

学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

中小学教学小百科(41)

数学科·借鉴篇



中小学教学小百科
数学科·借鉴篇

加强几何语言教学是提高数学素养的重要任务

河南省内乡县初级中学 王志勤 黄振兴

语言是思维的工具。初中数学教学要完成发展思维这一核心任务，几何语言的教学起很大的作用，尤其在当前强调向素质教育转轨的特定时期，加强几何语言教学就显得更为重要。

一、什么是几何语言

所谓几何语言，“是几何学科的一种特定的人工符号和图形的总和”。在中学里，平面几何以原始概念和公理为出发点，运用形式逻辑的基本规律进行判断和推理，用来描述概念的本质属性，表示几何元素和图形性质或关系的符号，就称为几何语言。

根据几何学科的个性特点，几何语言有三种表现形式：一是文字语言；二是图形语言；三是符号语言。它们按叙述方式可分为文字语言和符号语言；按用途可分为图形语言、作图语言和推理语言。这些语言是学习和研究几何问题的重要工具。显然，掌握这些语言是提高学生数学素养的一项重要任务。

二、初中学生几何语言存在的问题

在教学中，归纳学生普遍反映的问题，一般认为有以下几个方面：

第一，语言障碍是几何入门难的一个重要因素。由于几何语言叙述的严谨性，学生不能把日常生活中自然语言与几何语言区分开来，从而缺乏对概念本质的理解。如点A在直线L上误认为是在直线L的上方，弄不懂点A是直线L的一个元素。

第二，对几何语句或术语识记效果较差，对相似或相近的概念缺乏辨析能力。由于思维定势对知觉的影响，学生仍用学代数的方法识记，只注意结果，而把定义、性质记得残缺不全。如线段的垂直平分线和直线的垂线，往往只注重垂直而不顾及其它，因而不能正确地进行辨析。再如角的表示，学生只贪图一个字母表示简单，而对于一个顶点多个角的表示常常出现错误。

第三，不适应非常规的语言表达。从引入“ $\Rightarrow$ ”后，学生表述思维推理过程很不适应。主要是摆不足条件，不会正确使用括号；对省去“如果”“那么”关联词的命题学生分不清条件和结论；对定义、定理的逆向应用能力较差，逆向思维不适应。

第四，缺乏语言间的转换能力。主要表现在：①文字语言与符号语言互译较差。不习惯用符号语言表示文字语言叙述的内容，不能把实际应用题用符号语言转化为数学问题；②文字语言与作图语言联系不起来，画的不会写（作法），写的与作图不一致；③识图能力较差。图形语言不过关，不能从图形的直观反映中发现其内在联系。根据文字语言的叙述，有时画出的图形缺乏一般性，常用特殊图形或特殊位置关系掩盖了命题的一般性质。

三、如何加强几何语言的教学

要克服上述问题，在教学中，应做到以下五点：

第一，把握教材要求，适时适度进行语言训练

义务教育把几何语言训练相对分散在前三章。第一章是结合日常生活语言以描述性语言为主对学生进行几何语句的训练，初步要求用符号语言表示简单的几何元素。第二章主要是进行符号语言及简单的推理语言训练。要求把概念和性质图形化、符号化，结合推理进行文字语言改写为符号语言的训

练。第三章重点是先讲推理语言，后讲作图语言。采用先让学生见一见文字表述命题的证明格式，而本章最后（第四单元）才要求学生将文字表述的命题改写为符号表述。这些要求教师必须心中有数，教有所重，导有所向，不可任意拔高，适时适度地进行几何语言的强化训练。

第二，重视课本作用，培养读书习惯

几何课本是运用几何语言的典范。由于生理和心理特点，初中学生对于理科的学习仍依赖于教师的课堂讲授，入门阶段不会说、不会画，一个关键问题是不善于读书。

因此，教师必须努力培养学生读懂几何课本的良好习惯。每节课都要争取留一定的时间，指导学生看书。找出每节课讲到的概念、语句、定理哪些地方容易出错，重要的部分甚至可领读或齐读。

第三，重视讲的作用，点拨关键字词

教师讲课语言的严谨性，板书条理化，符号书写规范化，都会给学生起到示范作用和潜移默化的作用。所以作为教师本身应下功夫练好基本功。

同时，几何学本身有些词语概括性、抽象性较强，这就要求教师认真点拨。对于那些难以理解的几何术语，要像讲语文课那样逐字逐句的讲解。如“两点确定一条直线”。要点拨“确定”两字。“确定”是存在性和唯一性的概括说法，即“有且只有”的意思。像“任意”、“至少”、“或”、“与”等，特别要指点出它们在几何中的内在含义。

第四，强化符号语言的训练

符号语言是研究几何问题的重要工具。符号语言不仅能把几何文字语言的含义直观地反映出来，且能把文字语言和图形间的关系简洁地描述出来。因此，强化文字语言——符号语言——图形语言三者的互译是培养学生掌握几何语言的重要手段。教学时，不仅要求把概念符号化，而且能正确画出它所对应的几何图形。如文字语言“点B把线段AC分为两条相等的线段，点B叫做线段AC的中点”，画出图形（如图1）；符号语言表示有 $AB=BC$, $AB=1/2AC$, $AC=2BC$ 。反之，一个几何图形，能正确用符号表示它所反映的几何意义，且能用语言准确表述出来。如几何图形（如图2），符号表示是 $Rt\triangle ABC$ 中， $CD\perp AB$ ，垂足是D；文字表述是直角三角形ABC中，CD是斜边上的高。

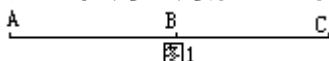


图1

第五，分散作图语言的训练

教材安排作图语言从借助工具画图开始，学生容易接受。而尺规作图语言过于集中，尽管新教材一再降低要求，但在几节内要求学生熟练掌握仍有困难。在教学中，可在后面几章中分散训练，特别要注意通过作辅助线加强对作图语言的巩固。学生初接触作图语言，可整理、归纳出常用语言，采用填空、选择等多种形式进行训练。如延长 $\times\times$ 到 $\times$ ，使 $\times=\times\times$ ；过 $\times$ 点作 $\times\times$ 垂直于 $\times\times$ ，垂足是 $\times$ 等，结合作图语言并能规范地画出图形。

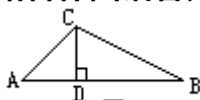


图2

高考复习中如何突出“四化”

江西省铜鼓县中学 刘文沐

复习是教学过程中不可缺少的一环，特别是毕业班的总复习工作尤为重要，它起到透彻理解概念，系统掌握知识内容，深刻领会数学思想、方法，锻炼、提高解题能力，综合应用知识的作用。因此，复习工作的好坏直接影响学生学习成绩的提高，要真正把复习工作搞好，使大多数学生在原有的基础上有一个较大的提高，我认为必须从以下几个方面入手：

一、领会《文件》精神，全面复习重点化

《数学科考试说明》是指导当前数学考试的纲领性文件，几年来的数学高考命题严格按考试说明进行的，因此它是数学复习的重要依据。教材是复习的根本，作为教师首先要认真学习和深刻领会《说明》的精神实质，其次抓纲务本是必备的品格，只有具备了这两点，才能对高中数学的全部知识形成自己完整的知识结构。分清了解、理解、掌握、综合应用和灵活运用四个层次，在教学过程中做到有的放矢，否则就会出现平铺直叙，面面俱到，搅乱层次关系，混淆学生思维，降低复习效力。例如曲线方程问题，考试说明规定理解“曲线的方程”和“方程的曲线”的概念，掌握曲线与方程的关系，运用求曲线的方程的四个步骤求出曲线的方程。不要求证明它的完备性和纯粹性，如果随意拔高，就会事倍功半。高考复习时所学内容都进行复习，包括基础知识、基本思想方法、基本技能等。不能丢掉一部分自认为“不重要”或“不会考”的部分。高中内容 130 个知识点，个个都要过关，但时间紧，任务重，学生水平参差不齐，考试分值比例不一。这就要求在复习中既要全面复习，又要重点突出。第一，知识重点，按 1995 年高考分析，代数占 62%，立几、解几各占 19%。代数又以函数为主线，可见函数乃重中之重。解几以三种特殊的圆锥曲线为重点，方法上以代入法，坐标法为重点，思想上以贯彻函数方程，数形结合为重点。第二，学生的水平按常规，好、中、差生各占的比例是 20%、60%、20%。显然，复习对象的重点也就一清二楚了，对不同类型的学生要提出不同的要求，这就要求在选题上做到好的吃得饱，中的吃得好，差的吃得得了。

二、把握知识结构，章节内容系统化

在讲授新课时，是一节一节地讲，这样学的知识比较零乱、分散，学生往往有“点点滴滴”之感。在复习时，必须以“章”为单位进行，每章都有一个完整的知识结构，使知识点形成一条知识线。因为它们的概念和规律有着密切的逻辑关系，它们从不同的角度描述同一概念的变化规律或是由浅入深层层揭示某一概念的深刻内涵，这样章节内容会形成块状系统。比如两角和与差的三角函数，我从两角和差的余弦、正弦入手用一节课就把所有三角变换公式都串起来了。再比如三角诱导公式用奇变偶不变，符号看象限概括，公式非常有好记忆。再比如指数函数关于值变化的性质：当底数 $a > 1$ 时，对于任意 $x > 0$ ，有 $a^x > 1$ ；若 $x < 0$ ，则 $0 < a^x < 1$ ；当底数 $0 < a < 1$ ，若 $x > 0$ ，则 $0 < a^x < 1$ ，若 $x < 0$ ，则 $a^x > 1$ ，归纳为“101”性质。同样，对数函数的相等性质，可归纳为“110”性质。这样，既弄清楚了各知识点知识的来龙去脉和各自的特征，又掌握了它们之间的内在联系，以各知识点为纲，纲举则能使每个知识点的面貌与关系展现出来。

三、贯彻通法通则，线面知识一体化

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学，高中数学可分为代数、三角、立几、解几四大部分，共十三章，每一章为一条知识线，每一部分为一个知识面。虽然各自都有不同的研究对象和研究方法，在对每个知识点、每条知识线归纳和综合复习时，应强调这部分知识的研究对象、方法特点，还应注意总结知识线面之间的区别与联系，全面复习通法通则，以求达到融会贯通，形成知识一体化。如何一体化呢？通常采用数形结合，一题多解，一题多变等方法，借助题组训练复习某一知识。如数列极限的定义，应借助数轴，借助坐标把解析几何问题转变为代数问题来研究，就有一定的规律可循，有助于问题的解决。比如对公式 $A=a(1+x)^n$ ，当 $n=2$ 时，可用一元二次方程求根公式解，当 $n>2$ 时，可“取对数”，也可用等比数列通项公式，也可用二项式定理理解等，这样就把有关知识沟通了。再比如代数课本上一题：7 个人并排站成一排，如果甲必须站在中间，有多少种站法？可延伸为：“甲不站排头，乙不站排尾”、“甲乙两人必须站在一起”、“甲乙两人之间隔一人，隔三人”，“甲不站乙站左边”等，这样举一反三，就可做到触类旁通。总之，要注意代数在三角、几何上的应用，三角、代数在解析几何中的作用，几何图形在解题中的直观作用。做到优势互补，使各知识线面之间的界限得以填充，形成完整的初等数学体系。

四、加强思维训练，综合分析提高化

数学是思维的体操，数学的教与学是在思维活动中展开的，思维能力是各种数学能力的基础，特别是现在高考要充分体现思维训练和能力培养。要做到这一点，就必须在复习中，以数学思想为指导，以文字、符号、图形语言为工具，深刻地剖析概念、理论、方法，揭示不同事物间的联系，特别要加强综合分析，做一定数量的综合提高题。这样的综合只能建立在牢固的基础知识之上，否则就会形成空中楼阁，变成搞题海战术。综合题包括知识的综合、方法的综合、技能技巧的设置。比如正四棱锥侧棱和底面所成的角为

a ，相邻两侧面所成的角为 β ，求证： $\cos \beta = \frac{\cos^2 a}{\cos^2 a - 2}$ 就是一例，题文属立

几，基础是平几，运算及结论为三角，解法多样。对于综合题，我认为要引导分析，分散难点，分步进行，否则就会束手无策。所谓“熟能生巧，勤能补拙”，就是要熟练掌握双基知识，多做练习，才能产生方法。要真正达到通过复习，全面掌握知识，提高能力，就必须形成知识的网络化、思路的多维化、解题的规范化，达到“点、线、面、体”提纲挈领，相互渗透，互相作用。通过复习建立起完整的知识系统，这也正符合著名系统论科学家贝塔朗菲的系统定律“整体大于各孤立部分之和”。

重视数学反例的作用

安徽省寿县涧沟镇中心小学

小学生在学习数学时，对于概念、公式、性质、法则的认识，起初往往是带有片面性和表面性的，有时还会产生一些混淆和错误。有经验的教师在教学时不仅能从正面讲清数学知识，而且还能从反面揭示理解上容易产生的混淆和错误，从而使学生在认识上提高一步。事实也是如此，有些重要的数学知识，教师虽然一再强调，但学生就是不能很好掌握，这时如果教师从反面提出一些问题，让学生思考、判断，然后再作适当的点拨，学生反而会容易掌握，并留下深刻的印象。教学时若能恰当地运用此方法，将会收到较好的效果。

反例对于正确理解数学概念，牢固地掌握公式、性质、法则，培养学生的逻辑思维能力，预防和纠正错误，都能起到特有的作用。反例的产生有的是学生在学习“冒”出来的，有的是教师在教学中有意诱“引”出来的，还有的是教师在教学中直接提出来的。不管是以何种形式出现的反例，教师都要引导学生进行详尽的讨论、对比、分析，使学生得到启发，并得出正确的结论。

例如教学成反比例的量这个概念时，由一些具体的事实抽象出这个概念后，要求学生举出一些成反比例的量的例子，少数学生列举这样的实例：“某筑路队铺一段长为 40 千米的铁路，铺好的路 and 没有铺好的路。”“正方形面积一定，它的一边的长和另一边的长”。这就是学生“冒”出来的反例，说明有一部分学生对“成反比例的量”的概念理解片面，教师应该抓住它们进行分析。首先按学生的第一个反例，列出下列数据：

铺好的路 5 10 15 20 25 30 35

没铺好的路 35 30 25 20 15 10 5

然后让学生观察、分析，使他们明白：虽然铺好的路与没有铺好路是两个相关联的量，且没有铺好的路是随着铺好的路的变化而变化，但是这两个量数的乘积不是一定的，如 $5 \times 35 = 175$ ， $10 \times 30 = 300$ ， $15 \times 25 = 375 \cdots \cdots$ ，故这两种量不是成反比例的量。接着研究第二个反例，教师可提出，如果一个正方形的面积一定，为 16 平方米，那么它的边长会变化吗？学生回答：不能变化，边长应为 4 米，进而问：“正方形一边长与另一边长是成反比例的量吗？”这时“冒”反例的学生恍然大悟，经过这两个反例的讨论，使学生真正确成反比例的量必须满足：（1）两种相关联的量一种量变化，另一种量也随着变化；（2）这两种量中相对应的两个数的积一定，这两个条件缺一不可。

学生在运用所学知识解决有关问题时，往往因对所学知识理解的不透，或受一些旧知识的负迁移干扰而发生错误，教师要不失时机地把学生在考试或作业中“冒”出来的反例提出来让大家鉴别、讨论、纠正，这是从反面帮助学生理解和巩固知识的一个好方法。

例1 $8 - 2\frac{1}{5} = 6\frac{1}{5}$ 对吗？为什么？

在讨论这个问题之前，可先让学生计算另一道题： $8 - 2\frac{1}{5} = ?$ ，其结果与

错例相同，使学生马上意识到 $8 - 2\frac{1}{5} = 6\frac{1}{5}$ 是错误的，其原因是误把 $8 - 2\frac{1}{5}$ 理解为 $8 - 2 + \frac{1}{5}$ ，事实上应为 $8 - (2 + \frac{1}{5})$ ，正确的解法是 $8 - 2\frac{1}{5} = 7\frac{5}{5} - 2\frac{1}{5} = 5\frac{4}{5}$ 。

例 2 一种电视机，每台 400 元，1500 元可以买几台？还剩多少钱？这样写法对不对？为什么？

$$1500 \div 400 = 3 \text{ (台)} \cdots \cdots 3 \text{ (元)}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 400 \overline{)1500} \\ \underline{12} \\ 3 \end{array}$$

要使学生判断解答是否对？可让学生按原数进行计算（不把被除数和除数同时缩小 100 倍）；可得式一，还可验算错例式二，与原题不符合，这样不仅学生知道原来做错了，且能看出错误的原因是把余数“3”在被除数的百位上而看成是在个位上，故把余数 300 误写为 3。

$\begin{array}{r} 3 \\ 400 \overline{)1500} \\ \underline{1200} \\ 300 \end{array}$ 式一	$\begin{array}{r} 3 \\ \times 400 \\ \hline 1200 \\ + 3 \\ \hline 1203 \end{array}$ 式二	$\begin{array}{r} 304 \\ \times 287 \\ \hline 238 \\ 272 \\ 68 \\ \hline 9758 \end{array}$ 式三
--	---	--

教师不仅要善于抓住学生在回答问题或作业中所出现的反例进行分析研究，还要在教学中有意识地“引”出反例，引起学生重视，把学生的错误消灭在萌芽之中。

例如在教学“乘数中间有零可以省略不乘的计算方法时，先运用例题 287×304 讲解了用零这一步可以省略但要记准位”的算法后，接着要求学生用乘法交换律进行验算；从而引出反例式三，很明显计算出现了错误，经教师启发后学生发现计算错误的原因是将“被乘数中间的零省略不乘”而造成的。从而使学生深刻地认识到一个有零的三位数，其零所处的位置不同，计算时处理的方法也不同。

又如在教学圆锥的体积公式时，教师不仅让学生用等底等高的圆锥和圆柱做实验，推出圆锥的体积公式，而且让学生用等底不等高和等高不等底的圆锥、圆柱再做实验，使学生从反面认识到圆锥的体积等于圆柱的体积的三分之一，只有在等底等高的条件下才能成立，否则是不成立的。这样就能使学生的错误得到预防。

反例还可以在教某一知识内容后，直接由教师提出来，目的是通过师生的讨论、判断、纠正，使学生概念更加明确，帮助学生牢固地掌握有关公式、法则和性质。

例如教学“小数的性质”后，学生常将性质中的“末尾”一词与习惯中的口语“后面”相混淆，这时教师提出：小数的性质就是小数点后面添上“0”或者去掉“0”，小数的大小不变。这种说法对吗？有的学生辨别不出，教师可按后面的含义将 12.057040 化简得 12.574，对不对？学生一看便知“后面”这个词不恰当，一定耀用“末尾”两字。

