学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

小学数学趣题巧算

六年级分册

BOOK

内部资料 非卖品

内容简介

本丛书的目的是培养和发展小学生的数学思维能力，使小学生在学懂数学知识的同时学会思考，掌握思考方法，提高思维水平。

本丛书按照学生的程度分册出版。全书分为六个分册，即一、二年级分册，三年级分册，四年级分册，五年级分册，六年级分册和综合分册。各册均选编了大量能启发思维的饶有趣味的例题和练习题，并通过对这些例题的详细讲解，介绍给学生各种思考方法和计算技巧，以期能引导学生举一反三，灵活运用已学过的数学知识。

本丛书供小学生自学使用，也可作为教师开展课外数学小组活动以及家长辅导孩子学习数学的参考书。

名师导学
小学数学趣题巧算
百题 百讲 百练
（六年级分册）
李树德 张玉山 张德勤 李异芳 主编
※
北京工业大学出版社出版发行
各地新华书店经销
徐水宏远印刷厂印刷
※
1995 年 3 月第 1 版　1996 年 8 月第 2 次印刷
787×1092 毫米 32 开本　5 印张 110 千字
印数：21001～36000 册
ISBN7-5639-0435-2/G·215
定价：4.50 元
（京）新登字 212 号

编者的话

一位教育家说过：“ 教会学生思考，这对学生来说，是一生中最有价值的本钱。 ”学习数学的本身，就是要在学懂数学知识的同时，学会思考，掌握思考的方法，培养和发展思维能力，提高思维水平。

我们几位从事小学数学教学工作的老师，就是以教会学生思考为出发点，结合学生学习的知识内容，编写《趣题巧算——百题 百讲 百练》这套书的。全书分为一、二年级分册，三年级分册，四年级分册，五年级分册，六年级分册和综合分册。书中列举百例，讲解这百题，同时又设计了一百道练习题供学生练习用。通过小学生的自学，使他们学会思考。另外，这本书也是教师开展课外数学小组活动及家长指导孩子学习数学的资料。

在编写这本小册子的过程中，我们选用了一些竞赛试题或一些他人设计的趣题，在此向这些作者致谢！

编者水平有限，经验不足，书中如有不当之处，敬请读者提出批评指正。

编者

1994 年 10 月

作者简介

李树德 1941 年生。原任北京市东城区地坛小学副校长，北京市和东城区数学奥林匹克学校骨干教师，特级教师，中学高级教师，中国数学奥林匹克一级教练员，第四届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛主试委员会委员，第八届“北京市迎春杯数学竞赛”命题组成员。长期从事小学数学教学工作，有扎实的专业知识和理论基础，他撰写的论文多次获优秀成果奖，多次在省市级刊物上发表有关数学教学文章。

热心于小学数学奥林匹克教学工作，是东城区数学奥林匹克学校创始人之一。他培养的学生多次在区、市、全国数学竞赛中获奖。为历届“迎春杯”赛主教练，为东城区在北京市迎春杯数学竞赛中夺得三连冠做出了贡献。

近年来参加编写了《“华罗庚金杯”少年数学邀请赛试题分析》、《小学数学标准化题型研究与练习》、《小学数学百问》、《数学奥林匹克电视讲座》等十余本书。

张玉山 1940 年生。北京市东城区和平里第二小学副校长，中学高级教师，中国数学奥林匹克一级教练员。多年从事小学数学教学工作，有扎实的专业知识和理论基础。撰写多篇论文，多次获优秀成果奖，多次应省市级刊物的邀请撰写有关数学的专栏文章及专题讲座。

近些年来，积极投身于数学奥林匹克学校的教学工作，是东城区数学奥林匹克学校创始人之一，北京市和东城区数学奥林匹克学校的骨干教师，为历届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛、“北京市小学迎春杯数学竞赛”的东城区集训队主教练之一，为东城区连续三年在北京市迎春杯数学竞赛中夺冠，为发现和培养数学人才做出了贡献。

近年来，曾编写和参加编写了《小学数学学习指导》、《“华罗庚金杯”少年数学邀请赛试题分析》、《小学数学标准化题型研究与练习》、《趣题巧解》以及北京市城近郊区小学奥林匹克教材《小学数学奥林匹克讲义》、《小学数学奥林匹克辅导与练习》、《数学奥林匹克电视讲座》等十余本书。

张德勤 1943 年生。1963 年参加工作，现任北京市东城区地坛小学副校长，分管教学工作，中学高级教师。

长期从事小学数学教学工作，取得了较好的成绩。曾获北京市小学教学案例评选一等奖，连续三年获得区优秀教学成果奖，连续三次获得市、区优秀教学论文奖，两次被评为区优秀教育工作者和局级优秀园丁。

热心于小学数学奥林匹克事业，是东城区数学奥林匹克学校创始人之一，是北京市和东城区数学奥林匹克学校骨干教师，中国数学奥林匹克一级教练员。他培养的学生多次在区、市、全国各种数学竞赛中获奖，为东城区连续三年在北京市迎春杯小学数学竞赛中夺冠做出了贡献。

近年来，参加过《“华罗庚金杯”少年数学邀请赛试题分析》一书的编写工作，参加了北京市城近郊区小学奥林匹克教材的编写和审订工作。与人合作编写了《小学数学标准化题型研究与练习》、《小学数学百问》、《数学奥林匹克电视讲座》等十余本书。配合教材，多次在省市级的刊物上发表数学教学文章。

