勾股定理又叫商高定理。在我国古代的《周髀算经》中，就有了勾 3、股 4、弦 5 的记载，书本 225 页 12 题的图就是我国古代数学家赵爽证勾股定理的构造图；它比欧洲毕达哥拉斯的证明早三百多年，这是我们中华民族的骄傲。

3．引深：勾股定理的证法很多，随着知识的增加，有构造相似三角形法证、射影定理证法，构造圆证法等等，直角三角形的三条边均为自然数的一组数叫勾股数，常见有的 3、4、5；6、8、10；9、12、15；5、12、13；7、24、25；20、21、29；12、35、37；9、40、41；16、63、65 等。

（四）小结：说明勾股定理的作用、使用范围、应注意的地方。

1．勾股定理揭示了直角三角形三边之间的关系，在直角三角形中，只要知道其中两边就能求出第三边。

2．勾股定理仅适用于直角三角形。

3．在记忆时，注意分清两直角边的平方和，而不是两直角边和的平方。

（五）练习：课本 P221、3。

（六）布置作业：习题十八 2、4、6、12。

平行四边形的判定教案设计及评析

【教学目的】

1．使学生掌握平行四边形的判定定理，并学会初步运用判定定理解决的问题；

2．使学生理解判定定理和性质定理的关系；

3．指导学法，使学生在“学会”有关内容的过程中向“会学”的方向发展。

【教学过程】

一、复习与引入：

1．什么叫做平行四边形？

在学生回答的基础上，教师引导学生认识定义的作用，同时指出定义的逆命题就是平行四边形的基本性质。

2．平行四边形除了具有两组对边分别平行的性质外，还有哪些性质定理？

在学生回答的基础上，教师出示写好性质定理内容的小黑板，同时引导学生思考：根据以往研究几何图形的经验，当我们研究过它的定义和性质之后，通常还要研究什么呢？

在此基础上引入课题：平行四边形的判定

二、探索、议论、交流

1．判定命题的产生过程

引导 1：

通过前面的复习，我们可以知道目前判定平行四边形的依据只有它的定义，但和研究其它图形一样，除了研究运用定义判定外，常常还要研究它的判定定理，而判定定理和性质定理之间往往又存在着互逆关系。请同学们思考，可以得到哪些判定命题？

（如果学生回答有困难，教师可从互逆关系上加以引导，同时运用小组议论的方法，切不可包办代替）

引导 2：由于平行四边形的定义可以看出，它仅仅是运用了两组对边的位置关系加以判定的；而由平行四边形的性质定理 2 所得到的判定命题也只是从两组对边的数量关系上进行考虑的。这就启发我们必须思考一个问题，能否同时考虑对边的数量关系和位置关系来判定平行四边形呢？由此我们又可以得到哪些判定命题？

先小组议论，后全班交流。

由此得出：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。教师介绍符号“ ⫽ ”的含义和读法。

（若学生提出“一组对边平行且另一组对边相等的四边形是平行四边形”，教师引导学生根据已有的知识——小学里曾学过的等腰梯形举反例加以否定；若学生归纳不出，则由教师进行诱误性引导。）

2．命题的证明

（1）判定定理一的证明：

教师首先通过对四个判定命题的题设的分析，对照定义，使学生理解为什么要先证明判定定理一，渗透化归思想。

（如果学生提出，其它的三个判定命题同样可以转化成运用定义去判定，可不可以先证其它命题？教师一方面应该加以肯定，同时，从转化途径的难易程度上加以比较，让学生从中体会先证判定定理一的道理。另外，还可以从后续的判定证明中强化这一体会。事实上，判定定理二的证明，最佳途径是把它转化成运用判定定理一去证明。）

在此基础上，要求学生根据证明命题的一般步骤对判定定理一进行证明。教师着力在辅助线的引入上下功夫。

已知 AD⫽BC

求证：四边形 ABCD 是平行四边形

分析：欲证四边形 ABCD 是平行四边形，根据定义和题设，只需证 AB∥DC 即可，那么欲证 AB∥DC 必须有什么条件呢？由已有的图形可以看出同旁内角的存在，但从已有的题设出发，并不能推出同旁内角互补的可知，因此，我们必须思考其它的证明两边平行的方法。