又如为了帮助学生弄清标准数的含义，教师可提出这样的反例，让学生鉴别：

(1) 若甲数比乙数多 $\frac{1}{5}$ ，则乙数比甲数少 $\frac{1}{5}$ ；

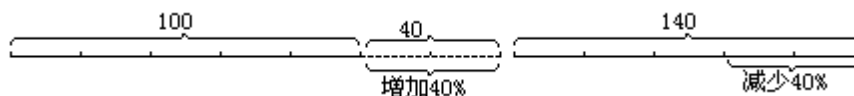
(2) 100 增加 40%，再减少 40%，仍是 100。

上述两种说法都是错误的，(1) 中甲比乙多 $\frac{1}{5}$ 是以乙为标准数，乙比甲少 $\frac{1}{5}$ 是以甲为标准数。(2) 中 100 增加 40%，是以 100 为标准数，而再减少 40%，则是以 $100 \times (1+40\%)$ 为标准数的，若运用线段图就更明确了。

甲： 

乙： 

可见：甲比乙多（乙的） $\frac{1}{5}$ ，乙比甲少（甲的） $\frac{1}{6}$ 。



可见：100 增加 40% 为 140，

140 减少 40% 应为 $140 \times (1-40\%) = 84$ 。

浅谈在小学数学教学中非智力因素的培养

浙江省文成县城关镇小 卓东健

所谓的非智力因素是同发展智力有间接关系的心理因素，如兴趣、习惯、意志以及性格等。作为一位数学教师，要大面积提高课堂教学效率，培养出德、智、体全面发展的新人，就必须注意非智力因素的培养。

一、明确动机，激发学生的学习兴趣

学习动机是掌握知识，形成高尚完美品格的重要组成因素。物理学家扬振宁说：“成功的真正秘诀是兴趣”。而对儿童来说，他们的学习动机，大多来源于直接兴趣，它是获得知识，开拓眼界，丰富心理生活的最重要的推动力。

（一）明确学习目的，启发学生求知的需要

让学生知道学习的目的，是引起学习动机和兴趣的好方法，它能使學生产生一种强烈的学习愿望，推动他去积极主动地学习。如掌握图形面积计算公式，就可以测量学校教学楼、操场、实验用地的面积。当学生了解数学知识的实际应用后，他们的学习积极性就会大增。

（二）改进教学方法，激发学生积极思考

（1）展示规律

儿童在学习过程中突出的表现为喜新和好奇，教师在教学中要采用多种多样的教学方法，激发学生积极思考。如教圆锥体的体积公式之前教师指导学生制作等底等高的圆柱与圆锥的容器各一个，要求回家装满沙，分别算出重量。课堂上每人报出自己圆柱所装沙的重量，教师随即说出另一个容器（圆锥）装沙的重量，学生感到“奇”，恨不得一下解开奥妙，趣意横生之际便是传授知识的最佳之时。随后，教师当场演示实验，全班同学就会全神贯注仔细观察，等底等高的圆锥体积是圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ ，这样鲜明的形象深刻地印进学生的脑海，省时减力，事半功倍。

（2）寓教于乐

结合教学内容，设计一些趣味性强的练习题，寓教于乐之中，能激起学生的学习兴趣。例如“一个抽屉里放着一些糖果，小芳每次总是取出总数的 $\frac{1}{2}$ ，然后放回一颗，这样取放 100 次后，这时抽屉中有 2 颗糖果，那么开始抽屉里有几颗糖果？”这是一道智力趣题。若不加以分析，学生是无从着手的，这时教师只要通过引导、点拨，采用还原法，倒过来想就容易多了。最后的 2 颗，减去放回的一颗，剩下的一颗占 $\frac{1}{2}$ ，第 99 次是 2 颗，再往前想这 2 颗又减去放回的一颗，剩下的一颗又占 $\frac{1}{2}$ ，那么第 98 次还是 2 颗，由此推想，开始的抽屉也只有 2 颗，而且可以推想出不管取放多少次，始终还是 2 颗。

（3）设计新颖

题目的设计，一个很大的特点，是要求学生发现规律，促使学生概括推理能力的发展。如小学应用题常见的练习形式有：一题多解、一题多问，改变条件的练习，看到列式练习和编题练习等等。特别是练习设计的新颖，对激发兴趣大有裨益。如：下面的式子按某规律排列。计算第 100 个式子得多少？

①1+1 ②2+3 ③3+5 ④1+7 ⑤2+9

⑥3+11 ⑦1+13 ⑧2+15 ⑨3+17……

解这道题首先要寻找规律，这些式子排列是有规律的，每一加数是1、2、3轮流排列，第二加数是奇数顺次排列，因此，第100个式子的每一加数是1，第二加数是199，计算结果是200。

（三）适当开展竞赛，将竞争意识引入学习

竞赛历来被当作激发斗志，争取优良成绩的手段之一。为此，可以设计百题无差错的红旗竞赛，并把每次成绩用星星点缀图或荣誉表记载，使学生看到自己的进步而高兴。

（四）及时反馈信息，恰当进行表扬和批评

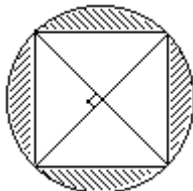
心理学家研究结果表明，及时反馈信息，把表扬和批评恰当的结合起来运用，在表扬时指出其进步努力方向，在批评时肯定其成绩和进步，也能收到较好的教育效果。

二、坚持求索，磨练意志

意志就是儿童自觉地确定目的并支配其行动，以实现预定目的心理过程。有了坚强的意志，才能在学习过程中锲而不舍，有始有终，甚至做出惊人的事迹。

（1）在与难题作斗争中培养学生坚强的意志

数学问题的难易在一定程度上会影响学生的意志形成和发展，教师除结合教学内容等方面向学生讲述意志锻炼的意义和方法外，在教学过程中，还应布置难易适度的作业，培养他们在与难题作斗争中锻炼意志。如：有一个直径20厘米的圆形铁皮，中间剪去一个最大的正方形（如图），还剩下多少边角料？此题学生可能感到无从着手，这时教师积极鼓励学生思考后再作点拨，圆的直径20厘米与中间正方形有什么关系？正方形画出的对角线成什么图形？这样学生的思维就畅通了，再通过分析，列出算式：



$$\left(\frac{3.14 \times 10 \times 10}{360} \times 90 - 10 \times 10 \times \frac{1}{2} \right) \times 4 = (3.14 \times 25 - 50) \times 4 = 314 - 200 = 114 \text{ (平方厘米)} \quad (\text{半径} = 20 \div 2 = 10 \text{厘米}) .$$

（2）发挥榜样教育作用，激励学生拼搏、进取精神

如教学圆周率时，我们举了祖冲之致力于圆周率 π 的研究故事。经过祖的精心钻研，确认 π 的值介于3.1415926与3.1415927之间，他是世界上第一个算出 π 的精确到小数点后七位的近似值的人。在计算过程中，祖冲之不仅应用了先进的极限思想和方法，而且付出了极其艰辛的劳动，因为这一工作要从正六边形算起，不断算出边数倍增的正多边形的边长和面积，当时阿拉伯数码尚未出现，所有运算均用筹码进行，其艰难程度简直难以想象。这个故事极大地激励了学生。

三、培养学生良好的情绪，建立融洽的师生感情

情感是人们对客观事物产生的喜、怒、哀、乐等情绪的体验，在教学过程中，教师是影响学生最积极，最活泼的因素。师爱是打开学生心灵大门的

金钥匙，数学教师应以热爱学生的情感来感染学生，这才能与儿童融洽相处，成为儿童的大朋友。特别是差生，自卑是他们共同的心理状态，更希望得到教师的关怀和鼓励，哪怕是一句赞扬的话，都会在他们心中产生回响。正如苏霍林斯基说的：让每一个学生都抬起头来走路。

教学中如何培养学生的缜密思维能力的探讨

山东省东明县教委 祝俊生

缜密思维要求考虑问题全面，周密而不遗漏，在数学教学中若能注重这方面能力的培养，不仅有助于提高学生的解决问题分析问题的能力，而且更有助于学生严谨品格的培养。

解题教学中，我们常发现有的学生分析解决问题时，要么思路不清晰，考虑欠周密，导致答案与原解南辕北辙，要么顾此失彼，叙述不严谨，方法太繁琐，导致解题不严密，究其原因，有以下几个：

1. 重解题，轻概念

中学生在学中容易产生“数学就是解题”的不良思想倾向，在其对基本概念的内涵和外延还没有足够的认识，透彻理解的情况下，就急于解题，难免出现错误。

2. 重结论，轻条件

数学中的定理、法则、公式都有其一定的先决条件，如果只注重于结论的表面形式，忽略其前提条件而盲目应用，自然会产生错误。

3. 注重已知条件，忽略隐含条件

许多学生解题时只着眼于题设中已给出的现成条件，缺乏从所研究问题中揭示被掩盖了的隐含条件的能力，这样难免会因此使解题陷入死胡同。

4. “潜在假设”造成“解”不严密

当学生解题陷于百思不得其解的困境时，常常轻易相信从某一种特殊情况得出的结论，并引此为据解答问题，如果这种潜在假设并不正确或不够严密，自然就会出现不合理的解答。

5. 以偏概念造成解不完备

在解决比较复杂的问题时，通常需要从不同角度去分析，更有许多问题，当某些条件发生变化时，会造成结论的改变，如果不善于将问题进行全面讨论，合理分类，做到不重不漏，就难以得到完整的结论。

针对上述的五个方面思考不缜密的弊端，研究切实可行的防范措施，是非常必要的，下面谈谈我在教学实践中的一些具体做法。

1. 要求学生语言精确，言而有据

语言是思维的结果，同时又反作用于思维，如果能在平时养成语言（说或写）严密的习惯，势必能促进思维的缜密性，更有助于透彻理解概念。

从初一开始，我就要求学生改变不准确的语言习惯，逐步懂得语言精确化的必要性，同时要求学生一方面能够准确地理解教材中的精确叙述，另一方面能准确地应用数学语言叙述教材中的结论及解题过程。

此外，经常结合教材，对数学语言的精确性作典型的对比分析与论述。

如，在一些数学术语的应用方面，像“存在”与“唯一”，“且”与“或”有“任意解”与“有任意多解”等。

在一些命题的论述方面，如“3是9的平方根”但“9的平方根却不只是3”，“有理数是实数”但“实数并不都是有理数”，“正方形的四边都相等”但“四边都相等的四边形并不都是正方形”等。

2. 引导分析条件与结论的逻辑关系

任一结论都有某一定的前提条件，离开了这个条件就不会产生结论，教

学中每学一个新结论（或解、证）我都要引导学生对其条件作深层的分析与探讨，既研究此结论必须具备的条件，又研究由此条件导出的各种必然结论，此举对培养学生的缜密思维习惯，改掉“重结论，轻条件”毛病行之有效。

3. 结合教材，加强正反两方面的教学

教学时既要着眼于教材中现成的结论进行缜密思维的模仿教学与训练，也要以一些由于缺乏缜密思维而导致错误的常见例子，引导学生分析辨别，使学生的思考逐步完善。

例如在 $\triangle ABC$ 中，若已知 $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\cos B}{\cos A}$ ，判定 $\triangle ABC$ 的形状时，如果将

正、余弦定理的公式代入上式，则很容易推出 $c^2(a^2-b^2) = (a^2+b^2)(a^2-b^2)$ ，于是有些同学将其两边同除以 (a^2-b^2) 得 $c^2 = (a^2+b^2)$ ，判断 $\triangle ABC$ 为直角三角形。

此解粗看起来并没有什么毛病，但经仔细推敲，即可发现漏洞，这时不妨先问：当 $a=b$ 时，原已知等式成立吗？答案是肯定的，那么 $\triangle ABC$ 不也可以是等腰的吗？然后引导学生逐步地寻找依据，查到最后发现，原来在同除以 (a^2-b^2) 时，忽略了 $a^2-b^2=0$ 的可能性。最后说明：原来两边同除以 a^2-b^2 时，是在假设 $a \neq b$ 的条件下进行的，显然这种“潜在假设”带来的后果将可想而知；于是学生便在阵阵感叹声中悟出了缜密思维的重要性。

4. 进行特例反驳教学

为了克服以偏概全，以多代全的通病，要经常引导学生研究含于问题中的特殊情况。举反例就是攻其一点否定全局的思想方法，它能使學生思考问题更臻完善，这个教法可渗透到教学的各个环节中。

如纠正“一元一次方程 $ax = b$ ，有唯一解 $x = \frac{b}{a}$ ”这一错误认识，可举例

问：“当 $a=b=0$ 时呢？”诸如此类。

5. 加强思维的纵向延伸与横向交流，使思考问题达到全面。

为了提高学生合理分类，全面讨论问题的能力，从而防止“解”不完备，除了多进行实例教学外，还要结合教材进行针对性的教学与训练，特别是解决一类问题时，要引导学生能够同中变异，异中求同，从而产生尽可能多的选择方案，以供学习与研究。此类研究方法散见于一题多解，一题多变的教学实例，除了适时启发引导，以使思维纵向延伸外，还要指导学生进行思维方法的横向交流，这是由于学生间，师生间的思维存在一定差异，研究问题也有深浅、宽窄之分，解决方法又常有正误、优劣之别，所以如果多方注重学生间的思维交流，常可使得一人的成果成为师生全体的财富，一人的教训成为大家的警戒，从而解一题明一路，学会了技巧，完善了题解，如果经常引导学生进行这方面的练习，势必能够提高学生的严谨思维能力，使之对问题的思考更全面、更准确。

以上几点做法，仅仅是就本文提出的五方面“病”因，而采取的针对性措施，要全面提高学生的缜密思维能力，还需教师经常发现新情况，不断探索新方法，从而寻求更科学、更具体更有效的途径。

教改经验总结

四川省凉山彝族自治州昭觉中学 张德强

为了更好地培养学生的能力，发展学生的智力，在上级领导和学校领导的大力支持和热情关怀下，在本教研组全体教师的帮助下，我于 1995 年 9 月开始，采用卢仲衡教授主编的《中学数学自学辅导教材》，进行了为期一年多的数学自学辅导教改实验，取得了一定的教学效果。

一、我班原始情况

我着手自学辅导教学法是从初 98 级 5 班开始的，进入初中时该班共有学生 42 名，小学毕业统考数学成绩，最高分 100 分，最低分 81 分，平均分 92 分。当时，学校为了使我便于自学辅导实验，特地在招收初一新生时，把成绩最好的学生选在这个班上。

二、具体做法

（一）解放思想，提高认识。

由于我校地处大凉山腹地，是全国典型的边远山区贫困县，学生来源 90 %以上是连汉语都说不清的彝族子女，学生知识基础很差，所以，在实验自学辅导教材之前，我总是顾虑不少，觉得讲得多而细，学生尚且学不好，如果搞自学辅导，成绩上不去怎么办？但在学校领导的鼓励和支持下，我又反复学习了有关自学辅导的经验材料，认真钻研了卢教授编写的自学辅导教材，对这套教材的编写原则和优点，有了更深层的认识，从而坚定了我进行教改实验的信心和决心。

（二）做细致的思想工作，树立学生学习的信心。

在实施自学辅导教学法初，许多学生不适应。作为边远贫穷山区的绝大多数彝族学生，自学能力、是非观念及品德修养等都较差。如有的学生在开始进行自学为主的教学法时不知所措，有的则凭一时热情，对知识不求甚解，不少家长也提出异议。为此，我深入学生和家庭，向学生和家长介绍各地进行自学辅导法所取得成功的事例，向他们讲解教师的主要作用是“授之以渔”，“教是为了不教”的道理，使学生终于初步树立了自学辅导教学法的信心。

（三）教给方法，培养自学习惯。

根据少数民族学生基础差，知识层次不一和以往的教学法等情况，我不断地探索研究卢教授提出的“七条教学原则”，灵活运用“启、读、练、知、结”的教学模式，在“启、结”这两个主导阶段上，我先用 20 分钟左右的时间，尽力把重、难点讲解详细些，然后，让学生“读”这一环节中，指导他们怎样去“读”，经过近半个学期的教学，学生基本上掌握了自学的方法。然后，我再慢慢地过渡到“启、结”两环节用 15 分钟左右，而学生的“读、练、知”活动用 30 分钟左右的计划。实践证明，这样的过渡适合少数民族学生的特点，逐步培养了他们的自学习惯，提高了学生的自学能力。

具体做法是：

1. 教会学生“读”。自学辅导教学开始时，教师首先用二三周时间，指导学生逐句阅读、分析，逐段概括小结。第二步再由老师编出“阅读自学提纲”，让学生根据“提纲”读课文，思考和解答问题。第三步才由教师口述重难点，学生自己去阅读思考，练习和作批注等。

2. 教会学生记笔记。一开始，很多学生都不会记笔记，对数学等科目，有的学生甚至从不记笔记。为此，我首先要求学生做到“读记结合”，教会他们使用符号批注法，自觉摘录理解概念、法则、公式等。第二步要求学生作“自问自答式”提要，让学生把每堂课所学的内容进行小结。第三步要求学生整章整段（节）的内容进行总结，明确自己掌握知识的优劣度。

3. 教会学生自检自查作业。因实验教材的习题都附有现成的答案，实验自学辅导教学的初期，不少学生在作练习时，动不动就去看答案，起初我边做学生的教育工作边进行辅导，同时，把教材所附答案去掉，当学生具有一定的自学能力和自觉性后我要求学生分组互查作业，然后教师抽查，并定期进行优秀作业评比展览。

4. 抓“两头”，促“中间”。具体做法是：

a. 对优生：适当增加些难度较大的习题；组织优生谈体会，交流学习经验；要求优生和差生“结队”互帮互学。

b. 对差生：把差生分成“双基”能力差，成绩低；自治力差，学习不专心和惰性强，没有良好的学习习惯三类，对症下药，对他们提出较低的要求，及时表扬他们的点滴进步，增强他们的自信心，激发他们的学习兴趣，逐步提高他们的学习成绩。

c. 对中等生：一是多激励，二是以优生和进步大的差生为“典型”敦促他们，最大限度地调动了他们的学习积极性。

5. 建立“学习分析”制度。我要求学生每两周写一次自己在学习上进步或退步的原因分析，及时交给教师查阅后，与家长取得联系，使教师和家长对学生的情况都做到“胸中有数”，从而使不断地进步。

三、实验取得的初步效果

（一）学生自学能力增强了。

由于学生初步养成了自学的习惯，具有了一定的自学能力。因此，在每次的州、县、校统考中，成绩都明显地优于其他使用统编教材的班级。

（二）教学成绩提高较大。

表 1 实验班与平行班历次数学统考成绩比较

统考 时间	实验班				对比班			
	参考 人数	人平分	最高分	优生率	参考 人数	人平分	最高分	优生率
初一上期末	43	89.3	100	95 %	45	65.1	95	21 %
初一下期末	45	90.9	100	98 %	45	67.8	97	18 %
初二上期	45	90.5	100	96 %	45	64.2	96	16 %

注：对比班是指其余 4 个班中最好的一个班。

通过自学辅导的训练，绝大部分学生都提高了自学能力，我班学生不仅学卢教授主编的《自学辅导教材》，并且自学统编教材，目前的初二学生中相当一部分人已自学完了统编教材的初中全部教材，数学能力有了明显的提高。1996 年 8 月四川省夏令营数学竞赛，我班学生获省初一组一等奖一名，三等奖二名。1996 年 11 月省数学联赛，我班初二学生参加初三的数学赛，全县 12 名学生获奖，我班占了 5 名。1996 年 12 月全国数学联赛，考初三题，