李异芳 1946 年生。1965 年毕业于北京第一师范学校，多年从事小学数学教学工作，后进入北京教育学院数学系进修，获大专学历。现任北京东城区黑芝麻胡同小学教导主任，获中学高级教师职称。兼任北京市数学奥林

匹克学校东城分校教练员、东城区数学奥林匹克学校教练员及“ 华罗庚金杯 ”少年数学邀请赛、“ 北京市小学迎春杯数学竞赛 ” 东城区集训队主教练。

曾参加编写《启蒙数学》、《小学数学重点难点疑点问答》、《小学数学百问》、《小学数学奥林匹克讲义》、《数学奥林匹克辅导与练习》等书。

小学数学趣题巧算

一、百题

1．钟声

小明家离火车站很近，他每天都可以根据车站大楼的钟声起床。车站大楼的钟，每敲响一下延时 3 秒，间隔 1 秒后再敲第二下。

假如从第一下钟声响起，小明就醒了，那么到小明确切判断出已是清晨 6 点，前后共经过了几秒钟？

2．越减越多

同学们对这样的问题可能并不陌生：“一个长方形被切去 1 个角，还剩几个角？”这种题的最大特点是答案不唯一，要根据去掉的这个角的不同情况来确定“剩角”的多少。

图 1

以上 3 幅示意图，表明了 3 种不同情况的 3 种不同答案。其中第 3 种情况最有趣，长方形原有 4 个角，切去了 1 个角，反而多了 1 个角，出现了越减越多的情况。下面一道题的思考方法与上题类似，看你能否正确回答。

“一个正方体，锯掉一个角，还剩几个角？”请注意，这里的“角”是立体的“角”，它不同于平面上的角。

3．数一数

如果有人问你“会数数儿吗？”，你会不屑一顾地说：“这么大了，还不会数数儿！”其实，数数儿的学问还是很大的。不信，请你数出下面几何图形的个数。

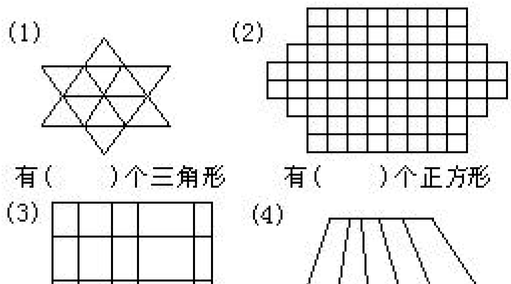


图 2

4．画一画

下面这些图形你能一笔画出来吗？（不重复画）

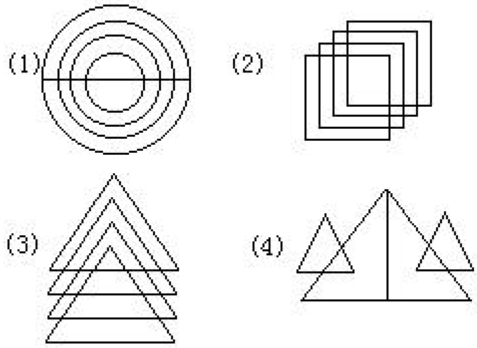


图 3

5．最短的路线

养貂专业户养殖场内安置了 9 个貂笼（如下图）。为了节省每次喂食的时间，他必须走一条最短的路，但又

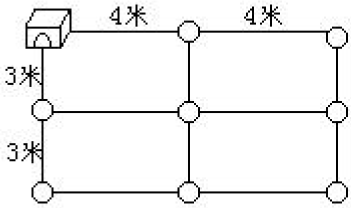


图 4

不能漏掉一个貂笼，喂完食后还要回到原出发点。你能替他设计一条最短的路线吗？并算出每喂食一次，至少要走多少米的路。

6．切西瓜

六（1）班召开夏夜乘凉晚会，买来了许多西瓜。班主任李老师说：“今天买来了许多西瓜请大家吃。在吃以前我先要以切西瓜为名请大家做一道数学题。我规定，西瓜只能竖切，不能横剖。大家知道，切一刀最多分成 2 块，切 2 刀最分成多 4 块，那么切 3 刀最多能分成几块？切 4 刀、切 5 刀、切 6 刀呢？这中间有没有规律？如果有规律，请同学们找出来。”李老师刚说完，同学们就七嘴八舌地讨论起来。请你也参加他们的讨论吧。

7．均分承包田

有一块等腰梯形菜地（如下图），地边有一口水井。现在 3 户种菜专业户都提出要承包这块地。经研究，决定让这 3 户共同承包这块地，因此必须把这块地分成面积相等、形状相同且与这口水井的距离也要相等的 3 块地。你能帮助解决这个问题吗？

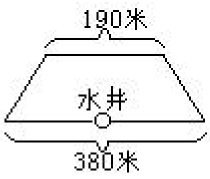


图 5

8．巧分食盐水

大家在常识课上认识了量杯。快下课时，王老师让我们用手中的量杯做一个智力小游戏：

有 30 毫升、70 毫升、100 毫升的量杯各 1 个，请你用这三个量杯把水槽中的 100 毫升食盐水平均分成两份，但分的时候不准看量杯的刻度。大家动手试一试，至少要分几次才成？