当学生说出辅助线之后，同时要求暴露自己的思考过程，说说连结 AC（或 BD）的道理。

教师在黑板上写出分析思路图，然后要求学生口述证明过程。

在此基础上，教师带领学生回忆研究平行四边形的性质时所采用的方

法，使之加深对四边形问题通常要化成三角形问题去解决这一思想方法的认识和理解。

（2）判定定理二的证明：

思考：通过以上证明，现在要判定平行四边形有几条途径？

以小组为单位，探讨证题思路，再一次渗透化归思想，然后组织全班交流。

（3）其它判定定理的证明：

思考：现在判定平行四边形有几条途径？剩下的两个判定命题的证明应该选择哪条途径？

先小组议论后全班交流。

教师指出：“两组对角分别相等的四边形是平行四边形”是在练习中以黑体字形式出现的，经证明是真命题，今后可作为证题的依据。

三、个人学习（结合阅读教材）

要求：各人回忆定理的产生过程和证明过程，归纳、体会研究的方法，并总结、记忆判定定理（允许小范围交流记忆的方法）。

四、初步应用

例：演示两个全等三角形的变图过程

引导学生运用今天学过的四个判定定理和定义——加以说明，进一步理解判定定理。

五、小结

提问：通过今天的学习，你有哪些收获和体会？

先小组讨论，然后全班交流，教师注意引导学生归纳以下内容：

1．今天的学习，使我增加了哪些知识？

2．平行四边形的性质和判定之间的关系怎样？

3．在研究判定定理过程中，我们采用了怎样的学习方法？

六、作业

1．判断下列命题是否正确：

（1）一组对边平行，一组对角相等的四边形是平行四边形。

（2）有一个角与相邻的两个角都互补的四边形是平行四边形。

2．证明平行四边形的判定定理 2、3。

说明：平行四边形的判定应安排两课时，以上设计是第一课时的内容。第二课研究课本例 1 和例 2，着重对例 1 进行探索和展望的引导，并进行一题多证的训练。进一步熟悉判定定理及其应用。

（马石骑）

评：关于教学方法的定义很多，我比较同意王策三教授《教学论稿》中的定义：“为达到教学目的、实现教学内容，运用教学手段而进行的，由教学原则指导的，一整套方式组成的，师生相互作用的活动。”

教学方法是一系列的活动，它是有目的的活动和师生相互作用的活动以

及一定动作结合的活动，而且它还是按照一定的教学原则调节的活动。

对于教学方法，下面几点是应该注意的：

1．教学方法是反映着一定的教学思想的。

2．由教学内容决定着教学方法，而不是由教学方法决定教学内容。

3．任何教学方法都有它自己适用的范围和条件，不是放之四海而皆准的，也不是万能的。

作为本节课的教学内容来说，我想应该解决三个问题：第一，平行四边形判定定理的引入；第二，平行四边形判定定理的证明；第三，平行四边形判定定理的初步应用。下面分别来分析一下：

一、关于判定定理的引入。判定定理与性质定理的关系学生不是第一次见到。学生在平行线处见到过，在三角形处也见到过。不过，在平行线处，先出判定定理。再出性质定理；在三角形处，只出判定定理。所以平行线的判定与性质，应当作为引入木节课的类比之物。从这里来引入就会很自然的。但是石老师说：“根据以往研究几何图形的经验，当我们研究过它的定义和性质之后，通常还要研究什么呢？”教师的目的是要说研究判定定理，但从上面分析看，以往没有这方面的经验，这句话实际上是落空的。

再以平行线的判定与性质来看：

判定	性质
1．同位角相等，两直线平行。	1．两直线平行，同位角相等。
2．内错角相等，两直线平行。	2·两直线平行，内错角相等。
3．同旁内角互补，两直线平	3．两直线平行，同旁内角互行。补。