全县上报获奖学生 5 名，本班学生占 2 名。

（三）学生能力迁移，促进了各科的发展。

通过自学辅导教学，一年半来，实验班学生的自学能力的提高不仅体现在数学方面，其他学科的学习能力也有所提高。在每次统考中，该班学生的成绩都明显优于使用统编教材的班级的成绩。

表 2 实验班与平行班中最好班期末
统考各科综合平均成绩比较

统考 时间	实验班			平行班最好的班		
	参考人数	人平分	及格率	参考人数	人平分	及格率
初一上期末	43	65.4	88 %	45	47.5	0 %
初一下期末	45	73.5	95 %	45	46.5	0 %
初二上期	45	81.5	100 %	45	50.3	12 %

浅谈学生创造思维能力的培养

山东省定陶县一千王乡教委 杨宪良 张庆闻

在数学教学中，注重开发学生智力，培养学生的创造思维能力，不仅能启迪学生的智慧，提高教学质量，而且对于培养一代“开拓型”的人才有着深远的意义。同时，也是当前小学数学教学改革的重要课题。下面笔者根据自己几年来的教学实践，谈谈对培养学生创造思维能力的几点做法。

一、激发学生的学习兴趣，是培养创造性思维的催化剂

兴趣是最好的老师，是激发学习的原动力。有了兴趣就能产生强烈的求知欲，使学生在愉快欢乐的氛围中迸发出创造性思维的火花。例如：在分数应用题教学中，我设了一道这样的练习题，根据甲仓存粮 50 吨，____，乙仓存粮多少吨？问学生：可以补充哪些条件，并列式算式。问题一提出，同学们都积极思考，争着发言，竟一口气说出下面的条件和算式：

1. 乙仓存粮是甲仓的 $\frac{2}{5}$ ， $50 \times \frac{2}{5}$
2. 甲仓存粮是乙仓的 $\frac{2}{5}$ ， $50 \div \frac{2}{5}$
3. 乙仓比甲仓少存粮 $\frac{2}{5}$ ， $50 \times (1 - \frac{2}{5})$
4. 甲仓比乙仓少存粮 $\frac{2}{5}$ ， $50 \div (1 - \frac{2}{5})$
5. 乙仓比甲仓多存粮 $\frac{2}{5}$ ， $50 \times (1 + \frac{2}{5})$
6. 甲仓比乙仓多存粮 $\frac{2}{5}$ ， $50 \div (1 + \frac{2}{5})$

通过上述补条件列算式训练，学生的兴趣盎然，思维活跃，不仅使学生掌握了这一类问题的解法，而重要的培养了学生创造思维能力。

二、通过设疑来培养学生的创造性思维能力

“学贵有疑，小疑则小进，大疑则大进”。因此教师在教学中要通过设疑来创设培养创造思维的情境。如：在讲“能被 2、3 整除的数的特征”一节时，一开始老师先给出几个多位数，让大家用最快的速度说出哪个数能被 2 整除，哪个数能被 3 整除。一分钟后，学生通过计算只能说出一两个被 2 整除的数。此时老师让学生出数老师答，学生出一个老师马上答一个。这时学生就产生了疑问：“为什么老师算得如此快？急于知道其中的奥妙”。接着教师揭示课题，学生的注意力马上被吸引住。我紧紧抓住这个时机，及时引导学生探究新授内容，使学生带着求知悬念转入新知的探索思考之中。通过学生动脑、动口、动手一系列探索活动，最大限度地调动了学生的积极主动性，从而培养了学生的创造思维能力。

三、充分运用直观教学，培养学生的创造思维能力

小学生的思维是以具体形象思维为主，因此，教师应遵循儿童的认知规律和知识间的内在联系组织教学，充分利用直观手段，使学生对所学知识获得清晰鲜明的印象。例如：对圆锥体积公式的推导。可把学生分成几组分别

做三个实验。即把空心圆锥体内装满的沙子分别倒入三个（一个与圆锥体等底不等高，一个与圆锥体等高不等底，一个与圆锥体等底等高）空心圆柱体内，直至倒满为止。大部分同学都能推导出圆锥体的体积等于和它等底等高的圆柱体体积的三分之一。要求圆锥体的体积，应先求出与它等底等高的圆柱体的体积，然后再乘以三分之一，即：

$$\text{圆锥体的体积} = \frac{1}{3} \times \text{底面积} \times \text{高}。$$

由于这个结论是通过学生自己的实践操作得出来的，因此，印象深记的牢，同时也促进了学生创造思维能力的发展。

四、通过一题多变，一题多解，培养学生的创造思维能力

学生在解题过程中思维是否灵活，有无创造性是反映其数学能力的一个重要标志。在教学中我借鉴全国著名教育家马芯兰的教改思想，打破过去一个例题一个例题地讲的教学方法，重新编排一系列练习题进行系统训练。我主要采取了一题多变和一题多解的训练方法。

1. 通过一题多变，培养思维的创造性和变通性。例如：一个水果店运进苹果8吨，比桔子少 $\frac{1}{9}$ 吨，运进桔子多少吨？可变为以下各题。

- ①一个水果店运进苹果8吨，比桔子少 $\frac{1}{9}$ ，运进桔子多少吨？
- ②一个水果店运进苹果8吨，比桔子多 $\frac{1}{9}$ ，运进桔子多少吨？
- ③一个水果店运进的苹果比桔子多10%，运进苹果8吨，运进桔子多少吨？
- ④一个水果店运进桔子7.2吨，比苹果少 $\frac{1}{8}$ ，运进苹果多少吨？
- ⑤一个水果店运进桔子7.2吨，比苹果多 $\frac{1}{8}$ ，运进苹果多少吨？
- ⑥一个水果店运进的苹果比桔子多 $\frac{1}{9}$ 吨，苹果比桔子少10%，运进桔子多少吨？
-

通过一题多变的训练，对进一步拓宽学生的思路，发展学生智力，培养思维的灵活性和创造性大有益外。

2. 通过一题多解，培养学生思维的灵活性和创造性。

教学中我经常鼓励学生一题多解。例如：某服装厂计划做120套服装，前三天已完成计划的 $\frac{1}{5}$ ，照这样计算，完成加工任务，还需要几天？要求学生用多种解法，现举例如下：

$$\textcircled{1} (120 - 120 \times \frac{1}{5}) \div (120 \times \frac{1}{5} \div 3)$$

$$\textcircled{2} 120 \div (120 \times \frac{1}{5} \div 3) - 3$$

$$\textcircled{3} (1 - \frac{1}{5}) \div (\frac{1}{5} \div 3)$$

$$\textcircled{4} 1 \div (\frac{1}{5} \div 3) - 3$$

$$\textcircled{5} 3 \div \frac{1}{5} - 3$$

$$\textcircled{6} 3 \times (1 \div \frac{1}{5} - 1)$$

.....

通过多向联想，把学的有关知识沟通起来，从不同角度思考问题，促进思维的灵活性，同时还要引导学生寻找最佳解法，培养思维的独创性。

总之，教学中要遵循教育规律，根据儿童年龄特点和认知规律，采用直观教学手段，激发学习兴趣，通过一题多变，一题多解等方法，注重培养学生的创造性思维能力。

例说几何法在二次根式问题中的应用

湖南省永州市逸夫中学 蒋连明

一般地说来,含有二次根式的问题,运算量都比较大,如果我们能灵活运用几何中的结论和方法,就能使某些问题直观、形象,解法灵活、简捷。本文仅以几例说明之,恳请同行指教。

例1 解不等式 $\sqrt{5-4x-x^2} \geq x$. (1991年三南高考试题)

分析 给出的参考答案是将 x 分为: $x \geq 0$ 及 $x < 0$ 两种情况来解的。

事实上,若设 $y = \sqrt{5-4x-x^2}$ 及 $y = x$ 借助于图象及解方程,求得交点坐标为 $x = \frac{\sqrt{14}-2}{2}$. 则可直接得解 $-5 \leq x \leq \frac{\sqrt{14}-2}{2}$,而不需分类。

例2 解方程:

$$\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{1-x+x^2} = 4.$$

分析 可将原方程变形为

$$\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 4. \text{ 设}$$

$F_1\left(1-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 、 $F_2\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则问题可转化为在 x 轴上求一点 $P(x, 0)$,

使得 $|PF_1| + |PF_2| = 4$. 根据椭圆的定义,这样的点应在以 $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 为中心,

F_1 、 F_2 为焦点的椭圆上,因此得椭圆的标准方程为:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{\left(y - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{15/4} = 1$$

令 $y = 0$, 则 $x^2 = \frac{16}{5}$, $\therefore x = \pm \frac{4}{\sqrt{5}}$.

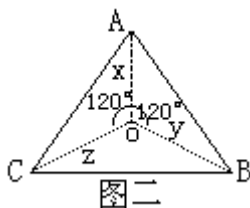
通过检验知原方程的解为:

$$x_1 = -\frac{4}{\sqrt{5}}, x_2 = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

例3 x, y, z 均为正实数,求证:

$$\sqrt{x^2+xy+y^2} + \sqrt{x^2+xz+z^2} > \sqrt{y^2+yz+z^2}$$

分析 这是关于 x, y, z 的无理不等式,如果使用两边平方的办法来证明显然比较复杂,由于 $x, y, z \in \mathbb{R}^+$, $x^2+xy+y^2 = x^2+y^2-2xy\cos 120^\circ$,联想到三角形的边关系,于是构造三棱锥 $O-ABC$ (如图二),使 $OA=x, OB=y, OC=z$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 120^\circ$,



则有

$$AB = \sqrt{x^2 + xy + y^2},$$

$$BC = \sqrt{y^2 + yz + z^2},$$

$$CA = \sqrt{x^2 + xz + x - z^2},$$

由 $AB+CA>BC$ 可得求证的结论.

例 4 求下列函数的值域：

$$(1) y_1 = \sqrt{5x^2 + 20x + 65} + \sqrt{5x^2 - 40x + 205}$$

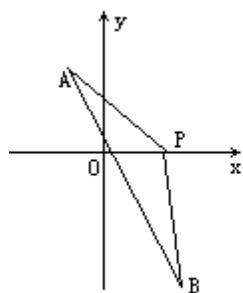
$$(2) y_2 = \sqrt{5x^2 + 20x + 65} - \sqrt{5x^2 - 40x + 205}$$

分析和例2一样, 先将上两式右边化为: $\sqrt{5}[\sqrt{(x+2)^2 + 9} \pm \sqrt{(x-4)^2 + 25}]$ 。
然后

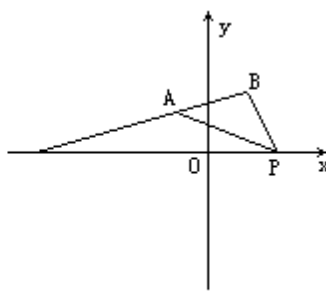
$$\text{令 } t_1 = \sqrt{(x+2)^2 + 9} + \sqrt{(x-4)^2 + 25},$$

$$t_2 = \sqrt{(x+2)^2 + 9} - \sqrt{(x-4)^2 + 25},$$

则 t_1 是点 $P(x, 0)$ 到两点 $A(-2, 3)$ 与 $B(4, -5)$ 的距离和,
(如图三), 又 $\lim_{x \rightarrow +\infty} t_1 = +\infty$, 且 $t_{1\min} = |AB| = 10$, 于是有 $10\sqrt{5} \leq y_1 < +\infty$.



图三



图四

t_2 得点 $P(x, 0)$ 到点 $A(-2, 3)$ 与点 $B'(4, 5)$ 的距离差 (如图四),
当 $P(x, 0)$ 是射线 $B'A$ 与 x 轴的交点 $(-11, 0)$ 时, $t_{2\min} = -|AB'$

$'| = -2\sqrt{10}$. 由三角形三边的关系知当 $x < -11$ 时 $t_2 < 0$, 且 t_2 是减函数,

当 $x > -11$ 时 t_2 是增函数, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} t_2 = \frac{12x - 28}{\sqrt{(x+2)^2 + 9} + \sqrt{(x-4)^2 + 25}} = \frac{12}{2} =$

6. (*) (*的几何意义是当 $x \rightarrow \infty$ 时, P 点趋向无穷

远点, 两射线 $AP \parallel B'P \parallel x$ 轴), 因此有 $-10\sqrt{2} \leq y_2 < 6$.

像这个方面的例子我们可以举出很多, 但限于篇幅, 本文不赘述了。

一个三角形面积公式的推广及其应用

新疆霍城县六十四团中学 梁大文

三角形的面积 = 底 $\times$ 高 $\div 2$, 即: $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ah$ 在小学就出现了。初中教材里又有等底等高的三角形面积相等这一推论。笔者在近几年辅导学生参加数学竞赛过程中发现等底(或等高)的三角形面积也有一定关系。

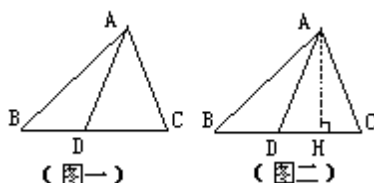
图一, D 为 $\triangle ABC$ 的 BC 边之中点, 由于 A 点到 BC 的距离唯一, 可知:

$$S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}.$$

图二, $\triangle ABC$ 中, 若 $BD:DC=m:n$, $S_{\triangle ABD}:S_{\triangle ADC}=?$ 过 A 点

作 $AH \perp BC$, 垂足为 H. $\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}BD \cdot AH$, $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}DC \cdot AH$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{1}{2}BD \cdot AH}{\frac{1}{2}DC \cdot AH} = \frac{BD}{DC} = \frac{m}{n}.$$



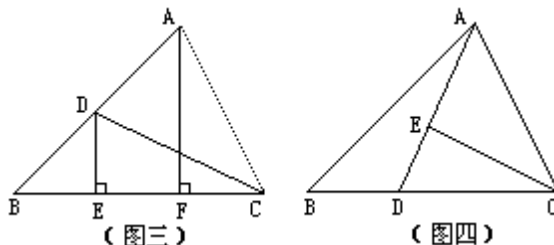
推广 1: 等高的三角形面积之比等于对应底边之比。

图三、 $\triangle ABC$ 中, $DE \perp BC$, $AF \perp BC$, 垂足分别为 E、F. 若 $DE:$

$$AF = m:n, S_{\triangle BDC}:S_{\triangle ABC}=? \quad \frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot DE}{\frac{1}{2}BC \cdot AF} = \frac{DE}{AF} = \frac{m}{n}.$$

推广 2: 等底的三角形面积之比等于对应高的比。这两个结论用处不小。

第七届“希望杯”全国数学邀请赛初一第 1 试 A 组填空题 4。如图四, $\triangle ABC$ 的面积是 1cm^2 , $DC=2BD$, $AE=3ED$, 则 $\triangle ACE$ 的面积是_____。



分析: 由 $DC=2BD$, $S_{\triangle ADC}:S_{\triangle ABC}=2:1$, 所以 $S_{\triangle ADC} = \frac{2}{1+2} \times 1 = \frac{2}{3}$,

又 $AE=3ED$, $S_{\triangle AEC}:S_{\triangle CDE}=3:1$, 则 $S_{\triangle AEC} = \frac{3}{3+1} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$.

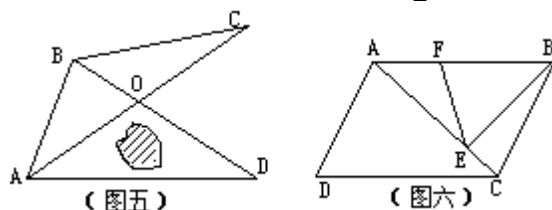
$\therefore$ 填 $\frac{1}{2}$.

同一试题三、B 组 5。如图五某公园的外轮廓是四边形 ABCD, 被对角线

AC、BD 分为四个部分。 $\triangle AOB$ 的面积是一平方千米， $\triangle BOC$ 的面积是 2 平方千米， $\triangle DOC$ 的面积是 3 平方千米，公园陆地总面积是 6.92 平方千米，那么人工湖的面积是平方千米。

分析： $S_{\triangle ABO} : S_{\triangle BOC} = AO : OC = 1 : 2$ ， $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle ODC} = AO : OC = 1 : 2$ ， $\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{3}{2}$ 。

人工湖的面积 = 总面积 - 陆地面积 = $(1 + 2 + 3 + \frac{3}{2}) - 6.92 = 0.58$ (平方千米)。



第七届“希望杯”全国数学邀请赛初二第二试 18 题如图六，ABCD 是平行四边形，E 在 AC 上， $AE = 2EC$ ，F 在 AB 上， $BF = 2AF$ ，如果 $\triangle BEF$ 的面积是 2 (cm)^2 ，则 $\square ABCD$ 的面积是_____。

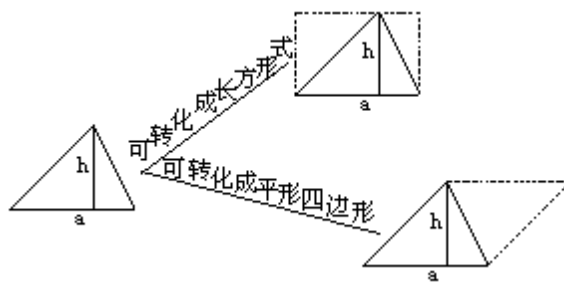
分析： $BE : AF = 2 : 1$ ， $S_{\triangle BEF} : S_{\triangle EFA} = 2 : 1$ ， $\therefore S_{\triangle BEF} = 2$ ， $\therefore S_{\triangle EFA} = 1$ ， $S_{\triangle ABE} = 3$ ，由 $AE : EC = 2 : 1$ ，得 $S_{\triangle ABE} : S_{\triangle BEC} = 2 : 1$ ，

$$\therefore S_{\triangle BEC} = \frac{3}{2}.$$

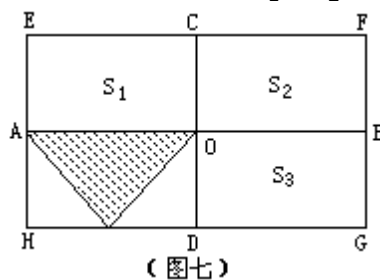
$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \left(1 + 2 + \frac{3}{2} \right) = 9. \therefore \text{填 } 9.$$

类似推广 1、2 可得推广 3：等高的平行四边形面积的比等于对应底的比。
推广 4：等底的平行四边形面积的比等于对应高的比。

第六届“希望杯”全国数学邀请赛初一第二试试题：如图七、两条线段 AB、CD 将大长方形分成四个小长方形，其中 S_1 的面积是 8， S_2 的面积为 6， S_3 的面积是 5，则阴影三角形的面积是_____。