9．扩大鱼池

养鱼专业户张强，去年承包了一个叫“金三角”的鱼池（如下图），喜获丰收。为了进一步增产，决定把鱼池扩大。但有这样的要求：①扩大后的鱼池必须仍是三角形，保持“金三角”鱼池的称号；②扩大后的鱼池面积是原面积的 4 倍；③原鱼池的三个角上栽的 3 棵大柳树不能移动。你能替张强设计一个施工草图吗？

10．巧妙的算法（一）

$1^1=1$　　　　$2^2=1+3$

$3^2=1+3+5$　　$4^2=1+3+5+7$

……　　　　……

请你仔细观察上面这些算式，试着找出某种规律，并利用这个规律迅速算出下面式子的答案：

（1）1+3+5+7+9+11+13+15

（2）1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31+33+35+37+39

11．巧妙的算法（二）

$1^3+2^3=9$　　　　$(1+2)^2=9$

$1^3+2^3+3^3=36$　　$(1+2+3)^2=36$

……　　　　……

请你仔细观察上面两组算式，找出规律，并迅速算出下面算式的答案：

（1）$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3+9^3+10^3$

（2）$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+20^3$

12．哪个分数大？

有三个分数 $\frac{1111}{11111}$、$\frac{11111}{111111}$ 和 $\frac{111111}{1111111}$，请你比较一下，哪个分数大？

13．想办法巧算

计算：$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{1\times4}+\cdots\cdots+\frac{1}{998\times999}+\frac{1}{999\times1000}$

14．从 1 到 100 万

大家对德国大数学家高斯小时候的一个故事可能很熟悉了。

传说他在十岁的时候，老师出了一个题目：1+2+3+……+99+100 的和是多少？

老师刚把题目说完，小高斯就算出了答案：这 100 个数的和是 5050。

原来，小高斯是这样算的：依次把这 100 个数的头和尾都加起来，即 1+100，2+99，3+98，……，50+51，共 50 对，每对都是 101，总和就是 101×50=5050。

现在请你算一道题：从 1 到 1000000 这 100 万个数的数字之和是多少？

注意：这里说的“100 万个数的数字之和”，不是“这 100 万个数之和”。例如，1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12 这 12 个数的数字之和就是 1+2+3+4+5+6+7+8+9+1+0+1+1+1+2=51。

请你先仔细想想小高斯用的方法，会对你算这道题有启发。

15．求数列的和

你能用巧妙的方法，求出下列算式的结果吗？注意，高斯求和的方法在这里用不上。

（1）$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{40}+\frac{1}{60}+\frac{1}{84}$；

（2）$\frac{2}{3}+\frac{2}{15}+\frac{2}{35}+\frac{2}{63}+\frac{2}{99}+\frac{2}{143}$。

16．不必大乘大除

下面这道计算题，按一般运算法则计算是很麻烦的。如果你能发现数字的特点，采用巧算，则这道题将变得很容易。请你不要用纸和笔，用脑子想一想，就得出答案，行吗？（限 10 秒钟）

$$\frac{1994}{1994\times1994-1995\times1993}$$

17．猜猜是几？

一个三位数，写在一张纸上，倒过来看是正着看的 1.5 倍，正着看是倒过来看的$\frac{2}{3}$。这个三位数是几？

18．完全数

如果整数 a 能被 b 整除，那么 b 就叫做 a 的一个因数。例如，1、2、3、4、6 都是 12 的因数。有一种数，它恰好等于除去它本身以外的一切因数的和，这种数叫做完全数。例如，6 就是最小的一个完全数，因为除 6 以外的 6 的因数是 1、2、3，而 6=1+2+3。

你能在 20 至 30 之间找出第二个完全数吗？

19．有这样的数吗？

小明异想天开地提出：“世界上应该存在这样两个数，它们的积与它们的差相等。”他的话音刚落，就引起了同学们的哄堂大笑，大家都觉得这是不可能的。但是，世界上有些事情往往产生于一些怪想法。小明的想法，后来竟被同学们讨论证实了。

你能找到这样的两个数吗？告诉你，这样的数还不止一对呢！

20．两数的积与两数的和能相等吗？

数学课上，小明偶然发现 2×2=2+2。下课后，小明问王老师：“2×2=2+2，这样两数的积等于两数的和的情况，还有吗？”王老师听后很高兴地拍着小明肩膀说：“你能在数学学习中敏锐地发现问题，提出问题，这是很宝贵的，希望你能保持这个优点。你提的问题在数学中不是偶然的现象，还可以举出很多实例。例如，$3\times1\frac{1}{2}=3+1\frac{1}{2}$，甚至还有三个数的积等于这三个数的和，四个数的积等于这四个数的和，五个数的积等于这五个数的和。这些现象近似于数学游戏，有兴趣，你回去仔细想想，一定会找到答案的。明天我们一起交换看法好吗？”小明听后高兴地接受了老师的建议。

同学们，你们能找出这样的数吗？

21．老路行不通

五年级的时候，我们在数学课上就学习过计算与三角形有关的阴影部分面积的方法。但下面这道题却无法用习惯的方法解答，需要另辟蹊径。这条要走的“新路”所依靠的知识，仍然是最基本的：如果几个三角形的底和高都相等，那么它们的面积也相等。