由此可见，它们是对应的。由此可以自然地想到学习了平行四边形的性质定理后，会不会有相应的判定定理？最初的猜想应该是这样的：

性质	判定
1．平行四边形的对角相等。	1．两组对角分别相等的四边形是平行四边形。
2．平行四边形的对边相等。	2．两组对边分别相等的四边形是平相 行四边形。
3．平行四边形的对角线互平分。	3．对角线互相平分的四边形是平行四边形。
	4．一组对边平行且相等的四边形是行四边形。

这种互逆关系出现了两个问题：第一，与学生原有的经验的矛盾，不象平行线那样具有对应关系，这里，多了一个“一组对边平行且相等的四边形是平行四边形”这个命题；第二，与教材中的结构矛盾，教材把上述命题作为判定定理 1，而把本应作为判定定理 1 的“两组对角分别相等的四边形是

平行四边形”，放到练习中去了。

我认为借用学生已有经验，以及如何来克服这两个矛盾是判定定理引入所要解决的问题，为此，教学法也要在这里做文章。

石老师注意到了这一点，他在引导 1 里得出运用定义判定。其实这是最原始、最重要的判定。定义集性质与判定于一身，什么时候都不要忽略定义。石老师又提出引导 2，“判定定理和性质定理之间往往又存在着互逆关系”，这句话的目的是要充分调动学生原有的经验，特别是平行线的性质与判定间的关系的经验。但是，这样做仍未解决上述的两个矛盾。石老师接着提出引导 3，他是这样提的：由于定义是运用了两组对边平行，性质定理 2 是运用了两组对边相等，这里有一个共同点，都是两组对边，能不能用一组对边的关系去判定平行四边形呢？然后考察只有一组对边平行能否判定（与定义不符）；只有一组对边相等能否判定（举反例），而引出一组对边平行且相等的判定定理，并且把它放在判定定理的最后，同时又把两组对角分别相等的判定定理从练习里提出来，放在正文里。石老师通过这种处理去解决学生的经验与教材结构之间的矛盾，已经想方设法尽了最大的努力了，但仍有生硬之嫌，这恐怕由于未彻底改变教材结构所致。

我认为，教师的引导实际是一种导向作用，把学生往哪个方向引，引导体现了教师的主导作用。在课堂教学中，导向一般表现在以下几个主要方面：对课堂教学的整体设计，包括广度、深度、逻辑展开等；充分运用学生已有的知识与经验，在新旧知识的结合点上下功夫等等。这节课经石老师这样处理，效果要比按课本照本宣科好多了，从这里我们体会到方法不能离开内容也就是这个道理。

二、关于判定定理的证明。这里有如下几个问题要解决：①为什么要先证明判定定理 1；②在证明判定定理 1 时，辅助线的引入；③探讨证明其他判定定理有几条思路？下面我们来分析一下这几个问题：

石老师原来的教案上是这样引导的：“以转化途径的难易程度上加以比较”，“还可以从后续的证明过程中强化这一体会”，并以这两条理由断定先证判定定理 1 的道理。我认为似乎理由并不充分。从难易程度上来看，其实这几个判定定理的难易程度都差不多，除了证“两组对角分别相等的四边形是平行四边形”要用到四边形内角和与同旁内角互补，其它定理证明的手法都差不多，无非除判定定理 1 外，其它定理证明中，要同理重复一次。再说，后续证明要用判定定理 1，理由也不充分，其一，学生现在体会不到；其二，为追求判定定理间的独立，一般在证明过程中，不引用已证判定定理，而往往归结到定义。现在石老师在上课时变动了教案，石老师是从几个判定定理都与定义作比较，哪个命题与定义较接近，从而寻找到先证判定定理 1，这样处理就较为顺理成章了。

下面谈谈关于引辅助线的问题。由于学生在学平行四边形性质定理时，已有这方面的经验。同时所给条件与图形本身就有这种暗示；该引一条辅助

线把平行四边形划分为两个三角形，因而这条辅助线尽管没画出但是明摆着的。所以，这里学生得出辅助线不会感到太大困难，倒是应该让学生引出辅助线后，要他们讲讲思路，说说道理。这一点石老师是注意到了，而且做得很好，这是很好的。