分析：长方形 A0CE 与 OBFC 等高，则 $S_1 : S_2 = AO : OB = 8 : 6 = 4 : 3$ 。



同理： $S_{AHD0} : S_3 = AO : OB = 4 : 3$

$$\because S_3 = 5, \therefore S_{\text{AHDO}} = \frac{20}{3}.$$

$$\text{则 } S_{\text{阴影三角形}} = \frac{1}{2} S_{\text{AHDO}} = \frac{1}{2} \times \frac{20}{3} = \frac{10}{3}. \therefore \text{填 } \frac{10}{3}.$$

上述四道竞赛题还有其它解法，但是利用三角形面积公式 $S = \frac{1}{2}ah$ 的推广 1、2、3、4 解之适合初中学生的水平，简单、明了，便于学生掌握。因此，可以将：等高（或等底）的三角形面积之比等于对应底边（或对应高）的比；等高（或等底）的平行四边形面积之比等于对应底（或对应高）的比作为三角形面积公式 $S = \frac{1}{2}ah$ 推论。让初中学生掌握、应用。从而达到提高学生能力的目的，为从应试教育转变为素质教育贡献力量。

分数应用题教学可逆联想训练例谈

福建省仙游县中岳小学 罗光明

可逆联想是一种双向联想。教育心理学认为，解答应用题时，思维的灵活性与可逆联想的建立有关。不引导学生领会教材内容的可逆性质，只重复形式单向的联系，则会局限他们对该知识的理解，思维呆板，在应该利用其可逆关系时不会逆转。由于数学中有许多可逆性质，如在教学分数应用题时，我从多方面进行了可逆联想训练，培养了学生思维的灵活性。

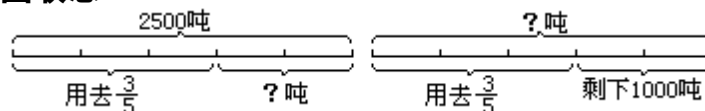
一、比中领悟

例：（1）甲乙两地公路长400千米，一辆汽车行了全程的 $\frac{3}{8}$ ，行了多少米？

（2）一辆汽车从甲地开往乙地，行了全程的 $\frac{3}{8}$ ，是400千米。两地之间的公路长多少千米？

教学时，先引导学生读题分析，比较异同点，然后根据整体“1”确定解法：（1）题是顺解题，求400千米的 $\frac{3}{8}$ 是多少，用乘法计算。（2）题是逆解题，让学生认识此题与上题数量关系是可逆联系。这时，学生不难看出，已知全程的 $\frac{3}{8}$ 是400千米，设全程为x千米，列方程： $x \times \frac{3}{8} = 400$ 即可求解。最后比较解法，引导学生领悟到分数应用题用算术解和方程解本身就是可逆思维。

二、看图联想



教学时，让学生观察线段图联想比较异同点，条件、问题各是什么？并让学生口头编题。通过分析学生容易看出：图（1）整体“1”的量2500

吨 $\times$ 对应分率 $(1 - \frac{3}{5})$ ，乘对应分率的量；图（2）总数的 $(1 - \frac{3}{5})$ 是1000

吨，求总数，已知量 $\div$ 对应分率即可。学生计算后，老师叫学生将计算结果代入图中检验一下，从而进一步领会图（1）、（2）是互逆关系。

三、编题建构

如：小强三天看完一本120页的书，第一天看了全书的35%，第二天看了全书的 $\frac{1}{4}$ ，第三天应看多少页才能看完？

练习中，先让学生独立计算，然后要求学生将结果代入改编成分数除法应用题。教师可适当提示：哪个量作为已知量？哪个量作为未知量？整体“1”有没有变？这样训练，使学生在改编过程中逐渐领会其可逆性质，并通过比较，理解题目结构的异同点，为建立知识结构创造必要的条件。

四、双向拓展

例：振兴书店卖出一批科技书，第一天卖出总数的 $\frac{1}{5}$ ，第二天卖出余下

的 $\frac{1}{3}$ ，第三天卖完3200本。这批科技书共多少本？

教学时，先让学生找出不同整体“1”的量，以总本数为“1”独立解答。教师提示：将第二天卖出余下的 $\frac{1}{3}$ 如何转化为第二天卖出总数的几分之

几？ $(1-\frac{1}{5}) \times \frac{1}{3}$ ，评讲时，引导学生说说解题思路和算式意义。第二步：

根据“第二天卖出余下的 $\frac{1}{3}$ ”这一关键句联想：（1）把什么看作整体“1”？

（2）根据卖出余下的 $\frac{1}{3}$ ，推知余下的是 $(1-\frac{1}{3})$ ；（3）以余下的为“1”，

如何求余下的？ $3200 \div (1-\frac{1}{3})$ ；（4）推求余下的是4800本；如何求总

本数？ $4800 \div (1-\frac{1}{5})$ ；最后让学生列综合算式，并说明算式意义。这样

双向训练，使学生以理解不同“1”的量入手，着重抓关键句可逆联想，用逆推法和转化法解之。这不仅引导学生理解该题的可逆性质，而且为今后灵活地利用其可逆关系解题打下基础。

五、多解求异

又如，甲取存款的 $\frac{1}{5}$ 买洗衣机，洗衣机价格600元，取出来的钱还剩下 $\frac{1}{3}$ 。

求甲原来存款多少元？

练习中，先要求学生用多种方法解，然后评讲，并选择两种解法比较：

解法一， $600 \div (\frac{1}{5}-\frac{1}{5} \times \frac{1}{3})$ 要求学生思考；（1）式中 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$ 表示什么？

（2）括号里求什么？（3）以什么为“1”？最后求什么？

解法二 $600 \div (1-\frac{1}{3}) \div \frac{1}{5}$ （1）以什么为“1”？（2）式中 $(1-\frac{1}{3})$

表示什么？ $600 \div (1-\frac{1}{3})$ 表示什么？最后一步求什么？（取出的钱共900

元，900元是存款的 $\frac{1}{5}$ ，原有存款应是4500元）。

通过比较，引导学生理解：解法一是将整体“1”统一起来，以甲存款为“1”，求出存款数，这是顺解方法。解法二是根据不同的整体“1”，运用该题可逆性质，先求取出的钱，再求甲存款多少元，这是逆解方法。实践证明，这样训练，不局限形式单向的联系，而是进行单向和双向联想结合训练，学生容易理解、接受。

六、变式深化

又出示3道变式题，如：

1. 小明三天看完一本书，第一天看了这本书的 $\frac{1}{4}$ ，第二天看了全书的 $\frac{3}{10}$ ，第三天看了160页。这本书共有多少页？

2. 小明三天看了一本书。第一天看了这本书的 $\frac{1}{4}$ ，第二天看了余下的 $\frac{2}{5}$ ，第三天看了162页。这本书共有多少页？

3. 小明三天看了一本书，第一天看了全书的 $\frac{1}{4}$ ，第二天看了余下的 $\frac{2}{5}$ ，第三天比第二天多看了54页。第一天看了多少页？

以上三道题有一定坡度，先让学生练习，讲评时着重对 2、3 题进行多角度的联想训练，促使学生动脑思维理解知识。总之，教师应启发学生分析比较，说明解题思路及思维过程，从而提高学生分析能力。

综上所述，以上各种训练应充分体现教师的导向作用，注意调动学生运用多种感官参与认知活动的积极性，培养学生对可逆结构进行分析，并自觉进行多角度的可逆联想训练，提高其思维的灵活性。

优化数学课堂教学 达到新教材的要求

吉林省镇赉县建平乡洋营村小学 李君杰

九年义务教育六年制小学数学各册教材在重视加强基础知识的同时，把发展学生的智力，培养能力贯穿于各单元教学的始终。要完成这一个重要任务，关键是优化课堂的教学结构。优化课堂教学涉及的因素很多，其中主要有五个方面：即优化教学目标，优化教学内容，优化教学方法，优化教学结构，优化教学手段。这五个方面的优化都很重要，但我认为应从抓优化课堂教学结构入手，才能达到新教材的要求。具体说来，我是从以下三个层次抓起：（以新授课为例）。

第一层次：复习基本训练

（一）复习基础训练的要求：

复习基本知识的原意是基本、简单的训练，其目的是以旧引新。如口算，简单计量单位的化聚，简单几何图形的求积计算，基本应用题填写条件、问题，列式口算等。现在把它作为课堂教学结构的一个组织部分，主要功能有三个：

1. 通过复习基本知识与学习新知识有关的内容，让学生做好学习新知识的知识准备，以达到搭桥引路的作用。

2. 通过基本训练进行组织教学，让学生做好学习新知识心理准备。

3. 通过复习基本训练进行智能准备。

以上三点总的要求是帮助学生做好学习新知识的铺路搭桥工作。

如，九年义务教育六年制小学数学教科书第三册 1. “乘法的初步认识”可从下面几个方面设计复习的基本训练：

- （1）教师出示小黑板，让学生口算： $4+4+4=?$ $2+2+2+2+2=?$ $5+5+5+5=?$ $3+3+3+3=?$

- （2）上面几道速加法有什么共同特点？（相同加数相加）相同加数是几？各题有几个这样的加数？

师：相同加数相加，可以用乘法计算，

（出示卡片）乘法（学生齐读两遍）。

（二）进行复习基本训练时注意的问题：

1. 要控制时间，根据儿童心理特点的分析，一节课的第 6 至 20 分钟，学生学习的注意力最集中，精力最充沛，学习效果最佳，这 15 分钟要用于学生学习新知识的关键部分，难点部分，教师讲解比较多的部分。因此，基本复习训练的时间不能太长，一般在开始的 5 分钟左右，这样就不会因基本训练而占用了一节课的最佳时间。

2. 复习基本训练的设计要在新旧知识的连接点上展开。如学习“乘法的初步认识”的教学，教师要根据低年级儿童“同感知觉联系紧密，边操作、边观察、边抽象概括，但还缺乏逻辑性、不完善也不精确”等思维特点，逐步抽象、逐步概括，找到“相同加数”和“相同加数的个数”，就会正确地把相同加数的加法转化为乘法。

3. 复习基本训练的迁移功能要适时、适量、适度。基本训练在心理、知

识、能力几方面既要为学习新知做好准备，又不使学生学习新知识失去应有的思维坡度，要达到“跳一跳，摸得到”的结果。

第二层次 学习新知识

学习新知识的一般过程是通过直观——认识新知，通过操作——理解新知，通过练习——巩固新知。但是不同的教学内容又形成不同的结构。

1. 新编小学数学知识系统的横向结构：直观演示或旧知识引入——质疑讨论——辨析归纳。

法则教学的课堂教学结构：操作演示弄清算理——分析归纳概括法则。

几何初步知识教学的课堂教学结构：认识平面图形：实物——图形——特征。认识立体图形应用题教学的课堂教学结构：审题——分析数量关系——列式解答验证。

2. 新编小学数学知识系统的纵向结构

纵向结构是指教材编排顺序的结构。根据新知识在教材中的地位，知识点的多少，知识的难易程度每一章教材都可划分为三类，不同类型的教材有不同的课堂教学结构。

如，九年义务教育六年制小学数学第三册三、表内乘法 2、2—6 的乘法口诀 2、3、4 的乘法口诀

类别		第一类	第二类	第三类
名称		基本教材	后继教材	变式教材
举例		例 1 . 摆小棒 $2+2=4$  例 2 . 摆三角形 $3 \times 1=3$  $3 \times 2=6$ $3 \times 3=9$ 例 3 . 摆正方形 $4 \times 1=4$ $4 \times 2=8$  $4 \times 3=12$ $4 \times 4=16$	例 4 . 看实物：每行 4 块手表共 3 行。列式 $4 \times 3=12$ 每竖行 3 块后表，共四横行。 列式： $3 \times 4=12$ 例 5 . 横圆形卡片 $4 \times \square=8$  $\times \square=8$	例 6 . 看桃图 $3 \times 3+2=11$ 例 7 . $4 \times 3-2=$ ____ 先算 4×3
教材特点	地位	重点、关键教材	过渡、发展教材	变式、运用教材
	新知识份量	绝大多数是新知识	有一部分是新知识	基本没有新知识
	难易程度	难点难多	有个别难点	基本没有难点
教学特点	学生学习	自学困难	自学困难不大	能进行自学
	教师教学	“扶”，启发讲解	“半扶半放”，帮助沟通	“放”，最后点题
结构特点	讲练序列	先讲后练	边讲边练	先练后讲

第三层次 巩固练习安排

(一) 基本练习和课堂练习

课堂教学中练习的种类很多，但从结构上看主要分为基本练习和课堂练习两种。这两种练习的层次不同，各方面的要求也不同。（详见下表）

种类	基本练习	课堂练习
目的	检查学生学习新知识情况	巩固深化新知
要求	正确合理	迅速灵活
题量	较少	较多
形式	分散出现	集中出现
题质	基本简单	综合提高
程度	适合中下水平	以中等水平为主, 兼顾差生和优生。
学生活动	半独立	独立
教师活动	“扶”, 辅导中差生	“放”, 巡视优、差生。
反馈形式	以整体为主	以个别为主

(二) 练习安排要注意的问题：

1. 练习的内容要有针对性。练习要有一定的数量，更要有一定的质量。
2. 练习的时间要有保证。我认为没有充足时间练习的数学课不能算一节好课。新授课的课内练习时间一般在 10~20 分钟，课内练习课外做，课内损失课外补的做法一定要改变。
3. 练习的形式不在于“花色品种”的多少，而在于它的实效性，重点部分要集中练，难点部分要分散练，混淆部分要对比练。
4. 练习的结构要有一定的层次和坡度，基本练习、变式练习、深化练习要环环相扣，步步深入。

四、优化课堂教学结构要用“三论”来指导

1. 运用系统论整体原理

优化理论的特点是从整体上对教学过程的各个环节进行研究，而不是从某一个方面孤立地研究教学过程中的个别现象。抓三个层次的教学就必须注意沟通各个层次之间的关系，使之成为纵横网络沟通的一个系统。

如，“6 的加减”，如果孤立地按 $3+3=6$, $2+4=6$, $1+5=6$ ……和相应地减法，这节课就会上得非常枯燥，教师教得费力，学生学得吃力。如果从优化整体的原则出发，这节课要处理好三个关系：①计算和认数的关系。认数和计算在教材结构上是一个整体，10 以内数的计算是以 10 以内数的组成为基础。因此，“6 的加减”在基本训练中就必须安排 6 的组成问题，以 6 的组成为铺垫引入学习新知。②计算和计算意义的关系。学习“6 的加减”必须结合加、减的意义。课堂结构的程序是操作——实物图——几何图——算式，通过加、减法算式的对比，进一步理解“加”就是把两个数合并成一个数，“减”就是从一数里去掉一部份。③计算和计算的关系。“6 的加减”不光要看结果，还要看思维过程和计算方法。如果是用小棒的数数法，用打点点的计数法就不能达到每分钟做 8 道题，错误率在 7% 以下的要求。因此在安排练习时可通过看卡片口算，口算笔答，听算等多种形式让学生逐步达到脱口而出的目的。

2. 运用信息论的反馈原理

课堂教学中教与学的平衡必须通过反馈来保持。所谓课堂教学结构是否合理，一方面看课堂教学结构的安排是否符合教学的规律；另一方面看课堂教学结构的安排是否符合学生的认识规律。如果学生在学习过程中反馈回来的信息表明学生在学习过程中遇到障碍，教师就必须及时对教学过程进

行调控。

一节课各个不同层次的教学，运用反馈的要求不同。（1）基本训练时通过反馈主要看学生的基础，看新旧知识的衔接；（2）学习新知时通过反馈主要看学生对新知识的理解，掌握新知识的情况；（3）练习时通过反馈主要看学生巩固新知识、运用新知识的情况。

3. 运用控制论的有序原理

课堂教学结构的设计要根据教学内容和学生实际由浅入深，由易到难，从直观到抽象，从单一到综合，层层深化，拾级而上。教师只有按序控制，才能实现教学目标，才能使课堂教学少时高效，不断地提高教学质量。

探索问题非常规解法 培养学生的创新能力

安徽省太湖县岔路中学 张晶源

为适应我们所处的改革开放时代的要求，培养具有改革开放精神的人，学校教育教学理当贯彻改革开放原则，具体对于数学教学来说，培养学生破旧创新能力是十分必要的，其实，这也是数学教学的任务和目的之一。

怎样培养学生的破旧创新能力呢？我认为：在解题教学中，引导学生探索非常规解法是个好办法。下面举例谈谈我在这方面是怎样做的：

例1，解方程 $x + \sqrt{x-5} = 5$ 。

常规的解法，即将原方程移项后平方。正确解题之后，我引导学生仔细地观察，发现将方程右边的5移至左边，则左边根号内外的式子相同，进而将原方程变形为 $\sqrt{x-5} = -(x-5)$ 。接着让学生明白变形方程的意义是： $x-5$ 的算术平方根是它的相反数。进而问学生：什么数的算术平方根是它的相反数？学生想到“只有0的算术平方根是它的相反数”后，自然有 $x-5=0$ ，从而得原方程的解 $x=5$ 。

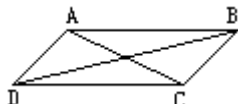
例2，求证方程 $(a^2+1)x^2 - 2ax + (a^2+4) = 0$ 没有实数解。常规的方法即证 $\Delta < 0$ ，正确证明了此题之后，我引导学生观察到方程的左边展开后可化成几个式子的平方和，于是将原方程整理成 $a^2x^2 + (x-a)^2 + 4 = 0$ 。接着问学生：非负数有些什么性质？学生想到“几个非负数的和不会小于零”后，自然有： $a^2x^2 + (x-a)^2 + 4 = 0$ 不成立，从而得到“原方程没有实数解”的结论。

显见，以上二例的新颖解法，是通过对原题结构和形式的观察，找出其特征，并由此联想到已有的某些知识而萌生的。

例3，解方程 $\frac{4x-1.5}{0.5} - \frac{5x-0.8}{0.2} = \frac{1.2-x}{0.1}$ 。

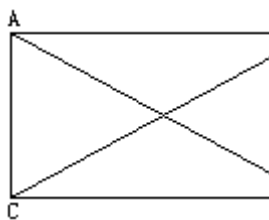
在学生用常规方法，即先将分母化为整数后去分母，正确解题之后，我引导学生观察方程中分母三数的特征，得原题最简公分母是1，于是问学生：在解题过程中，将分母化为整数和去分母，哪是解题的关键？在学生答出是去分母后，让学生直接去分母解此题： $8x-3 - (25x-4) = 12-10x$ ， $-7x=11$ ， $x = -\frac{11}{7}$ 。

例4，在 $\square ABCD$ 中， $AB=2$ ， $BC=1$ ，求 $AC^2 + BD^2$ 。在学生用常规方法，即用余弦定理，正确解题之后，我引导学生观察到所求之结果与 AB 、 BC （或 AB 、 AD ）的夹角的大小无关，于是将 $\square ABCD$ “扭正”为矩形 $ABCD$ （如图）。



接着学生用勾股定理很快求出了所要求之值： $AC^2 + BD^2 = 2AC^2 = 2(AB^2 + BC^2) = 2(2^2 + 1^2) = 10$ 。