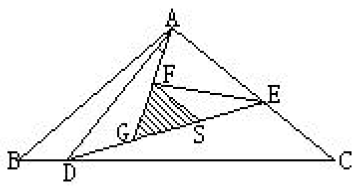


图 7

已知：在△ABC 中，BC=5BD，AC=4EC，DG=GS=SE，AF=FG。

求阴影部分的面积占△ABC 面积的几分之几？

22．关键在于观察

你在数学课上学了不少几何图形的知识，掌握了不少平面图形的求面积公式。但是有许多组合面积的计算，单靠这些知识是远远不够的，它更需要对组合图形的观察能力。下面就是一道考查你的观察能力的题目。试试看，你能很快做出来吗？

已知图内各圆相切，小圆半径为 1，求阴影部分的面积。

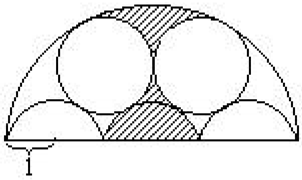


图 8

23．一筐苹果

入冬前，妈妈买来了一筐苹果。清理时，发现这筐苹果 2 个、2 个地数，余 1 个；3 个、3 个地数，余 2 个；4 个、4 个地数，余 3 个；5 个、5 个地数，余 4 个；6 个、6 个地数，余 5 个。你知道这筐苹果至少有多少个吗？

24．怎样分？

有 44 枚棋子，要分装在 10 个小盒中，要求每个小盒中的棋子数互不相同，应该怎样分？

25．不要急于动手

下图是一个正方形，被分成 6 横行，6 纵列。在每个方格中，可任意填入 1、2、3 中的一个数字，但要使每行、每列及两条对角线上的数字之和各不相同，这可能吗？为什么？

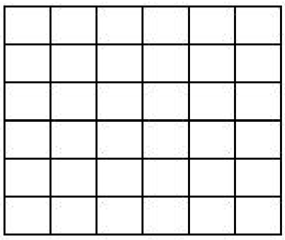


图 9

26．数字小魔术

新年联欢会上，同学们一致要求教数学的王老师出一个节目。王老师微笑着走到讲台前说：“我给你们表演一个数字魔术吧！”说完，王老师拿出一叠纸条，发给每人一张，并神秘地说：“由于我教你们数学，所以你们脑子里的数也听我的话。不信，你们每人独立地在纸条上写上任意 4 个自然数（不重复写），我保证能从你们写的 4 个数中，找出两个数，它们的差能被 3 整除。”

王老师的话音一落，同学们就活跃起来。有的同学还说：“我写的数最调皮，就不听王老师的话。”不一会儿，同学们都把数写好了，但是当同学们一个个念起自己写的 4 个数时，奇怪的事果真发生了。同学们写的数还真听王老师的话，竟没有一个同学写的数例外，都让王老师找出了差能被 3 整除的两个数。

同学们，你们知道王老师数字小魔术的秘密吗？

27．应该怎样称？

有 9 个外观完全相同的小球，其中只有一个重量轻一点儿。现在要求你用一架天平去称，问你至少称几次，才能找出较轻的球？

如果是 27 个球、81 个球中只有一个较轻的球，你知道至少称几次才能找出那个较轻的球吗？这里有规律吗？

28．最少拿几次？

晚饭后，爸爸、妈妈和小红三个人决定下一盘跳棋。打开装棋子的盒子前，爸爸忽然用大手捂着盒子对小红说：“小红，爸爸给你出道跳棋子的题，看你会不会做？”小红毫不犹豫地说：“行，您出吧？”“好，你听着：这盒跳棋有红、绿、蓝色棋子各 15 个，你闭着眼睛往外拿，每次只能拿 1 个棋子，问你至少拿几次才能保证拿出的棋子中有 3 个是同一颜色的？”

听完题后，小红陷入了沉思。同学们，你们会做这道题吗？

29．巧手摆花坛

学校门口修了一个正方形花坛，花坛竣工时，大队部在花坛旁挂出一块小黑板，上面写着：

“各中队少先队员：

花坛修好了，同学们都希望管理这个花坛。哪个中队的少先队员能做出下面两道题，就请那个中队的少先队员负责管理这个花坛。

① 要在这个花坛的四周摆上 16 盆麦冬，要求每边都是 7 盆，应该怎样摆？

② 还要在这个花坛四周摆上 24 盆串红，要求每边也是 7 盆，应该怎样摆？”

同学们，你会摆吗？请你试试看。

30．填数（一）

请你把 1～8 这八个数分别填入下图所示正方体顶点的圆圈里，使每个面的 4 个角上的数之和都相等。

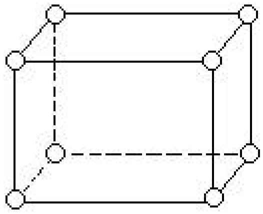


图 10

31．算算这笔账

小明哥哥的个体商店里，同时放着甲、乙两种收录机，售价都是 990 元。但是甲种收录机是紧俏商品，赚了 10%；乙种收录机是滞销品，赔了 10%。假如今天两种收录机各售出一台，小明哥哥的商店是赚钱了还是赔钱了？若赚了，则赚了多少？若赔了，则赔了多少？你会算这笔账吗？