最后再说说，证明其他判定定理有几条途径问题，如果说证明都归结到定义，然后再用其他判定定理证明，那是无可非议的，因为这样可以拓广学生的思路。但如果只用前证定理来证，这样正如前述，一方面破坏了它们的独立性；另一方面，弄不好可能会出现循环论证。

综上所述，一个教师对于教材的理解与处理是至关重要的，并且方法是服从于内容的。

三、关于应用。这里要解决两个问题，一是几个判定定理的直接的、初步的应用；二是性质定理与判定定理的区别。石老师的安排是，把原来课本中的练习 2：“ 把两个全等的三角形，按不同的方法拼成四边形，可以拼成几个不同的四边形，它们都是平行四边形吗？为什么， ” 演变成教案中的例 1，并采用对折和旋转的方式提出。原课本中的例 1，即教案中的例 2，而且还要变更它。对于教案中的例 2，把它删去了。这样处理是好的，因为一是时间不够，二是太难，脱离了学生的实际。

围绕上面两个应用的目的，我们再来看一看：

①对于例 1，几个判定定理的应用较全。如 “ 两组对角分别相等的四边形是平行四边形 ” 、“ 对角线互相平分的四边形是平行四边形 ” ，特别是后者，在研究特殊平行四边形时常要用到。

②平行四边形的性质定理与判定定理交替使用，从而明确它们的区别，这在这节课里似乎做得还不够。其实课本练习 3 中性质与判定两者都要用到，但石老师把它删掉了。

上面提到一些问题，是不是石老师这堂课无可取之处了呢？不是的，石老师这堂课优点还是很多的，如①本节课始终把学生放在首位，发挥学生主体地位很好，多次让学生发表意见、议论。②我特别同意石老师对自学的看法。自学不只是学生看书，自学是学生主动地通过自己的脑子独立地获取新知识，这里可以是看书、议论、听教师讲解等都是自学的手段，从这个意义上来说，这节课自学也是贯彻得比较好的。③弥补了班级授课制的不足，班级授课制只能面对大多数，而对学习好和稍差的同学，照顾得就不那么周全了，但是，通过议论，可以作些弥补，这堂课这方面是明显的。④议论可使学生思想沟通，并且发展学生的语言表达能力。⑤石老师注意调动学生的原有的知识和经验，这是上好一堂课的基本保证。⑥课堂空气比较融洽，师生感情交流，有利于造成一种积极思维的环境，等等。由于上述的优点，保证了教学目的达到，所以这堂课是一堂好课。是一堂成功的课。

我之所以要提出上面这些问题，无非想说明两个基本观点。

第一，教学方法是由教学目的、教学内容决定的。不是教学方法决定的

教学内容，即不是为了要实施某种方法，使教学内容服从它，如果这样，那就本末倒置了。

第二，教师要驾驭教材。教材是教学的依据，教师应该尊重它，这是对的，但这并不等于说，教师一点不能变通教材。例如，把“两组对角分别相等的四边形是平行四边形”放在练习中就不合适，应列入正文，石老师正是这样做的。同时为了更好地解决学生的认识结构与知识结构的矛盾，不妨在前面讲性质定理时，加一条性质定理 4：“平行四边形的一组对边平行且相等”，而其逆（就是现在的判定定理 1）作为判定定理 4 放在最后。再把“两组对角分别相等的四边形是平行四边形”从练习里提出来，也作为判定定理。这样性质定理与判定定理完全吻合了。我认为这样改动就是教师驾驭了教材。这是容许的，也是应该提倡的。