容易知道，以上二例的简捷解法，是通过对原题的结构形式和用常规法解题过程的观察，抓住解决问题的本质性的东西而萌生的。

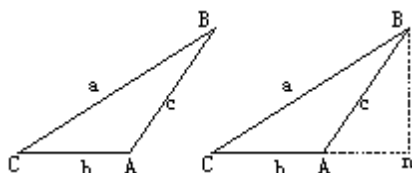


例5, 已知 $m \neq \frac{1}{n}$, $3m^2 + 4m - 1 = 0$, $\frac{3}{n^2} + \frac{4}{n} - 1 = 0$, 求 $n + \frac{1}{m}$ 的值。

在学生用常规方法, 即直接求出 m 和 n 的值, 正确解题之后, 我引导学生比较已知的两上方程, 察觉二者结构基本相同, 于是根据方程的根的定义, 构造方程 $3x^2 + 4x - 1 = 0$, 并指出可把 m 和 $\frac{1}{n}$ 视为构造方程的两个根。接着学生

由韦达定理得: $m + \frac{1}{n} = -\frac{4}{3}$, $\frac{m}{n} = -\frac{1}{3}$, 进而得: $n + \frac{1}{m} = \frac{1}{\frac{1}{n}} + \frac{1}{m} = \frac{m + \frac{1}{n}}{\frac{m}{n}} = \frac{-\frac{4}{3}}{-\frac{1}{3}} = 4$ 。

例 6, 已知 $\triangle ABC$ 三边之长为 a 、 b 、 c , $\angle A = 135^\circ$, $\angle B = 15^\circ$, 求 $a : b : c$ 。



在学生用常规解法, 即用正弦、余弦定理和解方程等知识, 正确解题之后, 我引导学生从已知推得 $\angle C = 30^\circ$, 又从欲证结论 $a : b : c$, 想到含 30° 角的直角三角形的三边比值, 于是构造 $Rt\triangle BCD$

(如图)。接着学生看出: $\angle DBA = \angle BAD = 45^\circ$, $AD = BD = \frac{1}{2}a$, $\tan C = \frac{BD}{BC} =$

$$\frac{\frac{1}{2}a}{\frac{1}{2}a + b} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \therefore a : b = 2 : (\sqrt{3} - 1), \text{ 又有 } c = \frac{\sqrt{2}}{2}a, \text{ 从而得 } a : b : c = 2 : (\sqrt{3} - 1) : \sqrt{2}.$$

不难看出, 以上二例构造解法, 是通过观察原题的条件和结论, 并联想已有的有关知识, 构造出理想形式而萌生的。

综上所述, 在熟练掌握常规解题方法的基础上, 只要引导学生仔细观察题目结构形式或常规解题过程, 认识其特征或解题的本质性的东西, 并联想已学知识(定义、定理、图形性质等), 往往能萌生问题的非常规解法, 巧妙地解决问题。从而, 对培养学生的创新能力大有作用。

改进教学方法 讲究学习效益

河北省宣化县教育局教研室 王德

在小学数学教学中，我们以“改进教学方法，讲究学习效益”为科研题目，经过几年的探索，初步取得了一些效果。现将我们的做法和体会简述如下：

一、以旧引新，注意知识迁移

在传授新知识时，要联系旧知识，注意学生思维的有序性，防止出现思维断层的现象。如讲授百分数应用题时，在首先复习有关知识的基础上我们设计了如下的问题：（1）求一个数是另一个数的几分之几，用什么方法？（2）求3是5的几分之几，怎样列式？（3）我班男生人数是女生人数是全班人数的几分之几，怎样列式？（4）我班男生人数的几分之几，怎样列式？（5）六年级共有学生100人，达到“国家体育锻炼标准”的有95人，达标人数占六年级人数的几分之几？通过这样的复习，很自然地导入了新课。把几分之几改写成百分之几后，学生认识到：两类题的数量关系没有变，解题思路也没有变，百分数应用题只是把分数的结果化为百分数。

我们认为，讲授新知识时，要十分注意学生思维的有序性，使学生运用旧知识的迁移和已有经验，来学习新知识，去寻找解答新问题的方法，既可以使使学生掌握知识结构间的内在联系，又可以调动他们的学习积极性、主动性。

二、在传授知识中，要注重学生思维能力的培养

在课堂教学中，不仅要使学生获得扎实的数学基础知识和基本技能，而且要教给学生思维的方法，使他们掌握解决某一类型问题的“钥匙”。

如讲授这样一道工程题：有一项工程，甲队单独做需要4天完成，乙队单独做需要6天完成，丙队单独做需要12天完成。甲队单独做了一天后，甲、乙、丙三队合做。问完成时甲队共做了多少天？

在解题时，让学生认真审题后，明确甲队共做的天数=甲队已单做的天数+甲、乙、丙三队合做的天数（这就是思维的起点），想求出甲、乙、丙

三队合做的天数就要求出三队合做的工程量 $(1-\frac{1}{4})$ 和三队合做的工作效率

$(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12})$ ，建立“量”和“率”的对应关系（这里思维的方向），最

后列式计算： $1+(\frac{1}{4})\div(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12})$ ，得出结果（这是思维的结果）。

我们认为，传授知识和培养技能固然重要，但教给学生思维方法是教学的核心。正如美国心理学家赫伯特·杰乔耶所述：“未来的文盲将不是那些不会阅读的人，而是没有学会怎样学习的人。”我们的教育要面向现代化、面向世界、面向未来，就必须把学生培养成敢于思考、善于思考的人。

三、在实践操作中，促进学生逻辑思维、空间想象能力的发展

在讲授面积的计算公式时，让每个学生把一张平行四边形的硬纸片变形为一条边不变的长方形、两个一样的三角形、两个一样的梯形，学生通过剪拼观察、分析、看到这个变形后的长方形的长即是原来平行四边形的底，长方形的宽即是原平行四边形的高，它们的面积相等，因此平行四边形的面积

为底 $\times$ 高，而三角形的面积恰好是原

平行四边形的 $\frac{1}{2}$ ，因此三角形的面积为底 $\times$ 高 $\times \frac{1}{2}$ ，同理类推，梯形面积为

$(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \times \frac{1}{2}$ 。

讲比例时，让学生通过测量 1 米高木棍阴影的长度和电杆阴影的长度，列式计算出电杆的高度。

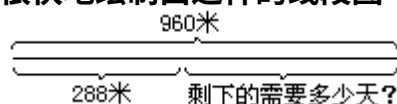
这样教学，学生对公式、法则，由具体感知到抽象概括，记得牢，理解深，真正体会到学数学有用。

四、在课堂练习中，培养学生的求异思维

在组织应用题练习课时，我们诱导学生从正面、反面、侧面，多方位，多层次地思维问题，鼓励学生一题多思、一题多解，以培养学生的求异思维。

如让学生解答这样应用题：某施工队计划安装 960 米长的长管，6 天安装完 288 米，照这样的速度，剩下的还需几天能安装完毕。

学生读了这题后，很快地绘制出这样的线段图：



随后让一个学生讲算理：首先要求出剩下的米数（960 米-288 米）（工程量）和每天安装的米数（ $288 \div 6$ ）（工作效率），根据工程量 $\div$ 工作效率=所需天数，可列出算式： $(960-288) \div (288 \div 6)$ 。我们肯定了该生思维的过程，认为他的思维有条理，有思维的起点、方向和结果，符合思维的逻辑性。

在巡回辅导时，还发现了学生的多种解法，如：

(1) $960 \div (288 \div 6) - 6$

(2) $6 \times (960 \div 288) - 6$

(3) 解：设剩下的需 x 天完成。

$$\frac{960 - 288}{x} = \frac{288}{6}.$$

(4) 解：设剩下的需 x 天完成。

$$\frac{288}{6} = \frac{960}{6 + x}.$$

(5) 解：设剩下的需 x 天完成。

$$288 \div 6 \times (6 + x) = 960.$$

(6) 解：设剩下的需 x 天完成。

$$x + 6 = 960 \div (288 \div 6).$$

(7) 解：设剩下的需 x 天完成。

$$960 - 288 = 288 \div 6 \times x.$$

.....

这些想出不同解法的学生，纷纷要求得到讲解算理的机会。我们满足了学生的要求，并且帮助学生把算理讲得更充分、严密。这样做，教与学的信息得到及时的反馈，学生的学习积极性更高了。

五、在课堂教学中，运用电教手段，优化课堂结构

电教媒体进入课堂，冲破了以往单调封闭的教学体系，使得课堂教学从

形式到结构都有了较大程度的改观。在课堂教学中，恰当地运用声、光、色图的综合表现力，可以强化学生的具体感知，从而为学生抽象思维的建立和数学思维的发展奠定了基础。

小学高年级数学的难点是解应用题。学生最感头疼的问题是不解题意、不会列式。为了突破这个难点，就要引导学生和教师一道制作灯片。用画线段图理解题意，抓数量关系强化分析，分步综合得出算式的方法解答应用题。

如有这样一道题：某煤场有一堆煤，第一天运走它的 $\frac{1}{5}$ 零2吨，第二天运走它的 $\frac{1}{2}$ ，还剩下10吨，这煤场原有煤多少吨？

这个图让学生绘在事先准备好的胶片上，然后把中等生的灯片投影出去，

随后让他讲解题思路，使全班学生明确 $(2+10)$ 吨的对应份数是 $(1-\frac{1}{5}-\frac{1}{2})$ 。

突破了这个难点，学生就很容易地解答了这道题。

通过多年的教改实践，我们的体会是：

(1) 教学方法的改革，必须在先进的教育思想的指导下进行，否则只能是形式上的小改小革。只有在更新教育观念、吸收先进教育思想的前提下，教学改革的方向才能明确，教学改革才能步步深入。

(2) 教改是师生的双向活动。在教学改革中，不仅应重视教法的改革，而且要十分重视培养学生的学习方法。使学生养成良好的学习习惯。要充分调动学生学习的积极性和主动性，重视学生获取知识的思维过程。这样，才能使学生逐步掌握分析问题、解决问题的“钥匙”，才能大面积提高教学质量。

小学数学义务教育教材的审美教育

浙江省文成县大岙镇中心小学 吴克服

美是客观事物的一种自然属性，不仅存在于大自然及社会生活之中，而且存在于自然科学之中，存在于数学之中。数学美是一种科学的美，学生审美能力依赖于他们知识储备的广度与深度，又依赖于他们智力的发展水平。反过来，这种美又能激发学生学习兴趣，使他们感到学习数学是一种美的享受，而不是负担。这里教师的启发、引导是使学生领悟到蕴藏在图式、表格、数学公式、数学符号、数学推理过程后面美的重要因素。下面就它们的关系浅谈我的看法。

一、数学美体现在形象的图文结合之中

兴趣是最好的老师，新编教材增加了图画，图文并茂，生动形象，增强了趣味性，这是教材直观形象的美。课文中的插图、例题，是以儿童生活经验为基础，紧密联系儿童的生活实际的。如一册教材 P31 例 3 按如下步骤进行教学：

1. 创设情境，出示桃树的挂图。提问：小朋友，图上画的是什么？有哪些动物喜欢到这棵树上玩？

2. 出示树上 3 只猴子图，请小朋友仔细看看，树上有什么动物？数一数树上有几只猴子（再贴上地面的两只）该怎么说？（又跑来 2 只）

3. 谁能把刚才的话连起来说一说？（学校的后山有一大桃树，树上有 3 只猴子正在摘桃子，又跑来 2 只）树上有 3 只猴子，又跑来 2 只，一共有几只？

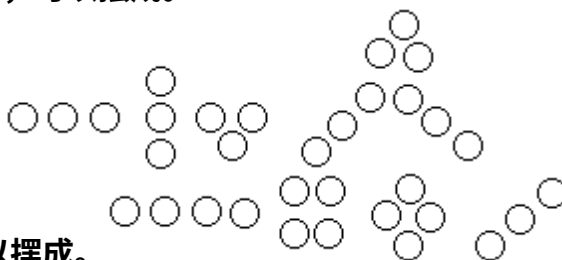
4. 接着分析数量关系，确定用什么方法计算。

5. 列式计算，最后提问：在这道题中 3、2、5 各表示什么？ $3+2=5$ 表示什么？引导学生照着图意来回答。通过由图到文，让学生在欣赏生动、形象、美的图画的同时，又为学习用文字叙述的应用题打下了基础，初步培养了学生的观察力，并由图理解了加法意义，再由式“ $3+2=5$ ”表示什么？回到了对图的理解。这种图文结合，在美中理解，在理解意义中获得美感上的满足，达到审美教育的目的。

二、数学美体现在学具的摆弄中

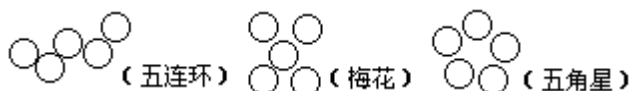
小学数学学具与课文配套使用，是按照儿童“感知——表象——思维”这一认识规律精心设计的，它既能激发学生的学习兴趣，又能发展学生的思维能力，让学生在摆弄中感受到美。如教学 10 以内数的认识，用圆片摆图案看谁摆得又对又快又美。

如用圆片表示 3，可以摆成。



等，表示 4 可以摆成。

等，表示 5 可以摆成



等，如此多种多样的摆法，能积极地把学生的手、脑、语言、视觉和听觉各种感官充分调动起来，促进抽象思维和空间观念的发展，提高课堂教学效率，并使学生从中感受到朴素的图案美。

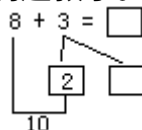
三、数学美体现在形式的抽象和简洁之中

简洁，是美的重要标准，一个好的数学问题为了突出主要的和本质的东西，必然是简洁的。数学语言是精确而简练的。如：一册教材 P5 “ $2+1=3$ ” 学生从形象的“猴子推来一个方木块和原来的两块一起，一共有几块？”把两部分合并在一起是加法，用加号表示。学生理解了这一性质，见到“ $2+1=3$ ”他们就会理解“原来有两块方木块，又推来一块，一共是几块？”也可理解为“原来有两只鹿，又跑来一只，一共是几只？”等多种理解，课本安排的很形象，但概括的却很抽象和简洁。这种简洁具有形式美，学生见到这样的形式必然想了解和理解它们，教师只要给予引导，就能在抽象中理解包含着的意义。学生也随时受到启示，养成简洁表述问题的习惯。

四、数学美体现在简捷演算，推导过程之中

如果说数学概念是数学上的砖瓦，那么数学的演算和推导就是“粘合剂”，用这种“粘合剂”将数学概念有机地结合起来，这种简捷的解答和推导看上去思路自然，条理清晰，给人带来愉悦和享受。如教材一册 P75 进位加的例 1 是如此进行教学的：

1. 先圈 10，再填数，引入例题教学。

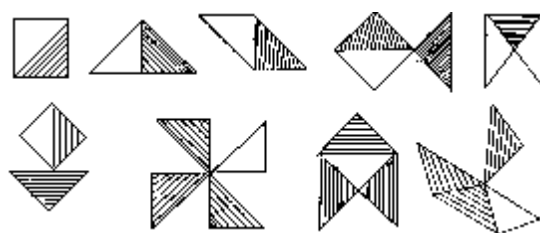


2. 教学例 1①，小朋友，图上画着什么？有几个蓝色风车？有几个红色的风车？根据这幅图，谁会说出两个条件，一个问题？（蓝色风车有 8 个，红色风车有 3 个，一共有多少个风车？）②用什么方法计算，算式怎么列？③运用“凑十法”画出分析图，进行算理训练（如图）。看到 8，想到 2，把 3 分成 2 和 1，8 加 2 等于 10，10 加 1 等于 11。

讲授时通过演示教具，摆弄学具引导学生观察，比较分析，一步一步得出结论。通过启发、引导可以使学生掌握“凑十法”，学会计算 8 和几的进位加法。告诉学生思维的方法，培养学生的初步思维能力，使学生感受到非常朴素的逻辑美。

五、数学美体现在学生的创造性学习之中

创造本身就包含着美，给学生以满足和兴奋。作为数学教师应教会学生去进行创造性的活动，应该经常给学生以适应他们程度的问题去引起他们的好奇心，并帮助他们解题。如一册教材 P35 的思考题要求学生用两个、三个、四个硬纸片做成的全等的等腰直角三角形，拼成不同图形。除了仿照课本上已拼成的图形外，再启发学生动脑筋，创造性地摆出一些不同形状的图形，这些新颖的寓教于创造性的动手操作，不但使学生看到摆出的图形之美，而且培养了他们的想象力。



六、数学美体现在德育教育之中

根据儿童年龄特征，生活和学习实际，对他们进行学习目的的教育，以爱学习、爱劳动、讲卫生、做好事等进行思想品德教育，如第一页的准备课，31 页的打扫卫生。又如二册的“元、角、分的认识” $1\text{元}=10\text{角}$ ， $1\text{角}=10\text{分}$ ，如果平时少吃零食，每人每天平均节约 2 角，5 个人一天就节约 10 角，也就是一元，全班 50 人，一天就节约 10 元。10 个班呢？就节约了 100 元，一个月节约下来就是几千元，一年就有好多好多的钱，用这些钱可以建造一个更好的教室，小朋友可以在漂亮教室里学习，你们说要不要节约零用钱呢？这样不仅可以提高学生学习数学的兴趣，更重要的是激发学生养成勤俭节约的习惯，让学生在德育中受到美的熏陶。

数学教学中非智力因素的培养

云南省红河县第三中学 杨万春

边疆民族地区的初中生，其智力差别不大，但学习成绩却相差悬殊，我认为关键是培养非智力因素不够。因为学习活动中都包括智力和非智力两种必要的心理因素，非智力因素虽然不能直接改变人的智力水平，但它对学习起着动力、定向、引导和强化的作用。

李卜克内西在《回忆马克思》里写道：“曾经有人说，天才就是勤奋，如果这句话不完全正确，那至少在很大程度上是正确的。没有非常的精力和非常的工作能力便不能有天才。……我所知道的所有的真正的伟人都是极其勤勉和尽心竭力工作的。”这里所说的勤奋便是非智力因素。由此可见，一个人的成功与否，并不完全取决于它的智力，而关键在于非智力因素。因此在数学教学中教师不仅要注意培养学生的智力因素，而且要注意培养学生的非智力因素。下面笔者结合自己的教学从五个方面阐述非智力因素的培养。

一、培养学生为振兴中华而刻苦学习的意志

没有共产党，就没有新中国，这是中国人民通过实践总结出来的一条真理，社会主义不能没有四个现代化，四个现代化中科学技术现代化是关键，而初中数学又是学科技术的基础学科，因此让学生知道学好数学是党和人民对我们的需要。华罗庚指出：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日月之繁，无处不用数学。”便是这个道理，通过这样的教学，指明学生正确的政治方向，树立刻苦学习的精神。