32．“达标”的人数

有一所学校，男生有5%的人体育“达标”，得了优秀。这所学校的$\frac{3}{5}$是男生；在全校“达标”获优秀的学生中，$\frac{3}{4}$是男生。问女生“达标”获优秀的学生占全校学生总数的百分之几？

33．谁得优秀？

六年级同学毕业前，凡报考重点中学的同学，都要参加体育加试。加试后，甲、乙、丙、丁四名同学谈论他们的成绩：

甲说：“如果我得优，那么乙也得优。”

乙说：“如果我得优，那么丙也得优。”

丙说：“如果我得优，那么丁也得优。”

以上三名同学说的都是真话，但这四人中得优的却只有两名。问这四人中谁得优秀？

34．排名次

学校举办排球比赛，进入决赛的是五（1）班、五（2）班、六（1）班、六（2）班的代表队，到底谁得第一，谁得第二，谁得第三，谁得第四呢？

甲、乙、丙三人做如下的猜测：

甲说：“五（1）班第一，五（2）班第二。”

乙说：“六（1）班第二，六（2）班第四。”

丙说：“六（2）班第三，五（1）班第二。”

比赛结束后，发现甲、乙、丙三人谁也没有完全猜对，但他们都猜对了一半。你能根据上面情况排出 1～4 名的名次吗？

35．要赛多少盘？

六年级举行中国象棋比赛，共有 12 人报名参加比赛。根据比赛规则，每个人都要与其他人各赛一盘，那么这次象棋比赛一共要赛多少盘？

36．获第三名的得几分？

A、B、C、D、E 五名学生参加乒乓球比赛，每两个人都要赛一盘，并且只赛一盘。规定胜者得 2 分，负者得 0 分。现在知道比赛结果是：A 和 B 并列第一名，C 是第三名，D 和 E 并列第四名。那么 C 得几分？

37．五个好朋友

A、B、C、D、E 五个学生是同班的好朋友，其中有四人做课代表工作，这四科是语文、数学、地理、历史。另一个人是中队长。

请你根据下列条件，判断出这五位同学各做什么工作。

（1）语文课代表不是 C，也不是 D；
（2）历史课代表不是 D，也不是 A；
（3）C 和 E 住在同一楼里，中队长和他们是邻居；
（4）C 问数学课代表问题时，B 也在一旁听着；
（5）A、C、地理课代表、语文课代表常在一起讨论问题；
（6）D、E 常到数学课代表家去玩，而中队长去的次数不多。

38．过队日

六（1）中队共 43 名队员，他们到龙潭游乐园过中队日。中队长宣布，大家只能参加“激流勇进”、“观览车”和“单轨火车”三种游乐活动。活动结束时，中队长说：“根据今天参加游乐活动的情况我编了一道数学题：“全中队至少有多少人参加的活动完全相同？”

你能替六（1）中队的同学找到正确答案吗？

39．放硬币游戏

参加人：2 人，也可以有裁判 1 人。

用具：一张纸（方形、圆形都可以），1 分硬币若干枚。

游戏规则：①2 人轮流把硬币放在纸上，每人每次只放一枚；②放在桌上的硬币不能重叠；③最后在纸上无处可放者为负。

同学们，要想在这个小游戏中取胜，只需应用几何中一个很简单的原理。你知道怎样放才能保证在游戏中稳操胜券吗？

40．一本书的页数

我们知道印刷厂的排版工人在排版时，一个数字要用一个铅字。例如 15，就要用 2 个铅字；158，就要用 3 个铅字。现在知道有一本书在排版时，光是排出所有的页数就用了 6869 个铅字，你知道这本书共有多少页吗？（封

面、封底、扉页不算在内）

41．重要的是能发现规律

学习数学，重要的不是会做几道题，而是通过学习，学会总结规律、使用规律，最终培养出一种能独立发现和总结规律并应用规律去解决实际问题的能力。

下面有一道题，就是检查你是否具备这方面能力的。不过，在正式做题前，先复习一下有关的知识。

一个三位数，例如 256，可以表示成：

100×2+10×5+6。

一个任意三位数 abc（通常表示几位数时就在这几个字母上面画一条横线）也可以表示成：

100a+10b+c

一个任意四位数$\overline{abcd}$也可以表示成：

1000a+100b+10c+d

好了，现在请做下面的题。

有一个四位数，减掉它各位数字的和得到 19※2，你能准确地判断出※表示的数字是几吗？

解答这道题，当然可以用分析、推理等方法，但希望你能发现规律，并利用规律来巧解这道题。

42．填数（二）

右图中的大三角形被分成 9 个小三角形。试将 1、2、3、4、5、6、7、8、9 分别填入 9 个小三角形中，每个小三角形内只填一个数。要求靠近大三角形每条边的 5 个小三角形内的数相加的和相等，并且使五个数的和尽可能大，请问该怎样填？如果使五个数的和尽可能小，又该怎样填？