（曹才翰石骑）

梯形中位线教案设计

【教材分析】梯形中位线及其定理，对于解决四边形中的一些计算题和证明题有一定作用，也可以解一些实际问题。所以它在四边形这一章中是一个难点，具有比较重要的地位。

本节的内容包括梯形中位线的定义、定理和用梯形中位线及高表示梯形面积的公式，以及它们的简单应用。

教学要求是在掌握教学内容的基础上，继续培养训练学生能把自己观察分析的结果，用语言准确表达的能力和根据命题画图及根据图形写出已知、求证、证明的能力。

重点是对梯形中位线定理的理解和掌握。难点是恰当地添加辅助线，使定理得以证明。其关键在于直观观察配以恰当地启发。

【课前的思考和准备】在设计教学过程之前考虑了如下问题：

1．重视激发学生的求知欲，特别是要有一个有吸引力的引入。

所以在这节课的开头，补充一个问题。从总结平行线等分线段定理提出问题：如果 $A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=A_4A_5$，$B_1B_2=B_2B_3=B_3B_4=B_4B_5$，那么 A_1B_1、A_2B_2、A_3B_3、A_4B_4、A_5B_5 之间有什么关系呢（位置关系和数量关系）？这是同学们暂时不能解决的问题，以激发学生求知欲望，达到使学生精神专注的目的。

2．尽量采取直观教具，让学生通过观察和实验，首先得出感性认识，然后再上升到理性认识。

为此我想在讲定理内容之前，先让学生通过观察得出梯形中位线平行于两底的结论，通过画图度量得出梯形中位线等于两底和的一半的结论，然后让学生把得出的结论作为命题叙述出来。这样使学生对定理内容印象深刻。为了启发学生添加辅助线，我又做了一个可以割补的梯形纸板，通过演示对添加辅助线起到很好的启发作用。（△AFD 可以割下放在△HFC 处）

3．让学生既动手、动口，又动脑，并且相互交替，以始终保持旺盛的情绪和注意力。

4．书中 P188 例 2 是运用切割法求面积的问题，与梯形中位线无关，并且学生在小学已学过这种求面积的方法，所以我把这个例题做为学生阅读处理。

鉴于以上思考，把图都事先安排在小黑板上，以使课堂节奏紧凑。

三、教学过程的设计

复习：

1．平行线等分线段定理及推论

2．三角形中位线定理

总结复习，出示图（1）提出问题引入新课：4．10 三角形、梯形的中位线，

（二）梯形的中位线

1．定义：让学生观察图形叙述定义，并且运用字母表述定义。

练习：

（l）画一个两底分别为 1㎝、3㎝ 的梯形，并且画出中位线，量出它的长度。

（2）画一个两底分别为 2㎝、4㎝ 的梯形，并画出中位线，量出它的长度。

2．通过观察和度量提出梯形中位线定理一叙述定理一出示图（2），根据图形写出已知、求证，演示割补术启发添加辅助线。由学生证明（教师书写），再启发用另一种添加辅助线证明定理方法（由学生口述，教师讲评）。

练习：P1891，2（口答），3．观察小黑板图（1）补已知：$A_1B_1 \parallel A_5B_5$，A_1B_1=2㎝，A_5B_5=10㎝，求 A_2B_2、A_3B_3、A_4B_4 的长。解决了开头提出的问题。

3．复习梯形原面积公式—推出用梯形中位线及高表示梯形面积公式：S=L·h

练习：（1）P1894，（2）看书例 2 说明用切割法求面积的方法。

4．小结本节课的三点内容。

［自评：通过试教认为，本节的设计基本合理，效果良好。因为既考虑了科学性，也考虑了可接受性。它的科学性体现在设计符合由浅入深、由特殊到一般、由具体到抽象、由感性到理性的认识规律，并注意尽量调动学生的一切感官，符合初中学生的年龄特征。所以这节课的气氛活跃，学生能在教师的指导下紧张而有秩序地动手、动口、动脑，使本来难于解决的添加辅助线问题，借助割补术的启发得以顺利解决。既体现了教师的主导作用，也体现了学生是活动的主体。通过课后反馈说明这节课效果良好，重点内容合格率达到 100%。但有个别学生对公式 S=L·h 不够熟悉。说明教学设计还须改进：即在时间安排上要更紧凑些，中位线定理和面积公式中间不要安排练习 3，只安排两个口答后就讲面积公式，把补充练习 3 和 P189 练习 4 放在一