二、培养学生正确的学习动机

学习动机是直接推动人去学习的内部动因。当学生已经产生学习需要以后，要对学生进行正确学习动机的激发。如，我在教学分解因式这一章时，首先向学生说明因式分解在分式、解方程、三角函数、物理等方面经常用到，使学生知道因式分解的作用。还要注意让学生运用所学知识解决一些生活中的数学问题来激发学生的求知欲。如当我们学完“利率”公式后，让学生做下面的题目：1. 存 300 元的活期储蓄，月利率是 0.24%，3 个月后取出，利息是多少，本息和是多少。2. 某人将 2000 元人民币按一年定期存入银行，到期时支取 1000 元购物，剩下的 1000 元及应得到利息又全部按一年定期存入银行。若存款的利率不变，到期后得本金和利息共 1320 元。求这种存款方式的年利率。通过这样的练习，不仅使学生学到了数学知识，而且使他们认识到数学的用途。

三、要重视兴趣的培养

兴趣是调动学生学习积极性，提高学习效率的一个重要心理因素。浓厚的学习兴趣，可以使各种感官和大脑处于最活跃的状态，能够直接接收数学教学信息，促使学生自觉地集中注意力，全神贯注地投入学习活动。

数学教材有它知识的系统性，一般编写得比较简炼。许多地方的叙述比较枯燥，这给学生带来一定的困难。且初中生自制力较差，注意力易分散，而好奇心，好胜心较强，根据这种情况应当充分挖掘教材中的趣味因素，逐步引导他们热爱数学，从而发展他们的智力。如当教学黄金分割这个概念时，先介绍一下，现在印刷的各种书籍，制做的门窗和桌面等，其长宽之比大多很接近黄金比，因为这种比例的物品美观、大方，

特别是数学家泽林斯基提出了树枝的生长也满足黄金比，即 $\frac{\text{第}n\text{年后的树枝}}{\text{第}(n+1)\text{年后的树枝}}$ 趋于黄金比。然后学生自学黄金分割概念和与它有关的题目。

复习应用题时，利用多种解法进行复习。例如，某中学到离学校 15 千米的西山春游，先遣队与大队同时出发，行进速度是大队的 1.2 倍，以便提前半小时到达目的地做准备工作。求先遣队与大队的速度各是多少？解法 1：

设大队的速度是 x 千米/时，则先遣队的速度是 $1.2x$ 千米/时，依题意得 $\frac{15}{x} - \frac{15}{1.2x} = \frac{1}{2}$ 。解法 2：设先遣队的速度为 x 千米/时，则大队的速度是 $\frac{x}{1.2}$

千米/时，得方程 $\frac{15}{x} - \frac{15}{\frac{x}{1.2}} = \frac{1}{2}$ 。解法 3：设先遣队的速度是 x 千米/时，大队

的速度是 y 千米/时，得方程组
$$\begin{cases} x = 1.2y \\ \frac{15}{x} - \frac{15}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$
。此题解法有 25 种之多，其余解

法略。在教学中对学生进行一题多解的训练，使学生感到学无止境，从中得到无穷的乐趣。

四、树立合理的学习目标，使学生获得成功的体验

在教学中过难的内容不能引起学生的兴趣，但内容过于简单，同样不能引起学生的兴趣。因此，应帮助学生根据自己所能达到的学习程度，树立合理的学习目标，以取得成功的体验。如：布置作业时，对优等生要求做课本习题和复习题的部分题，对中等生要求做习题 A 组的题，但对双差生只要求完成练习题就可以了。

再如复习初二分式方程这个单元时，我设计了四个教学层次：第一，复习公式方程和增根的概念，验根方法，解（列）分式方程的一般步骤。第二，出示简单判断是不是分式方程和能用一般方法解答的分式方程。第三，融知识与能力于一体，在练习中训练学生的求异思维能力。第四，知识的综合应用。整个复习中，重点放在思路理解方面，使学生在很短的时间里学到尽可能多的解题方法。这样既体现了全体学生共同的要求，又能满足不同学生的需要，各自都在原有的基础上有所进步。另外在教学中还要对每位学生都要肯定成绩，只要有所进步都要表扬，尤其对双差生更要如此。

五、要重视抗挫能力的培养

由于数学知识比较抽象，需要学生顽强、细致并富有灵感的脑力劳动。这种劳动要求人们需有坚强的意志。当学生遇到困难而不能坚持时，教师可介绍一下伟大顽强拼搏的精神。如：“天体运动三定律的首创者德国天文学家刻卜勒，出生不足月，体质虚弱。三岁母亲出走。四岁因天花险些丧命，视力永久损坏。以后家贫如洗，他是在忍饥寒，边做工，边求学度过了学生时代。以后又经过 25 年艰苦奋斗，历尽挫折和失败，终于提出了著名的天体运动三定律，而成为天文学史上的一颗永不熄灭的明星。”这样就能坚定学生克服困难的勇气和信心。

通过从以上五个方面的培养，我教的学生参加全国、省、州、县的数学竞赛中获多次奖。我教的两班参加中考及格率占县及格人数的 $\frac{1}{3}$ ，平均分居

县第一名。对于边疆民族地区的乡级普通中学取得这样好的成绩。我认为与培养非智力因素是分不开的。

渗透数学思想 优化解题方法

江苏省江阴市板桥中学 夏建平

数学思想方法是数学知识的重要组成部分，九年义务教育初中数学教学大纲明确指出：“初中数学的基础知识主要是初中代数、几何中的概念、法则、性质、公式、公理、定理以及由其内容所反映出来的数学思想和方法。”数学问题的解决，最终是通过思维实现的，在解题教学中，如果适当渗透数学思想，突出数学思想潜在的指导作用，那么常见的习题就可能出现令人“耳目一新”的非常规解法。

例如：设 a 、 b 为实数，试证关于 x 的方程 $(x-a)(x-a-b)=1$ 有两个不相等的实根，且一根大于 a ，另一根小于 a 。

1. 常规解法

最基本的证明方法是利用判别式和韦达定理结合不等式的性质证得结论。

证法一：原方程可化为

$$x^2 - (2a+b)x + a^2 + ab - 1 = 0.$$

$$\therefore \Delta = [-(2a+b)]^2 - 4 \times 1 \times (a^2 + ab - 1) = b^2 + 4 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实根。

不妨设两实根为 x_1 、 x_2 ，则
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2a + b \\ x_1 \cdot x_2 &= a^2 + ab - 1. \end{aligned}$$

$$\therefore (x_1 - a)(x_2 - a) = x_1 \cdot x_2 - a(x_1 + x_2) + a^2 = a^2 + ab - 1 - a(2a + b) + a^2 = -1 < 0,$$

$$\text{即 } (x_1 - a)(x_2 - a) < 0.$$

$$\therefore \begin{cases} x_1 - a > 0 \\ x_2 - a < 0 \end{cases}, \quad \text{或} \quad \begin{cases} x_1 - a < 0 \\ x_2 - a > 0 \end{cases},$$

$$\text{即} \begin{cases} x_1 > a \\ x_2 < a \end{cases}, \quad \text{或} \quad \begin{cases} x_1 < a \\ x_2 > a \end{cases}.$$

$\therefore$ 方程两实根中有一根大于 a ，另一根小于 a 。

2. 渗透数学思想后的证法

2.1 整体思想的渗入

整体思想就是将问题看成一个完整的整体，注重问题的整体结构和结构改造的思维过程，若把上面题目中方程看作是“ $x-a$ ”的方程，则只要证明此方程有两个实根，且一正一负即可。

证法二：方程 $(x-a)(x-a-b)=1$ 可化为

$$(x-a)^2 - b(x-a) - 1 = 0 \dots\dots\dots (*)$$

关于 $x-a$ 的方程 $(*)$ 的判别式 $\Delta' = b^2 - 4 \times 1 \times (-1) = b^2 + 4 > 0$,

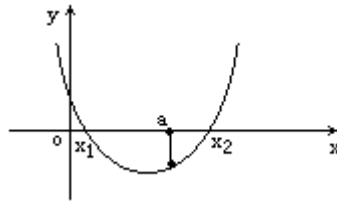
$\therefore$ 方程 $(*)$ 必有两个不相等的实根。

因为关于 $x-a$ 的方程 $(*)$ 的两根之积等于 $-1 < 0$ ，所以两根一正一负，从而，题中关于 x 的方程必有两个不相等的实根，且一根大于 a ，另一根小于 a 。

2.2 数形结合思想的渗入

数形结合思想就是把需研究问题的数量关系与图形性质结合起来考察，

借助数的逻辑和形的直观特性求解，这样既直观又深刻，若将上面题目中的方程构成一个对应的二次函数，从 x 取 a 这个特殊值出发考察，便可得出又一种不错的证法。



证法三：原方程可化为

$$x^2 - (2a+b)x + a^2 + ab - 1 = 0.$$

令 $y = x^2 - (2a+b)x + a^2 + ab - 1$ ，则其图像是一条开口向上的抛物线（如图），当 $x=a$ 时， $y = a^2 - (2a+b)a + a^2 + ab - 1 = -1 < 0$ ，

∴ 抛物线与 x 轴必有两个交点，且两个交点分别在点 $(a, 0)$ 的两侧。

所以方程 $(x-a)(x-a-b) = 1$ 有两个不相等的实根，且一根大于 a ，另一根小于 a 。

列方程解应用题教学八环节

湖南省永兴县龙形市中学 刘士鑫

列方程解应用题是初中数学教学的重要内容，它既是重点也是难点，在解各种类型的方程或方程组（例如：一次方程组、分式方程、无理方程、一元二次方程等）时，都要进行由相应的应用题如何列出这些类型的方程或方程组这一步，这是因为它既是数学联系实际的一个重要方面，又是培养学生分析问题、解决问题能力的一个主要环节，如何进行列方程解应用题教学呢？教无定法，但有规律可循，下面谈谈列方程解应用题教学的八个环节。

第一个环节：教给学生列方程解应用题的基本步骤。我们在教学过程中往往是通过一些例题教学，使学生从中学到某些知识和解题方法。列方程解应用题也不例外，它通过例题教学使学生掌握列方程解应用题的步骤，弄清第一步应该做什么，第二步应该做什么，共有哪几个基本步骤。弄清了这些基本步骤，以便在解题过程中做到按部就班。

第二个环节：判定所给应用题的类型。教学时先判定所给的应用题是属于哪种类型的应用题（例如：形积问题、相遇问题、劳力调配问题、工程问题、浓度比问题、求两位数问题、和倍与差倍问题等）。这样，以便选出相应的方法进行解题（例如、直译法、列表法、线示法、图示法等）。

第三个环节：教学生由所确定的类型联想此类问题的基本等量关系（例如：浓度比问题的基本等量关系有，溶质=溶液×浓度比，溶液重量=溶质重量+溶剂重量；工程问题的基本等量关系有：工作量=工作效率×工作时间，总工作量=各工作量之和，合工作效率=各工作效率之和等）。以便利用这些基本等量关系去分析题意，找相等关系，列代数式。

第四个环节：教学生正确设元。设元一般分直接设元和间接设元两种，那么取哪一种呢？这就要由等量关系，且较易列方程又不难解来确定。是设一元还是设二元呢？一般来说设二元比设一元要方便些（也就是说列方程组比列方程较易）。同时强调学生注意元的单位不要弄错，不要弄丢了。

第五个环节：找出能表示应用题全部含义的相等关系式，这是列方程解应用题的关键环节。若是设一元的则找一个表示应用题全部含义的相等关系式，若设的是二元则找出两个相等关系式，要求这两个相等关系式所表示的含义之和是应用题的全部含义，准确找出相等关系式要紧扣题中的不变量。相等关系式一般有两种情况，一种是显而易见的，它常从“多”、“少”、“倍”、“剩”、“早”、“迟”、“几分之几”等字词中显露出来。

例：某厂去年10月生产电视机2050台，比前年10月产量的2倍还多150台，这家工厂前年10月生产电视机多少台？

此题明显有“倍”，“多”这样的字词，它的不变量是“去年10月生产电视机数”，从而易得此题的相等关系式：

去年10月生产电视机数=2×前年10月生产电视机数+150。

另一种相等关系是比较复杂和隐蔽的，它往往隐藏在字里行间，或者隐含在学过的某个公式、定理里等，这就需要去分析、判断和挖掘才能发现。

例：甲、乙两人共同接受一批零件的加工任务，两人合做11天可以完成，结果两人合做7天后，乙另有任务，剩下的由甲单独做。若甲仍按原工效，还需7天才能完成，为了能按期完成任务，甲单独做时采取了新技术，使工

效提高了 80%，这样不仅如期完成了任务，还多做了 4 个零件，问原定任务数是多少？

此题隐含了两个等量关系，一是“按时”，“如期”都是 11 天，二是“原定任务数”，它的不变量是“原定任务数”，我们紧扣这个不变量得出此题的相等关系式：

甲乙合做 7 天的零件数+甲再做 7 天的零件数=原定任务数。

甲乙合做 7 天的零件数+甲提高工效后再做 (11-7) 天的零件数=原定任务数-4。

第六个环节：根据相等关系式以及基本关系式引导学生列出需要的代数式。要做到准确列出代数式，一则要加强学生对单纯列代数式题的训练；二要启发学生根据题意，顺藤摸瓜，层层深入，步步递进地写出所有的代数式（包括多余的代数式）；三则教给学生一些方法技巧（例，直译法，列表法等），提醒学生代数式单位应一致。

第七个环节：根据相等关系式以及相应的代数式引导学生布列方程或方程组。若以上几个环节能过关的话，那么列方程或方程组则是水到渠成之事了。

第八个环节：方程或方程组列出后，就应是解方程或方程组求出未知数，未知数求出之后，应强调学生将所求出的未知数的值进行检验。一检是否是方程或方程组的解，二检是否符合客观实际，之后要特别注意求出其它的应求量，并按要求回答题中的问题。

改革作业方法 提高教学质量

辽宁省盘锦市大洼县田家镇上房小学 张建中 梁杰

作业是课堂教学的延续，是教学过程的重要组成部分，是反应教学效果的“荧光屏”，是调控教学的依据之一。

作业改革是教学改革的重要项目，近三年来我们在作业方面，特别是小学数学作业方面作了一些大胆的探索、试验，收到了较好的教育、教学效果。

一、改革原由

1. 旧的作业方法，没能充分调动学生的积极性和主动性。其表现是有相当一部分学生，不知道作业是巩固知识，形成技能、技巧的重要手段，把作业看成负担。字迹潦草，书面不整洁，有勾抹、撕扯、抄袭现象。运算错误率较高。教师批改后的作业，学生不认真查看。对出现问题的习题，不能及时、主动、认真地弄懂弄会。

2. 旧的作业方法，没能充分发挥教师的主导作用。具体表现一是教师没有引导学生分析练习题、选择作业题的习惯。学生对课后练习题没有本质上、整体上的认识，不知道各题之间的内在联系及其侧重点。二是教师没有引导学生自查作业的习惯，学生对做完的习题不知对错，有一部分学生靠对得数来判断对错。

3. 旧的作业方法，没能充分发挥作业能联结学校教育、家庭教育、社会教育的桥梁作用。其表现是：作业由任课教师保存，学生家长不能定期看到自己孩子的作业，有的即使是定期看到了，看到的也只是自己孩子一人的作业，根本看不到别人孩子的作业，没有比较、没有鉴别，家长通过作业对学生学习情况了解的太少。

4. 旧的作业方法，没能充分贯彻因材施教的原则。其主要表现是：对全班学生作业的内容和要求都一个样，使上等生吃不饱，下等生吃不了。

二、改革方法

以上反映的情况，不能不引起我们教师的重视，针对发现的问题，我们进行废旧立新，归纳起来是：

1. 废教师一人布置作业的方法，用教师、师生、学生等多种布置作业的方法。

教师布置作业，是教师引导学生审查、分析练习题，选择作业题，弄清作业题的目的要求，教给学生布置作业题的方法。

师生布置作业，是教师帮助学生运用从教师布置作业中学来的方法，进行审查、分析练习题，选择作业题，弄清作业目的，提出作业要求，做到师生结合共同布置作业。教师在这里起的是“扶”的作用。

学生独立布置作业，是学生独立审查、分析练习题，选择作业题，自己弄清作业目的，提出作业要求。学生独立布置作业，不是放任自流，教师要给以必要的指导，对学生所布置的作业题，教师要道道审查，并对质量给以恰当的评价。

经过教师、师生、学生三结合的布置作业，大多数的学生都学会了布置作业的方法，学会了审题、分析练习题，从而使教材中“练习题”的价值得到了充分发掘。这样，“两主”的作用得到了充分的发挥。改变了过去学生把作业视为负担的现象，出现了一个人人争着抢着留作业，人人自觉、独立

做作业的新局面。

2. 废教师一人批改作业的方法，用学生自批、互批后教师抽查、讲评的批改方法。

学生自批作业，多是在自习课堂，在教师指导下进行的。开始时教师要教给学生如何去评价作业质量和批改作业的基本方法。这种习惯的培养是从一年级下学期着手，到了三四年级，习惯养成了，五六年级形成了自批作业的能力。

学生互批作业，是学生之间互相换批。可以是同座换、前后换、还可以是小组换。

在学生自批、互批作业的基础上，教师做重点抽查，重要的是把在抽查中看到优劣，加以总结讲评，给予综合性的指导，这样既发挥了“两主”的作用，又培养了学生的信任感和自信心，养成了善于动脑、敢于动手、积极发言的习惯，从而密切了师生关系。

3. 采取用作业卡做作业的方法。

作业卡的样式是：用点划线把 16 开白纸分开。左部分大，用来做题，反馈的是间接信息。右部分小，印有“作业时间”、“听课情况”（懂不懂）、“作业情况”（顺利、不顺利）、“递交次序”、“批改意见”（要求从字迹、排版、方法、格式结果等方面写），“错误订正”、“家长意见”等栏目。反馈的是直接信息。

作业卡的使用方法：自习课学生做作业时，由学习委员将作业卡发给每人一张，作业做完后按先后顺序交上来，标注递交次序。这样能鼓励学生及时认真的做，调动学生做作业的积极性，产生竞争心，提高计算速度。

作业做完后，由同学交换互相批，批完个人校正，再交给老师，由教师重点抽查，指导全面。放学时，将散卡合订成本，依次让学生带回家中交给家长看。用心的家长就可以既看到自己孩子的作业情况，又看到别人孩子的作业情况，互相比较之后，可见高低。无形中就协助教师对学生进行了教育，热心的家长还可通过家长意见栏对学校教师提出些意见或建议。这就起到联系学校教育、家庭教育、社会教育的桥梁作用，克服了过去封闭式办学的弱点。

4. 采取布置作业题好差生不同要求的作法。

过去作业的布置，不分好差生，数量一样多，要求一样高，这就难免造成好学生“吃不饱”差学生“吃不了”的教学弊端。现在我们按学生的智力发展水平和学习成绩的高低，把全班学生分成好、中、差三等，在布置作业时区别对待。对中等生达到大纲的要求即可；对下等生接近大纲的要求即可；对上等生做格外的要求，如在布置码字题作业时，让他们将最后一题改编成文字题或应用题，在布置文字题作业时，让他们将最后一道改变叙述方式，或改编成应用题；在布置应用题作业时，让他们将最后一道应用题改编成一步或多步应用题。