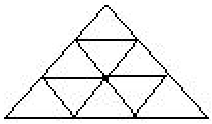


图 11

43.换个角度想

在所有的三位数中，有很多数能同时被 2、5、3 整除，那么不能同时被 2、5、3 整除的三位数的和是多少？

要解答这个问题，最好换个角度想。

44.从后往前想

明明和华华各有铅笔若干支，两个人的铅笔合起来共 72 支。现在华华从自己所有的铅笔中，取出明明所有的支数送给明明，然后明明又从自己现在所有的铅笔中，取出华华现有的支数送给华华，接着华华又从自己现在所有

的铅笔中，取出明明现在所有的支数送给明明。这时，明明手中的铅笔支数正好是华华手中铅笔支数的 8 倍，那么明明和华华最初各有铅笔多少支？

45．缺少条件吗？

红光小学六年级共有学生 210 多人。期末考试成绩得优的占全年级人数的 $\frac{1}{2}$，得良的占全年级人数的 $\frac{2}{9}$，得中的占全年级人数的 $\frac{7}{27}$，其余的不及格。问不及格的有几人？

46．丢番图的墓志铭

古希腊的大数学家丢番图,大约生活于公元前 246 年到公元 330 年之间，距现在有二千年左右了。他对代数学的发展做出过巨大贡献。

丢番图著有《算术》一书，共十三卷。这些书收集了许多有趣的问题，每道题都有出人意料的巧妙解法，这些解法开动人的脑筋，启迪人的智慧，以致后人把这类题目叫做丢番图问题。

但是，对于丢番图的生平知道得非常少。他唯一的简历是从《希腊诗文集》中找到的。这是由麦特罗尔写的丢番图的“墓志铭”。“墓志铭”是用诗歌形式写成的：

“过路的人！
这儿埋葬着丢番图。
请计算下列数目，
便可知他一生经过了多少寒暑。
他一生的六分之一是幸福的童年，
十二分之一是无忧无虑的少年。
再过去七分之一的年程，
他建立了幸福的家庭。
五年后儿子出生，
不料儿子竟先其父四年而终，
只活到父亲岁数的一半。
晚年丧子老人真可怜，
悲痛之中度过了风烛残年。
请你算一算，丢番图活到多大，
才和死神见面？”

请你算一算，丢番图到底活到多少岁？

47．丢番图的趣题

下面是丢番图出的一道题：

今有四数，取其每三个而相加，则其和分别为 22、24、27 和 20。求这四个数各是多少？

48．真是没想到！

出题前，先讲个小故事。

传说在很久以前，印度有个叫塞萨的人，为了能使国王忘掉战争，精心设计了一种游戏（国际象棋）献给国王。国王对这种游戏非常满意，决定赏赐塞萨。国王问塞萨需要什么，塞萨指着象棋盘上的小格子说：“就按照棋盘上的格子数，在第一个小格内赏我 1 粒麦子，在第二个小格内赏我 2 粒麦子，第三个小格内赏 4 粒，照此下去，每一个小格内的麦子都比前一个小格内的麦子加一倍。陛下，把这样摆满棋盘所有 64 格的麦粒，都赏给我吧。”国王听后不加思索就满口答应了塞萨的要求。但是经过大臣们计算发现，就是把全国一年收获的小麦都给塞萨，也远远不够。国王这才明白，塞萨要的，是国王放弃战争，发展生产，改善人民生活。

我们来计算一下，塞萨要的小麦到底是多少？原来聪明的塞萨巧妙地利用了数学中的乘方。棋盘上共有 64 格，按塞萨的要求，应付给他 $2^{64}-1=18446744073709551615$ 粒小麦，约合 5 千多亿吨。这个数字大得惊人，古代印度那个国王，怎么能付得出来？

下面有一道类似的题：

“把一张厚度仅有 0.05 毫米的纸，对折 30 次后，它的厚度是多少？”

请你算算，看你想到了没有？

49．黑蛇钻洞（印度古题一）

古代印度的许多算术题是很有趣的，比如：

一条长 80 安古拉（古印度长度单位）的强有力的、不可征服的、极好的黑蛇，以 $\frac{5}{14}$ 天爬 $7\frac{1}{2}$ 安古拉的速度爬进一个洞；而蛇尾每 $\frac{1}{4}$ 天长 $\frac{11}{4}$ 安古拉。请你算一算，这条大蛇多少天全部进洞？

50．芒果总数（印度古题二）

有一堆芒果，国王取 $\frac{1}{6}$，王后取余下的 $\frac{1}{5}$，三个王子分别取逐次余下的 $\frac{1}{4}$、$\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$，最年幼的小孩取剩下的三个芒果。请你求出芒果的总数是多少个。

51．托尔斯泰的算题（一）

托尔斯泰是 19 世纪末俄国的伟大作家。他对算术也很有兴趣，还写过算术课本。他特别喜欢表面复杂，但却有简便方法解答的算题。

下面就是托尔斯泰非常喜欢的“割草人”算题：

“一队割草人要收割两块草地，其中一块比另一块大 1 倍。全队在大块草地上收割半天之后，分为两半，一半人继续留在大块草地上，到傍晚时把草割完；另一半人到小块草地上割草，到傍晚还剩下一小块没割。剩下的一小块要第二天 1 个人用 1 整天才能割完。

问割草队共有几人？”

52．托尔斯泰的算题（二）

托尔斯泰喜欢的另一道算题是：

木桶上方有两个水管。若单独打开其中一个，则 24 分钟可以注满水桶；若单独打开另一个，则 15 分钟可以注满。木桶底上还有一个小孔，水可以从孔中往外流，一满桶水用 2 小时流完。如果同时打开两个水管，水从小孔中也同时流出，那么经过多少时间水桶才能注满？