起练，这样既解决了两个问题衔接紧密，也避免了面积公式挤在最后影响效果。]

（洪玉洁）

三角形相似的判定教案设计

【教学目的】

1．理解三角形相似的三个判定定理及其证明方法。

2．初步掌握判定定理的应用。

3．领会“类比——猜想——论证”的思想方法。

【教学过程】

一、复习

目前我们判定两个三角形相似的方法有哪些？抽学生回答后板书：

$1.\left.\begin{array}{l}\text{对应角都相等}\\\text{对应边成比例}\end{array}\right\}\Leftrightarrow$ 两个三角形相似

2．DE∥BC△ADE∽△ABC。

二、新授

1．引入新课

用定义判定两个三角形相似比较麻烦，因为条件较强难以满足，另两种方法 2 只能在一些特殊条件下使用，那么一般情况下任意两个三角形怎样判定它们相似呢？这就是我们这节课所要研究的课题——“三角形相似的判定”。（板书课题）

2．类比探索

联想到全等三角形是特殊的相似三角形，它们有许多类似的属性，如对应角相等，对应边成比例，因此我们猜想：它们的判定方法也可能相类似。

3·提出猜想

由“边角边公理”可知：

4．实验验证

将自制的两个三角形纸板（说明具备猜想条件：∠A=∠A′，）相等的角完全重合，提问：不重合的两边 B′C′和 BC 是什么位置关系？（由 BC）由此断定：猜想成立。

5．分析论证

实验启发我们，要证明△ABC∽△A′B′C′，只须在大△ABC 上截出一个小三角形，使它与△A′B′C′全等，再证明它与大△ABC 相似即可。

证明：（由学生研讨完成，然后阅读课本 P31，对照检查证明过程）

6．课堂小结

（1）启发学生小结证明步骤：①在大△ABC 上面作出△ADE。②证明△

ADE 与△A＇B＇C＇全等并与△ABC 相似。③由“传递性”推得结论。

（2）教师简述“类比法”：为了探寻三角形相似的判定方法，我们联想到和这个问题相类似的问题——三角形全等的判定定理，从而产生判定三角形相似的“猜想”，象这样探索问题的方法称为“类比法”。要注意：用类比法猜测的结论不一定可靠，必须经过证明才能成立。

三、巩固新课

1．讨论题

（1）怎样证明三角形相似的判定定理 2、3？（重点启发学生辅助线的做法）

（2）三角形相似与全等的三种判定方法有什么区别和联系？

学生讨论时，教师挂出小黑板：

判定方法	两个三角形相似的条件（2 个）	两个三角形全等的条件（3 个）
1	两边对应成比例，夹角相等	两边对应相等，夹角相等
2	两个角对应相等	两个角和一边对应相等
3	三边对应成比例	三边对应相等

$\left.\begin{array}{l}\text{联系：两个三角形相似} \\ \text{相似比为}1\end{array}\right\} \Leftrightarrow$ 两个三角形全等。

2．练习题（教师巡回辅导）

（1）已知：△ABC 中，AB=1．5㎝，AC=2㎝，BC=3㎝。△DEF 中，DE=3㎝，DF=4㎝，EF=6㎝，判定△ABC 与△DEF 是否相似？为什么？

（2）已知：∠1=∠B，求证：△ADE∽△ABC。

（3）求证：顶角相等的等腰三角形是相似三角形。

（抽三人上黑板做，其余在下面练习，完毕讲评）

四、课外作业

p32，1，2；p38，8。

（毛永吉）

解斜三角形与解直角三角形的转化教案设计

解三角形可以分为两类：一类是解直角三角形，另一类是解斜三角形。解三角形主要依据是正弦定理和余弦定理。直角三角形中的锐角正弦定义是正弦定理的特例，直角三角形中常用的勾股定理也是余弦定理的特例。复杂的解三角形的习题往往是直角三角形和斜三角形出现在一个图形中，要解决这类问题除了掌握一般解三角形的基础知识外，还必须熟练地掌握两种三角