三、改革效果

实行数学作业改革后，学生真正成了学习的主人。学习兴趣高涨，作业字迹工整、美观，正确率高。自学能力、分析问题、解决问题的能力大幅度提高。教师确实发挥了主导作用，真正成了学生学习的导师。作业全面、具体地反映了教学效果，为调控教学提供了真实、准确的依据。作业本充分发挥了其联结学校教育、家庭教育、社会教育的桥梁作用。家长对学生了解的

及时清楚，并为学校教育、教学提出了许多宝贵建议。

实行小学数学作业改革后，我们所教班级的成绩稳步上升，三年迈了三大步，我班参加全镇统考，数学考试的成绩在全镇 17 个教学班中，由原来的第 15 名，相继上升为第 11、第 6、第 3 名。班级数学考试不及格人数由原来的 7 人逐减至 5 人、3 人、0 人。优秀率由 8%递增到 54%，可见成绩上升是明显的。

理解深化概念与思维能力的培养

广东省佛风县一中 姚祥尹

数学概念是知识的细胞，是数学思维的基本形式，理解深化概念是学好基础理论、基础知识和基本技能的基石。

怎样设计数学概念的教学？怎样使学生正确理解和深化概念，培养和提高学生的思维能力？本文着重从下述 5 个方面浅谈自己的实践。

一、分清层次，抓住要点

数学概念语言准确、精练科学，教学时，对重要的字、词、句要进行反复推敲。首先要弄清叙述形式，剖析明白概念中的关键词语和层次要点，限制条件和特殊情况要一清如水。

例 1 直线倾斜角定义：一条直线 L 向上方向与 x 轴的正方向所成的最小正角叫做这条直线的倾斜角，特别地，当直线 L 和 x 轴平行时，我们规定它的倾斜角为 0° 。

首先利用语法知识划分层次：（一条直线向上的方向）（与 x 轴正方向）（所成的最小正角）叫做（这条直线的倾斜角），通过划分找同概念的要点，直线的倾斜角是什么？（最小正角）“什么样”的叫做（这条直线的倾斜角），通过划分找出概念的要点，直线的倾斜角是什么？（最小正角）（①②）最小正角，这里对关键词语“向上的方向”、“ x 轴的正方向”、“最小正角”的含义要交代清楚，透彻理解，既然说“最小”，必不止一个，既说“正角”，必有“负角”。特殊情况： L 和 x 轴平行，切不可忽视，通过剖析层次，抓住了几个要点：（I）它是最小正角；（II）直线向上方向与 x 轴正向的夹角；（III）特殊情况；（IV）范围是 $[0, \pi]$ ，这样的教学可以培养学生的思维结构和思维的全面性。

二、变式训练，揭示本质

在理解和深化概念教学中，采用变式训练，可排除非本质性质的干扰，揭示概念的本质，训练思维的深刻性。

1. 语言变式

例 2 双曲线定义是：平面内与两个定点 F_1 、 F_2 的距离的差的绝对值是常数（小于 $|F_1F_2|$ ）的点的轨迹是双曲线，形成概念后，抽换条件，设计系列问题让学生探索：（1）将小于 $|F_1F_2|$ 换为等于 $|F_1F_2|$ ；（2）将小于 $|F_1F_2|$ 换为大于 $|F_1F_2|$ ；（3）将常数换为零；（4）将绝对值去掉；（5）将小于 $|F_1F_2|$ 的条件去掉；（6）将差换为积；（7）将差换为商。

通过这些趣味盎然的变式探索，使学生开阔了视野，从本质上把握住定义。

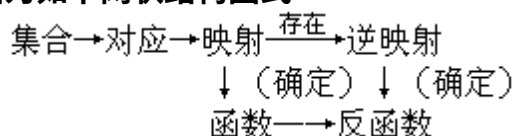
2. 图形变式

课本上一般将反映几何概念的图形画成标准姿态，学生往往形成图形定势，在识图上产生负迁移，分不清标准图形的本质与非本质属性，教学时，充分应用图形变式，可加深对概念的理解。例如在教学棱柱时，可以把棱柱竖着放，斜着放，水平放，还可将棱柱分割，补形，通过各种位置变式，让学生从不同角度进行观察，指出虽然位置变了，但是棱柱体中的线与线，线与面之间的关系保持不变，这样便可加深学生对棱柱本质的认识。1994 年高

考第 23 题，就是一个正三棱柱的变式图形，不少考生分辨不清变式图形中的线线、线面关系，找不出二面角的平面角。有的考生把横着放的变式图形还原为竖着放，这充分说明，平时教学采用变式图形排除非本质属性的干扰，训练思维的深刻性的重要意义。

三、纵横对比，分辨关系

数学概念之间有着密切的逻辑联系，一般来说，后续概念都能在原有概念基础上转化，与旧概念有密切的联系，运用逻辑知识纵横对比，揭示它们之间的联系与区别能更深刻地理解新概念的实质，还将有助于逻辑思维的培养训练，如“映射”概念是建立在“对应概念基础上的，它们是属种关系，我们可以用下列等式形象表示它们间的逻辑联系：集合 A、B+对应”法则 $f:A \rightarrow B$ 中任一，B 中唯一=映射。又如棱锥+底面是正多边形+顶点在底面的射影是底面中心=正棱锥。再如对应、映射、函数、反函数之间的逻辑联系和概念本质特征概括为如下网状结构图式：

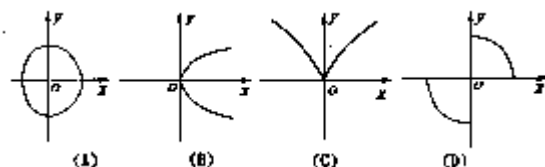


这样，不通过概念的同化形式获得了概念，由一个概念向另一个概念转化，而且沟通了概念之间的纵横联系，使思维富有迁移性和灵活性。

四、列举反例，挖掘隐含

由于学生对概念的本质属性理解不透彻，出现概念含糊、思维混乱，因而形成概念后，可通过列举反例，调动学生积极思维，挖掘概念的隐含条件，深刻理解概念。

例 3 函数概念较为枯燥，学生难于理解，设计如下选择题：下列图形，能作为函数的是 ()



引导学生观察分析，根据函数“多对一”、“一对一”的对应关系，只能选 (C)，这样通过生动的图像，反例的对比，加深了对概念的理解。

又如学习了函数的奇偶性概念后，学生只片面注意到 $f(-x) = \pm f(x)$ 的形式，忽视“任一 x ”，“都有”这一关键语句，对此举出函数 $f(x) =$

$$(1+x) \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}, \text{ 让学生判断它的奇偶性, 学生将 } f(x) \text{ 变形为 } \sqrt{1-x^2} \text{ 由 } f(-x)$$

$=f(x)$ ，误认为是偶函数，通过引导学生讨论发现原函数定义域为 $[-1, 1]$ ， $f(-1)$ 不存在，经过这样的反例剖析，挖掘出函数奇偶性的前提是定义域关于原点对称的隐含条件，培养和训练了学生思维的批判性。

五、由数思形、逆用概念

数学思想方法是指导学生进行正确数学思维的指向标，在概念教学中要自然渗透数学思想方法，一些数式隐含着形的信息，抓住数式结构的特征，联想数学概念，由数思形，在巩固深化概念的过程中培养中学生思维的灵活性。

例 4 $a \in \mathbb{R}$ ，求证 $\sqrt{a^2 - 2a + 2} + \sqrt{a^2 + 2a + 2} \geq 2\sqrt{2}$ 。

简析略证：不等式即 $\sqrt{(a-1)^2+1^2}+\sqrt{(a+1)^2+1^2}\geq 2\sqrt{2}$ 。由数式结构联想到椭圆的定义，令 $a=x$ ， $1=y$ ，则 $\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+y^2}=2\sqrt{2}$ 表示椭圆 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$ ， $\because \frac{a^2}{2}+1^2\geq 1$ ， $\therefore$ 动点 $(a, 1)$ 在椭圆上或椭圆外部，于是 $\sqrt{(a-1)^2+1^2}+\sqrt{(a+1)^2+1^2}\geq 2\sqrt{2}$ ，故原不等式得证。

数学概念的教学不仅要使学生熟记概念，应用概念，更重要的是通过理解和深化概念的过程，培养和开发学生的思维能力，优化学生的思维品质。

浅谈数学中的词语教学

山东省临沭县实验小学 张淑梅

词语教学是语文教学中的一项重要内容。然而培养学生的思维能力是小学数学教学的目的之一，而语言是思维的物质外衣，词又是语言的最小单位。对词语的理解直接影响着学生对数学概念、法则、性质和一些习题的理解和领会。所以数学教学中也要重视对词语的教学，培养学生思维的品质，调动学生的积极性，提高学生的数学能力。

一、创设情境，教学词语

数学概念是现实世界中数量关系和空间形式在人们头脑中的反映，具有高度的抽象性。数学概念又是用精练而严密的数学语言叙述出来的。由于学生年龄小，知识经验不足，很难正确理解比较抽象的数学术语和概念。这就要求教师在教学中多动脑筋，勤于思考创设情境，使学生首先理解概念中生僻的词语，进而达到理解概念的目的。例如在教学循环小数一节时，针对概念中生僻的字词较多，我创设了这样一个教学情境来帮助学生理解字词。一上课我对学生说：“这节课我们先来做个游戏，规则是老师说‘416’，请第一位同学接着也说‘416’，第二、三……位同学也接着按 $4 \rightarrow 1 \rightarrow 6$ 的顺序各说一遍。”最后教师小结：假定有无数个人接下去说“416”，这三个数字永远按 $4 \rightarrow 1 \rightarrow 6$ 的顺序不断地重复出现。这叫“依次不断地重复出现”边说边板书出来。学生在老师特设的这一情境中充分理解了“依次不断地重复出现”的含义，这不但调动了学生的积极性，而且也为学生理解掌握循环小数的意义扫清了障碍。另外像“体积”这一概念中的“空间”、分数的意义中的“平均分”、“若干份”等词，都可由教师有意创设一定的学习情境来“解词”，以达到真正理解概念的目的。

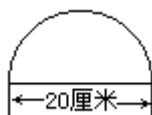
二、抓住联系，教学词语

克鲁普斯卡娅认为：“当孩子们理解了数学跟其他学科知识的联系时，数学便会复苏，变得引人入胜，从一个困难的学科变成一门有用的学问。”解释词语是语文教学中的专项练习。若能把语文教学中词语的解释应用到数学教学中，加强语文、数学教学的联系，帮助学生领悟词语的涵义，能使學生建立清晰的概念形象，正确区分概念。例如“数的整除”一章中，概念较多，类似或相似的概念容易混淆。像质数和互质数、倍数和公倍数，仅一字之差，说的却是完全不同的概念。“互”字在语文教学中讲“互相”。“互相”是存在于两个或两个以上事物间的。互质数是两个自然数之间的一种关系，而质数则是一个自然数自己的性质。通过“互”字的理解，不仅能帮助学生理解这两个不同的概念，更能区分清楚这两个概念的内涵和外延。以利于概念内涵的展示和知识的系统化。培养了学生的思维能力。

联系语文教学也可就词“解词”。

例如计算下面图形的周长

多数学生的算法是：



$$C=3.14 \times 20 \div 2=31.4 \text{ 厘米。}$$

这时不要急于讲解此题的正确解法，而是引导学生来想一想什么叫平面图形的周长？这一提问必然引起学生的思考，通过思考可知平面图形一周的长度才叫它们的周长。这时学生很快看出自己的解法为什么是错误的，并能及时改正过来。学生的思维也由定向转向全面。

三、四年级学习应用题，经常遇到“用同样的速度”、“照这样计算”等词语。老师可以引用语文教学中让学生在语言环境中理解字词的方法，让学生联系题意说一说它们的意义。

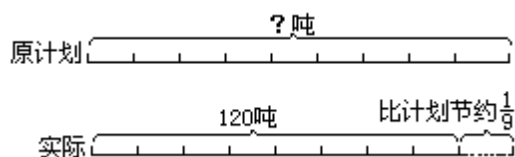
三、画图演示，教学词语

演示和图画都是直观、易懂的数学语言。利用演示和画图可以直观形象地把事物运动变化的过程展示给学生，使学生产生鲜明、清晰的表象，帮助学生理解题意。在学习相遇问题时，常看到题目中有“同时从两地相向而行”，“同时从某地相背而行”等等。这些词句对学生来说都是比较抽象，难以理解的。教学时，可找两名学生到讲台上走一走，让学生看一看，使学生如临其境。在这一过程中，把“相向”、“相反”、“相背”、“相对”、“相遇”等词的具体涵义清楚地通过演示反映给学生。虽然老师并没有给出这些词语的具体涵义，但通过演示学生已经掌握了事物发展变化的规律。

也可以通过画图演示直观形象地解释词意。图形能直观明了地反映已知或未知，已知与所求之间的关系，使抽象的语言文字形象化、具体化，帮助学生理解题意，提高学生分析问题和解决问题的能力。前苏联著名心理学家苏霍姆林斯基说过：“如果哪个孩子学会了画应用题，我就有把握地说他一定能学会应用题。”所以在教学应用题时，教师先做画图示范，继而要教会学生画图，使学生自己能把抽象的语言文字叙述变成生动形象的图形。例如第九册课本分数应用题“某厂4月份烧煤120吨，

比原计划节约了 $\frac{1}{9}$ 。4月份原计划烧煤多少吨？”题目中，原计划烧煤吨数

是个未知数，学生对“比原计划节约了 $\frac{1}{9}$ ”很难理解，应引导学生画出线段图：



借助线段图学生能充分理解“比原计划节约了 $\frac{1}{9}$ ”即是实际比原计划节约的吨数占原计划烧煤吨数的 $\frac{1}{9}$ 。从而使学生清楚4月份实际烧煤的吨数

120，正好是原计划烧煤吨数的 $1 - \frac{1}{9}$ ，根据分数除法的意义，学生很容易解答此题。图形可以简化语言，可以说图是一种“形象的语言”。学生通过画图、看图能很容易地理解题意。掌握应用题的结构，提高学生分析问题和解决问题的能力。

教学中可以采用多种方法进行词语教学。如创设一定的教学情境解释比较抽象的词语；顾名思义解释关键词语；也可以联系上下文多读多练“品”

出词意。总之数学教学中要多动脑筋，想办法，注重词语的教学，帮助学生理解数学教学中的字、词、句，掌握数学语言。提高学生学习数学的质量。

解几教学中的能力培养

黑龙江省建三江一中 李凤仪

中学数学教学大纲提出了培养学生的运算能力，逻辑思维能力和空间想象能力的任务。在平面解析几何的教学中，如何贯彻大纲精神，培养学生的能力呢？根据教材的特点和学生的心理特点，我着重抓了以下能力的培养。

一、自学能力的培养

培养学生的自学能力是数学教学的重要任务，由于解几教材编写得简明晓畅，隐曲之处不多，教材内容系统性强，各块知识之间有很大的相似性和连贯性，所以有利于培养学生的自学能力。如第一章直线的教学，只要掌握了直线的斜率公式，学生对直线方程的各种形式，是不难自行导出的。第二章圆锥曲线的教学，关键是让学生真正理解曲线和方程的关系，掌握求曲线方程的方法，只要第一节讲透了，以后各类曲线的教学，一般可通过自学来完成。高二学生有独立学习的要求，在知识积累上也具备了进行自学的基础，实践也说明学生欢迎自学，本人曾在两届学生中采用单元自学的方法，都收到明显的效果，自学的一般方法是：先出示自学思考题，让学生根据思考题边看书，边做练习，自学结束后，要进行一次效果检查。然后，根据检查的结果，作针对性精讲，帮助学生深化知识，这样做，激发起学生的学生兴趣，提高了学生的自学能力。

二、动态分析能力的培养

运动是物质存在的形式，任何事物都是处于某种运动状态的。研究事物，就是研究该事物的运动规律。解析几何是研究点的运动轨迹的学问，因此，应用动态分析的方法是解析几何的基本思想。

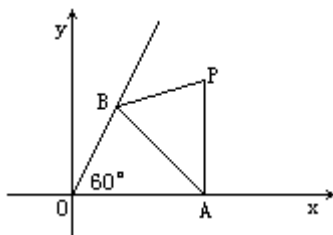
动态分析的方法，就是对运动着的事物在某瞬时进行质点分离，使之转化为静态来进行分析的方法。在解几中，通常有两类问题，一类是求动点轨迹方程，书本中关于直线及二次曲线的标准方程的推导过程都是应用动态分析法；另一类是用运动的观点，联系和转化的观点来研究曲线的性质解决问题，这类问题存在于整个解析几何中。

三、应用参数能力的培养

世界上的事物间大都是有联系的，联系的方法千姿百态，错综复杂，解决问题往往从寻找各种联系入手，对于那些比较隐蔽的联系，难以直接找到，往往要以中间变量为媒介，解向中称为参数，代数中变量的变换法，几何中的辅助线都属于同一类问题。因此，在解几中培养应用参数的能力是十分必要的。

应用参数应注意两点：一是选择适当的参数，参数选得好，可使问题简化；二是讨论参数的取值范围，以保持问题的等价性。

例如，已知边长为 a 的正三角形 ABP 的顶点 A 在 x 轴正向，顶点 B 在倾角 60° 的射线上滑动，求 P 点的轨迹方程。



如图， $\triangle ABP$ 滑动时， P 点的运动可用 $\angle OBA$ ，或 $\angle OAB$ ，线段 OA 或 OB ，以及 B 点的纵坐标或横坐标来描述。因此，这些量都可以被选作参数。然而，实际将证明，如选 B 点的纵坐标为参数，解的过程将复杂得当，而取其余参数，解的过程较为简单，同时，还必须根据条件确定参数的取值范围，否则，将与原题不等价。

怎样才能提高应用参数的能力，我想只能通过典型例题的分析及适量的练习来达到。

四、综合运用数学知识解决问题能力的培养

培养学生综合运用数学知识的能力是解几教学的一个重点之一，解几的综合性大，代数、三角、立几都可与之结合，而构成综合题。通过综合题的解题教学，可以培养学生分析问题和解决问题的能力。解综合题，要有牢固的基础知识，要掌握一定的技能技巧，本人认为解题教学中应加强以下五点的训练。

1. 发散性思维。

发散性思维是创造性思维的起点，可通过一题多解和一题多变来训练，这类问题可以从多数的练习题中见到。

2. 自我评价。

解题过程出错或遇到障碍是不可避免的。怎样能及早发现错误？怎样才能寻求捷径？怎样才能使推理严密？解答完备？需及时进行自我评价。评价的内容大体有“条件是否用上？有无隐含条件？推导有无错误？有无简捷的方法？存在域是什么？结论是否完备等。”

3. 等价变换。

兵法有“正不着奇之”的策略，解数学题就含此一着，有些问题，如能从侧面或反面思考常常一蹴而就。也有些题，乍看似千难万难，如能把原命题转译成等价问题，则容易得多。

4. 恒等变形。

解几是用代数方法研究几何问题的，因此离不开运算。近年来，教学中重思路分析，有轻运算落实的倾向，导致学生解题时，运算出错的不少，因此，应通过练习，过好运算关，尤其代数式的恒等变形更显重要。