53．爱因斯坦编的问题

很多科学家都喜欢用一些有趣的数学问题来考察别人的机敏和逻辑推理能力。这里有一道著名物理学家爱因斯坦编的问题：

在你面前有一条长长的阶梯。如果你每步跨 2 阶，那么最后剩下 1 阶；如果你每步跨 3 阶，那么最后剩 2 阶；如果你每步跨 5 阶，那么最后剩 4 阶；如果你每步跨 6 阶，那么最后剩 5 阶；只有当你每步跨 7 阶时，最后才正好走完，一阶也不剩。

请你算一算，这条阶梯到底有多少阶？

54．苏步青教授解过的题

我国著名数学家苏步青教授，有一次到德国去，遇到一位有名的数学家，在电车上出了一道题目让苏教授做。这道题目是：

甲、乙两人同时从两地出发，相向而行，距离是 50 千米。甲每小时走 3 千米，乙每小时走 2 千米，甲带着一只狗，狗每小时跑 5 千米。这只狗同甲一起出发，碰到乙的时候它就掉头往甲这边跑，碰到甲时又往乙这边跑，碰到乙时再往甲这边跑……，直到甲、乙二人相遇为止。问这只狗一共跑了多少路？

苏步青教授略加思索，未等下电车，就把正确答案告诉了这位德国数学家。

请你也来解答这道数学题，题目虽不太难，但要认真思考，才能找到解题的“窍门”。

55．农妇卖鸡蛋

从前，有一个农妇提了一篮鸡蛋去卖。甲买了全部鸡蛋的一半多半个；乙买了剩下鸡蛋的一半多半个；丙又买了剩下的一半多半个；丁买了最后剩下的鸡蛋的一半多半个。这样，鸡蛋刚好卖完。

你知道农妇的一篮鸡蛋共有几个吗？

56．各有多少钱？

兄弟俩到商店去买东西。妈妈问哥哥：“你带多少钱？”哥哥说：“我

和弟弟一共带 240 元，如果弟弟给我 5 元，那么我的钱数就比弟弟的钱数多一倍了。”妈妈又问弟弟：“你带了多少钱呢？”弟弟回答说：“如果哥哥给我 35 元钱，那么我的钱数就和哥哥的一样多了。”妈妈听了以后，还弄不清哥哥和弟弟到底各带多少钱。你能弄明白吗？

57．河边洗碗

有一名妇女在河边洗刷一大摞碗，一个过路人问她：“怎么刷这么多碗？”她回答：“家里来客人了。”过路人又问：“家里来了多少客人？”妇女笑着答道：“2 个人给一碗饭，3 个人给一碗鸡蛋羹，4 个人给一碗肉，一共要用 65 只碗，你算算我们家来了多少客人。”

58．是谁错了？

小明看见哥哥的练习本上抄着一道加法题，越看越奇怪，题目是这样写的：

$$\begin{array}{r} 3\,2\,0\,5 \\ +\,4\,7\,7\,5 \\ \hline 1\,0\,2\,0\,2 \end{array}$$

小明认为这道题错了，到底是谁错了呢？

59．各放多少发子弹？

小张是某部队武器库保管员，他将 1 千发子弹分放在 10 个盒子里，一旦需要，只需告诉他 1000 以内所需子弹数，他都可以拿出若干个盒子，凑出所需的子弹数，而不必打开盒子去数子弹。请问小张在 10 个盒子里各放了多少发子弹？

60．逢四进一

通常我们用的数的进位制是十进制，即逢十进一。它有十个数字：0、1、2、……、9。下面的算式用的不是十进制，而是四进制——即逢四进一。它有四个数字：0、1、2、3。在这个算式中，字母 A、B、C、D 分别代表 0、1、2、3 中的某一个数字。

$$\begin{array}{r} A\,B\,C\,D \\ +\,C\,B\,A\,B \\ \hline B\,B\,C\,B\,B \end{array}$$

请问按此算式，字母 A、B、C、D 各代表什么数字？

61．交叉公路

有两条公路成十字交叉，甲从十字路口南 1350 米处往北直行；乙从十字路口处向东直行。二人同时出发，10 分钟后，二人离十字路口的距离相等；二人仍保持原速继续直行，又过了 80 分钟，这时二人离十字路口的距离又相等。求甲、乙二人的速度。

62．何时追上乙？

甲、乙二人步行速度比是 13∶11。如果甲、乙二人分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，0.5 小时相遇，那么甲、乙二人分别从 A、B 两地同向而行，几小时后甲追上乙？

63．流水行船

一只小船，第一次顺水航行 20 千米，又逆水航行 3 千米，共用了 4 小时；第二次顺水航行了 17.6 千米，又逆水航行了 3.6 千米，也用了 4 小时。求船在静水中的速度和水流速度。

64．粗心的钟表匠

小王师傅是钟表店的新职工，由于工作不安心，时常出问题。有一次，他给学校修理一只大钟，竟然把长短针装配错了。这样一来，短针走的速度变成了长针的 12 倍。装配的时候是下午 6 点，他把短针指在“6”上，长针指在“12”上。小王装好后，就回家了。