形在解法上的相互转化。

形的转化斜三角形转化为直角三角形来解斜三角形时经常遇到求 15°、75°、105°角的正弦值或余弦值，而在特定的环境下又不允许查表，这类问题可以通过添加斜三角形某边上的高线，把解三角形构造成两个可解的直角三角形来解。

例1 △ABC中，$\angle B = 45°$，$\angle BAC = 105°$，$AB = 2\sqrt{2}$。求BC

分析：若用正弦定理来解，则$BC = \dfrac{AB \cdot \sin\angle BAC}{\sin C}$

$= \dfrac{2\sqrt{2} \cdot \sin\angle 105°}{\sin 30°}$，但$\sin 105°$的值题目中没给，无法解。可转化为直角三角形来解,为此作 AD⊥BC 于 D,把△ABC 分割成两个直角三角形 ABD 和 ADC。这样，∠1=45°，∠2=60°，解 Rt△ABD 得到 BD=AD=2，

再解Rt△ADC得到$DC = 2\sqrt{3}$。所以：

$BC = BD + DC = 2 + 2\sqrt{3}$。

一般来讲，在已知一边的条件下，具有下列度数的斜三角形，通过添加某边上的高线，构造成两个可解的直角三角形来解较方便。

（1）30°、105°、45°；

（2）45°、75°、60°；

（3）60°、60°、60°；

（4）15°、30°、135°；

（5）120°、45°、15°；

（6）120°、30°、30°。

例 2 △ABC 中，∠B=120°，∠BAC=15°，BC=2。

求：AB、AC。

解：作 BC 边上的高 AD,则∠ABD=180°-∠ABC=60°,∠C=∠ABD-∠BAC=60°-15°=45°。设 BD=x，由 Rt△ABD 可得 AB=2x，

$AD = \sqrt{3}x$，由Rt△ACD可得$AD = CD = x + 2$，$AC = \sqrt{2}(x + 2)$，列出方程：

$\sqrt{3}x = 2 + x$，解此方程得$x = \sqrt{3} + 1$。

$\therefore AB = 2x = \sqrt{3} + 2$，

$AC = \sqrt{2}(x + 2) = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$。

由此例可以看出，解题的关键在于作出一边上的高，且一定使构造出来的两个 Rt△可解，本例若作其它两边上的高是毫无用处的。

（彭广仁）

“圆”导读导练教案设计及评注

【教学目标】

（1）掌握圆的定义，理解圆中有关概念（弦、弧等）；

（2）正确判断点与圆的位置关系；

（3）培养运动变化观点。

【难点】圆的定义的理解。

【教具】一根带钉子的细绳。

【教程】

一、教师提问，引入新课

（1）木匠师傅要做一个圆形桶底，怎样画出一个圆来？

（评：学生来自农村，对木匠画图有较深刻的印象，立即激发了学生的兴趣并踊跃发言）

学生都能回答，略。

（2）请大家拿出带钉子的绳。在纸板上画一个圆，观察在画圆过程中哪些点不动，哪些点运动？哪些线的长度不变？

（评：数学也需要实验，学生亲自实验，从实验中得出结论，这时可由兴趣转为对知识的探索，同时为突破难点奠定了基础。）

师：从木匠画圆及我们自己画图中，怎样回答第 2 个问题？

生：圆心不变，半径长度不变，绳子动的一端看作一点，在变化并形成了圆。

师：这时，我们抓住了“两点”、“一线”，如何给圆下一个完整的定义？

这时学生广泛讨论，不断发言，教师综合学生意见得出圆的定义：圆可以看作是到定点的距离等于定长的点的集合。

（评：学生通过生活的感受，亲自的实验，教师的指点，对圆已从感性认识上升到理性认识，并揭示了圆的发生过程，同时，在围绕圆的定义上活跃了学生思维，真正起到学生掌握学习的作用。）

师：圆中还有许多新名词，先阅读教材 P_{70-72}，再完成以下三组练习题：

圆心是______，这圆记作______，读作______，半径有______，直径有______，弦有______，劣弧有______，优弧有______，半圆有______，等弧有______。