5. 数形结合。

数形结合是解几的特点，因此，教学过程中一定要加强这方面的训练。基本图形，特征图形印在脑子里，这样，对掌握曲线性质和启发思维都有帮助。

例如： m 为何值时， $x^2+y^2=3$ ($x \geq 0$) 与 $y=m(x+1)-3$ 有一个交点？有两个交点？

该题用代数方法讨论容易出错，如借助图形就一目了然。

教学改革点滴体会

河南省郑州市中原区二砂小学 张红丽

工作的实践使我体会到，调动学生学习数学的积极性和发挥教师的主导作用是提高教学效果的前提。要取得好的教学效果，教师必须及时恰当地对教学进行调整。调节教学是以和谐教育为指导思想，如果没有调节就不可能产生和谐，没有和谐教育，就不可能有愉快教育，成功教育和创造教育。下面就是我怎样进行调节教学的。

一、创设情境，巧妙有趣的导入新课

一出好戏应有好的开场，一个优秀乐师的第一个音符能先声夺人。同样，一堂课的“导入新课”成功与否，直接影响新知识的教学。一段精心设计、独具匠心的“导新”，能对学生的起导向作用，使学生顺利完成新知识的掌握和智能发展。

1. 开门见山式：

新课一开始，就直接揭示课题，把教学目的、教学内容以及本课所要达到的要求直接了当地呈现给学生，使学生明确所要完成的学习任务。例如，讲小数的初步认识：以前我们学习了整数，从今天起我们要学习小数。

2. 旧知铺垫式：

新旧知识之间有着密切联系，新知就是旧知的进一步扩展，新知难点就是新旧知识的连接点。用这种导新方式符合数学知识的逻辑发展顺序和儿童的心理发展顺序。学生容易接受，教者顺利轻松。例如：讲倍和应用时，可由一步计算应用题：白兔有6只，黑兔的只数是白兔的2倍，黑兔有多少只？把问题改为一共有兔多少只？就变成新知识的两步计算应用题了。

3. 悬念疑难式

巧设悬念，创设学生的认识矛盾疑难导新。例如：在讲除数是两位数的除法时，把学生会做的 $84 \div 4$ 中的除数4改为42，你还会吗？学生被难住了，从而导出新课。

4. 趣味故事式

根据儿童好奇、爱听故事的特点，对有些教学内容进行生动、形象的描述式演示，或者对教秋天，小猴子来到果园里摘下满满两大筐苹果。一筐274个，另一筐298个。这时小熊博士走过来对小猴说：“小猴子你能算一算两筐一共有多少个吗？”小猴不假思索地说：“这还不会，用 $274+298$ ”。于是小猴趴在地上用竖式算了起来。小熊博士接着说：“不、不，用口算。”这一下可难住了小猴。从而引出新课课题。

5. 实验操作式：

童年期儿童的思维还不能离开具体事物进行，因此，可通过实验操作。例如：长方形周长的教学，可让学生拿出自制的长方形和绳子亲自量一量、说一说，如何求长方形的周长。

6. 综合式：

一段精彩的导入新课，它的任务并非是单一的，所起的作用也并不一定是唯一的。它所采用的导新方式也往往是各种方式的综合运用。趣味故事往往产生悬念疑难，实验操作往往融铺垫、趣味、疑难于一体。一题多变、一题多解、一题多用正是综合式导新的体现。通过“导入新课”这一教改实验，

我看到学生情绪热烈、兴趣盎然。教与学双方都沉醉在一种轻松愉快的气氛中，其间虽有苦思冥想、一筹莫展，而茅塞顿开后，脸上荡漾发自内心的微笑。

二、优化课堂教学，精心设计教学全过程

1. 教学方法的运用上，让学生品尝成功的喜悦。

学生快乐地获取“成功”，并尽情地体验“成功”之后的“快乐”，如此周而复始，螺旋式上升，形成良性循环，逐步进入教学的最高境界。例如教学“商不变的性质”时，可以讲一个“猴王分桃”的故事：猴王把6个桃子分给3只小猴，小猴嫌小；猴王把60个桃子分给30只小猴，小猴子还嫌少。猴王说：“好吧，给你们600个桃子，可要分给300只小猴啊！”小猴一听乐了，笑了！猴王也笑了！听到这里同学们也笑了。这时再讨论商不变的性质，学生就很自然地理解了。

2. 以语言艺术，激励学生探索新知。

教师的语言科学、深刻、生动、形象、幽默、风趣、亲切、自然，充满情和意，学生会在潜移默化中受到陶冶、激励和鼓舞。课文教学的过程是一个特殊的认识过程，是一个充满心理活动的过程，是一个不断提出问题和解决问题的过程。课堂提问是通过提问鼓励他们发现和提出问题，引导他们积极主动探索新知。例如：教学小数比较大小的时候，通过回答例1：比较2.35元和2.41元的大小，老师提出三个问题，学生自学课本，找出比较两个小数大小的方法之一。例2：比较0.059米和0.07米的大小，让学生观察米尺上的刻度，再拿出准备好的绳子0.059米和0.07米，看一看、比一比谁长谁短，最后思考，终于发现了比较两个数的大小的方法。在参与新知识学习的过程中，学生充分体验着思维之趣、参与之乐、成功之悦。

3. 把思维训练贯穿课堂教学。

思维训练必须通过教学过程去完成。教学时我们开展了审题训练、分析数量关系的训练、列式训练等20多项思维训练。每年根据教材教学要求，制定具体的训练项目和内容。例如教学三步计算应用题：一个机械化养鸡场1月份运出的鸡是13600只，2月份运出的只数是一月份的2倍，3月份运出的比前两个月的总数少800只。3月份运出多少只？训练学生先画出线段图，通过线段图就能很快地说出解题思路。

在课堂教学中，思维训练可分三个步骤完成：培养兴趣，激发思维；设疑质疑，暴露思维；指导学法，引导思维。例如教学两步计算应用题：一个商店运进4箱热水瓶，每箱是12个。每个热水瓶卖6元，一共可以卖多少元？教学过程是这样安排的：

(1) 故事导入：在一个阳光明媚的春天，小熊商店开张了，小猴子开着汽车来送货（出示图）。它送来了4个箱子，每箱热水瓶12个，每个卖6元，这时小熊问小猴说：“你带来的热水瓶一共可以卖多少钱？”（出示例题）小猴子犯了愁，忽然，从天而降了一位智慧爷爷说：“不要急，小猴子你能回答出下面的问题，上题就算出来了。”（出示图）要求一共可以卖多少元？就是求4箱可以卖多少元？必须知道哪两个条件？知道了什么？不知道什么？先求什么？再求什么？这样的导入就很自然地进入了应用题的教学。

(2) 在投影上打开箱子，说出求4箱热水瓶的数量关系式：每箱的钱数 $\times$ 箱数=总钱数。这样就完成了第一种解法的思维过程，这个过程是在学生已

有的思路基础上适当引导和点拨，引导学生不断修正自己的思维轨道，保证思维的正确性和合理性。

(3) 这道题还有另外一种思路呢？老师提出问题：如果小猴子没有把热水瓶放在箱子里，而是一个一个单独放在车上，一个一个地卖，该怎么算出一共卖了多少钱呢？在提出问题的同时打出投影片。这样的设疑质疑，暴露思维。学生敢于提问，从而充分暴露学生的思维过程。形象地说，就是选好起点，掌握终点。在思维过程中，把握好几个站口，要让学生“跳一跳”才能过去。学生才能在认识的初级阶段上升到思维的灵活，最终达到训练思维的目的。

三、重视课堂练习，培养思维能力

学生接受和巩固知识的过程是由简单到复杂，由易到难，由浅入深且具有阶段性。在设计练习题时是要有一定的坡度，先练习模仿性的题目，这属于再现性思维。然后再逐步提高要求，最后为创造性思维设计少量题目。练习题的设计不但有坡度而且还要有层次。例如设计“长方形的面积”练习题可分以下层次：

第一层次：一个长方形的长是 8 米，宽是 4 米，这个长方形的面积是多少平方米？

第二层次：量一量长方形的长、宽分别是多少？再算出长方形的面积。

第三层次：一个长方形的长是 8 米，长是宽的 4 倍，这个长方形的面积是多少平方米？

第四层次：一个长方形的长是 8 米，周长是 24 米，这个长方形的面积是多少平方米？

第五层次：一个长方形地块的长 8 米，宽 6 米，如果每平方米种 14 棵树苗，这块地一共种多少棵树苗？把这一层次延伸和迁移就是一道思考题。这样的安排就紧扣了课本的重、难点，梯度明显，数量适当，能适应不同程度的学生。

浅析应用题教学中思维能力的培养

山东省烟台市莱山区前七夼完小 杨淑凤 杨丽华

思维是人类特有的一种精神活动，思维能力是多次精神活动的总和，在数学应用题教学中，培养学生的思维能力，发展学生的智力，乃是摆在教师面前的一项艰巨而重要的任务。是小学数学教学大纲的目的要求之一，如何在小学应用题教学中培养学生的思维能力，我做了如下几点尝试。

一、分析数量关系进行定向思维训练

帮助学生正确分析题中的数量关系，是培养学生定向思维的重要途径。如：买3张桌子和4把椅子一共用了308元，每把椅子32元，每张桌子多少元？让学生读题并说出308元是什么量？当学生说出是3张桌子和4把椅子的总价时，教师还要让学生说出另一个已知条件，即椅子的单价，这时教师引导学生根据单价、总价和数量之间的关系写出关系式，即（总价-4把椅子的价钱）÷桌子的数量=每张桌子的单价。只有在工程问题、路程问题及分数（百分数）等应用题教学中，对学生不断地进行定向思维训练，才能真正提高学生的思维能力。

二、一题多问，进行逆向思维训练

逆向思维水平的高低，标志着思维概括能力的强弱，所以要十分重视逆向思维的训练。一题多问，是进行逆向思维训练的好方式。例如：让学生根据已知条件“2小时走800米”提出未知条件，不仅让学生提出“1小时走多少米？”还要引导学生提出“走1米需多少时间？”“走1千米需多少时间？”“3小时可走多少千米？”根据已知条件“甲仓存粮900吨，比乙仓存粮多120吨，”不但要学生提出“乙仓存粮多少吨？”还要引导学生提出“乙仓比甲仓少多少吨？”“甲仓和乙仓共存粮多少吨？”“甲仓存粮是乙仓的几倍？”乙仓存粮是甲仓的几分之几？”等，这样持之以恒地对学生进行逆向思维训练，学生的思维能力一定能得到提高。

三、一题多解进行发散性思维训练

鼓励学生一题多解，是训练学生发散性思维的有效手段，从不同方面考虑同一个问题，可找到这一问题的多种解法。教师应指导学生灵活运用所学知识，用多种方法解决同一问题。如：一个纺织厂，有35000个纱锭，平均1000个纱锭每小时生产棉纱26.5千克。如果1千克棉纱织布7.2米，这个厂每小时生产的棉纱可以织多少米布？根据题意教师可问：“每小时生产的棉纱可织布多少米？应先求出什么？”学生回答出：“应先求每个纱锭每小时生产棉纱多少千克，再求出35000个纱锭可生产棉纱多少千克，教师可引导学生列出算式： $7.2 \times \{ (26.5 \div 1000) \times 35000 \}$ 。

鼓励学生用另一种方法解这道题，教师问，要求这个厂每小时生产的棉纱可以织多少米布，还可先求出什么？学生根据自己的思考可回答：“应先求出35000个纱锭里面有多少个1000，然后根据每1000个纱锭每小时生产棉纱26.5千克算出总共生产多少千克棉纱，最后求出每小时生产的棉纱可织布多少米。列算式是 $7.2 \times \{ 26.5 \times (35000 \div 1000) \}$ 。”当学生看到第二种解法和第一种解法，虽然思路不同，但结果相同时，情绪很高涨，此时教师可再一次鼓励学生回答出第三种解法。即：“要求出这个厂每小时生产棉纱可织多少米布，还可先求出1000个纱锭每小时生产的棉纱可织布多少米，

再求出 35000 个纱锭是 1000 的多少倍，最后求出答案，列算式是： $7.2 \times 26.5 \times (35000 \div 1000)$ 。”通过教师的启发，学生的思维非常活跃，为今后列方程解应用题打下了良好的基础，同时学生的发散思维得到了很好的训练。

实践证明，在应用题教学过程中，持之以恒地坚持把发展学生的思维能力放在首位，学生经过长期的定向、逆向、发散性思维的训练，就会慢慢地形成一种能力，对应用题的学习产生浓厚的兴趣，变成一种课堂动力，推动数学学科学习的顺利进行，并取得良好的学习效果。

激发兴趣 培养能力 提高课堂教学效益

山东省威海市十二中 孙建英

在教学中，我们经常可以看到这样一种现象，学生对某学科特别爱学，学习积极性很高，效果就比较好；也有的一提某学科，马上情绪低落，效果就不好。这说明一个道理：每位老师都能传授正确的知识，但学生未必愿意学，关键是“兴趣”大小。下面我把如何通过创设问题情境，培养兴趣，发展思维能力来提高课堂教学效益的点滴体会总结如下：

一、课堂教学思维情境的创设

1. 不可忽视的课堂引入：虽然引入只是用短短的几分钟时间，但作用不能忽视。引入不能是例行公事走走过场，或者干脆不用引入直接传授新知识。如果能用复习、对比、实验、举例、联想等方法，设计一个与课堂教学内容紧密联系的引入，达到置疑、置奇的效果，就能把学生分散的思维一下子聚拢过来，饶有兴趣地进入惊奇、期待、激动的求知意境，为一堂课创造一个良好的开端。如：在讲垂线时，我问学生：同学们有没有看见盖房子时常用一根拴了砖头的细线判断墙上下垒得直不直呢？谁能说明它的道理呢？一句话便引起了学生的兴趣。

2. 精心设计例题和习题：在备课时，根据教材的内容选择出既有典型性又有启发性的例题和习题。尽可能做到既不脱离教材，又不拘泥于教学层次的展开；既有难度，又一跃可得，充分发挥每一道题的功能。

所选的题型常有三种：

(1) 一题多解：通过多种解法和比较，开阔思路，培养学生思维的发散性。如讲相似三角形判定后，对需添加辅助线证明的例题选：已知 $\triangle ABC$

中，D是BC的中点，E是AC上一点， $AE = \frac{1}{2}EC$ ，DF的延长线与BA的延长线交于F点，求证 $AB=AF$ 。这类题在数学中常见，对这类题有的老师只按自己的思路讲给学生听，对学生所想的其它解法没能让学生说出来，给了学生一个固定的模式，这样学生一旦想不到那仅有的解法，做题时便无从下手。我在讲课时尽可能让学生把各种不同的方法都说出来，集思广益，畅所欲言。如上道题学生就用了四种方法，我就让学生从中选择最佳的一种，并总结出规律。

(2) 多题一解：每道题不论以哪种形式出现，不论从哪个角度考虑，都根据同一理由，即有利于学生牢固掌握某一重要法则（或定理）。如讲三角形中位线定理的应用时，选择习题：a. 顺次连结四边形各边中点所得四边形是什么图形？b. 分别顺次连结平行四边形、菱形、矩形、正方形各边中点所得四边形是什么图形？让学生针对这两类五种情况寻找解题规律，在此基础上引导学生总结所得四边形的形状与原四边形的对角线的位置与大小有关，学生通过画图分析共归纳出三种情形：A. 连结对角线垂直的四边形各边的中点得到矩形 B. 连结对角线垂直且相等的四边形各边的中点得到正方形 C. 其它的情况得平行四边形。

(3) 一题多变：当学生理解掌握基本理论后，通过变换原题的已知条件（或结论），形成变式题。如几何中通过图形位置的变化，已知条件的变化等方法把所学知识串联成线，培养学生思维的广阔性。如已知：平行四边形

ABCD 的对角线 AC 上两点 E、F，且 $AE=FC$ ，求证：四边形 BFDE 是平行四边形。变式时可把 E、F 看作动点，作如下变形，将已知改为：a. $DE \perp AC$ ， $BF \perp AC$ ；b. E、F 是对角线 AC 的两个三等分点；c. $\angle ADE = \angle CBF$ ；d. E、F 分别为 $\angle ADC$ 和 $\angle ABC$ 的平分线与 AC 的交点。

总之，对课堂例题与习题的设计避免只是介绍一个个孤立的知识点，而是形成一个体系，牵一发而动全身，不是停留在就题论题，照本宣科的水平上。

二、课堂教学思维情境的调控

1. 把打开知识大门的钥匙交给学生，由于提倡教是为了不教，所以我改变由老师包办代替，学生处处依赖的传统教学方式，凡是学生能做的，或在老师引导下能够完成的，就放手让学生做，尽可能为学生参与各种教学活动创造机会，这样能培养学生自己动脑分析解决问题的能力。如：在讲平行四边形的定义和性质一节：我先让学生举出常见的属于四边形的实物，加以比较，再结合平行四边形的“字面意义”自己得出定义，我又画了一个梯形的图形强化定义。在讲其性质时，我只画了一个 $\square ABCD$ 让学生通过以前学过的知识去证明平行四边形的边与角的关系，大家都积极讨论，各抒己见，课堂气氛非常活跃，效果也较好。

2. 当好每节课的导演，做好“引路人”。课堂上我能够不露痕迹地控制整个课堂，达到“活而不乱”。当问题提出后，我没有急于喋喋不休地提示，而是给出 2~3 分钟让学生思考，让学生同桌或小组讨论，对带有共性的难点此时给予适当的点拨，略加暗示。当学生经过讨论对问题有一些认识之后，找学生回答问题。常用的方法有：学生在位上讲自己的思路方法；也可上台像老师一样讲解；或者学生之间，师生之间辩答；或者我有意讲错让学生辨析等。无论哪种方法，我都注意多鼓励学生，让他们感到答得对与错没什么，贵在参与，这样上课时学生都非常希望老师提问。经常如此让学生参与教学活动，许多原来基础差不爱学数学的学生也乐于学，激发了他们的学习兴趣。

对不同层次的学生要求不同。对基础差一点的学生在新学期开始就多关心引导，上课提问一些简单的问题，或从起点引导，使他感受到一些启发，一步步解决问题，让他也能够感受到成功的喜悦，这时我总是及时给予肯定和表扬，既能增强信心，又提高学习兴趣。对基础好的学生，引导时提出难度较高的问题，诸如：“这个问题的解法你怎样想到的？”“你怎样来证明？”“你能总结这类问题的解题规律吗？”“是否还有别的解法？”以锻炼好学生的灵活思维能力。在课堂上我善于用巧妙地问，引发学生积极的思考，让学生不知不觉地随着老师走，往往下课时学生还沉浸在思考的兴趣中。

总之，课堂上注意创设问题情境，把问题作为教学的出发点，让学生动脑、动口、动手，自己得出结论，而不是把结论原原本本教给学生，把各类题型面面俱到讲给学生听。

多年的教学实践使我越来越觉得应该重视课堂教学效率，重视教学改革。在今后的教学中，仍需不断学习先进经验，提高自身的教学水平。