（1）已知⊙O 的半径是 2㎝，当 PO 分别是 1㎝、2㎝、3㎝ 时，点 P 与⊙O 位置关系怎样？若⊙O 半径是 r，PO=d，试讨论 r 与 d 之间的关系和点 P 同圆的位置关系的联系。

（2）若 OA=AB，则∠AOB=______度。

师：如图 1，若 OA=OB=OC=OD，则 A、B、C、D 必在同一个圆上，这是证多点（三点以上）在同一个圆上的基本方法。

（1）ABCD 是正方形，O 是 AC 和 BD 的交点，则由

______ = ______ =______OA ⇒ A、B、C、D 在以 O 为圆心，OA 为半径的圆上。

（2）已知△ABC 中，∠ACB=90°，CD 是 AB 边上的中线，求证：点 A、B、 C 在同一个圆上。

（评：三组练习题，由易到难，设计合理，将众多概念寓于练习之中，既指导了学生看书又进行了恰当的练习，使读、练、讲灵活运用于课堂，这正是自学辅导法的基本要求。）

教师在课堂内练习评点、辅导。略。

师：由圆的定义可知，圆心与半径是确定一个圆的两个要素，那么请大家思考：经过一点有多少个圆？经过两点、三点、四点呢？此题作为课外练习。

（评：又紧扣本课中心：圆的定义，同时设置悬念，又是学生能够解决一部分的，有思考的价值。）

（申建春王新民）

公共弦与公切线变式训练教案设计

在涉及两个圆的问题中，“公共弦”、“公切线”是常用的辅助线。当两圆相交时，常连公共弦，而当两圆相切时，常添公切线。下面这组变式题，是从第二册《几何》（人教社 89 年版）搜集到的，就很能体现以上解题规律。在实际教学中，用“运动变化”观点加以解释，能收到更好的教学效果。

基本题

⊙O1 和⊙O2 相交于 A、B 两点，经过点 A 的直线 CD 与⊙O1 交于点 C，与⊙O2 交于点 D，经过点 B 的直线 EF，与⊙O1 交于点 E，与⊙O2 交于点 F，求证：CE∥DF。（第 88 页例 1）

分析

连结 AB（公共弦），将四边形 CDFE 分成两个圆内接四边形，利用“圆内接四边形对角互补”的性质即可得证。

事实上，适合原题题意的图形还有两种，辅助线仍然是连公共弦。

变式 3，在上题的基础上增加条件“CD∥EF”，求证：CE=DF、CD=EF。（第 128 页 4 题）

依据基本题的结果，连结公共弦 AB 后便有 CE∥DF，又有 CD∥EF，∴四边形 CDEF 是平行四边形，从而得证。（只画了三种图形中的第一种）

变式 4，CT 是⊙O1 的切线，求证：CT∥DF。（第 129 页 8 题，字母有所改变，下同）

从运动变化的观点看，上题两直线旋转成平行，这题旋转成点 C、E 重合。

变式 5，当两直线旋转到交点在圆内时，仍有结论：CE∥DF。

变式 6，当两直线的运动变化穷尽以后，相交两圆可运动至外切，这时 A、B 两点重合，仍有 CE∥DF，如图 7，这时辅助线改为添公切线，证题依据由“圆内接四边形性质定理”改为“弦切角定理”（第 129 页 5 题）。

变式 7，两圆也可变化成内切。（第 129 页 6 题）

变式 8，在上题的基础上，CE 逐渐向⊙O2 靠近，由“相离”的位置关系变成“相交”，则有∠CAM=∠EAN。（第 164 页 20（1）题）

变式 9，CE 与⊙O2 的位置关系也可变成“相切”，则有∠CAM=∠EAM，（第 164 页 20（2）题）变式 10，我们还有结论 AD∶AF=CM∶EM，这已是一道较难的几何证明题了。添公切线 AT 后，据变式 9，有 AM 平分∠CAE，从而 CM∶EM=AC∶AE，再连结 DF，据变式 7，有 DF∥CE，从而 AD∶AF=AC∶AE，所以有结论 AD∶AF=CM∶EM。

（罗腾根）