学校值班老师看到这大钟一会儿 7 点，一会儿 8 点，十分奇怪，立刻派人去找小王师傅。小王师傅在第二天上午 7 点多钟才来到，他掏出标准表一看，表和大钟的时间一样，说学校故意找他的麻烦，气乎乎地回家了。小王走后，老师发觉大钟还是不对头，又通知小王来。下午 8 点多，小王又来到学校，与标准表一对，仍旧准确无误。

请你想一想，小王第一次来校对表的时刻是上午 7 点几分？第二次对表的时刻又是下午 8 点几分？

65．分针、时针追跑

你注意过钟面上的时、分、秒 3 根针的运动特点吗？这 3 根针，每时每刻都处在你追我赶之中。秒针追分针、分针追时针……，永不停息。请问从早晨 8 点开始，当分针第一次与时针重合时，是几点几分？

66．弄通情境

骑车人以每分钟 300 米的速度，从 102 路电车始发站出发，沿 102 路电车线前进。骑车人离开出发地 2100 米时，一辆 102 路电车开出了始发站。这辆电车每分钟行 500 米，行 5 分钟到达一站并停 1 分钟，那么要用多少分钟，电车追上骑车人？

67．预定时间

某人从甲地到乙地按预定的时间和速度行了甲、乙两地路程的$\frac{2}{3}$，在余下的路程上，他行走的速度增加$\frac{1}{9}$，行走的时间每天减少$\frac{1}{4}$，结果他从甲地到乙地共行了 16 天。那么原定从甲地到乙地要行多少天？

68.文艺书与科技书

六（1）班的图书箱里共有文艺书和科技书 91 本，文艺书本数的 25%与科技书本数的$\frac{2}{5}$正好相等。两种书各有多少本？

69．几天完工？

一项工程，甲、乙两队合做需要 8 天完成，甲队单独做了 4 天，乙队又单独做了2天，还有全工程的$\frac{2}{3}$没有完成，那么每队单独完成这项工程各需要几天？

70．干活的人数

一项工程，8 个人干需 15 天完成。今先由 18 人干了 3 天，余下的又由另一部分人干了 3 天，共完成了这项工程的$\frac{3}{4}$，问后3天有多少人参加？

71．甲先做了几天？

一件工程，甲独做 12 天可以完成，乙独做 4 天可以完成。现在甲先独做了几天，因事离去，乙接着做余下的工程，直至完工。完成这件工程前后共用了 6 天，那么甲先独做了几天？

72．空池注水

一个水池有两个进水管甲、乙，一个排水管丙。如果单开甲、丙两管，那么 10 小时可把空池注满；如果单开乙、丙两管，那么 15 小时可把空池注满；如果单开丙管，那么 30 小时可把满池水放光。现在同时打开甲、乙、丙三管，几小时可把空池注满？

73．往返行驶

一辆汽车在甲、乙两站之间行驶，往返一次共用去 4 小时（停车时间不计）。已知汽车去时每小时行驶 45 千米，返回时每小时行驶 30 千米，问甲、乙两站相距多少千米？

74．分树苗

学校把 414 棵树苗按各班人数分给六年级三个班。一班和二班分得树苗的棵数比是 2∶3，二班和三班分得树苗的棵数比是 5∶7，求每个班各分得树苗多少棵？

75．生产巧安排

甲厂和乙厂是相邻的两个服装厂，并且都生产同规格的成衣，而且甲、乙两厂的人员和设备都能全力进行上衣和裤子的生产。但是两厂的特长不同，

甲厂每月用$\frac{3}{5}$的时间生产上衣，用$\frac{2}{5}$的时间生产裤子，这样每月可生产900套成衣；乙厂每月用$\frac{4}{7}$的时间生产上衣，用$\frac{3}{7}$的时间生产裤子，这样每月可以生产 1200 套成衣。现在两厂联合，尽量各自发挥特长，那么怎样进行合理安排，在原有的条件下增加产量？每月能增产成衣多少套？

76．谁先掉进陷阱？

狐狸和黄鼠狼进行跳跃比赛。狐狸每次跳 4.5 米，黄鼠狼每次跳 2.75 米。

它们每秒钟都只跳一次。比赛途中，从起点开始，每隔$12\frac{3}{8}$米设有一个陷阱。它们同时起跳，当它们之中有一个掉进陷阱时，另一个跳了多少米？

77．何时再相逢？

甲、乙、丙三辆公共汽车分别往返于 A、B，A、C，A、D 之间。A、B 间的路程是 4 千米，A、C 间的路程是 6 千米，A、D 间的路程是 8 千米。甲车每小时行 40 千米，乙车每小时行 50 千米，丙车每小时行 60 千米。现在三辆车同时从 A 站出发往返而行，（途中停车时间不计）那么经过多少小时后三辆车又在 A 站相遇？

78．奇特的长跑训练

小明在 400 米长的环形跑道上练习长跑。上午 8 点 20 分开始，小明按逆时针方向出发，1 分钟后，小明掉头按顺时针方向跑，又过了 2 分钟，小明又掉头按逆时针方向跑。如此，按 1、2、3、4、……分钟掉头往回跑。当小明按逆时针方向跑到起点，又恰好该往回跑时，他的练习正好停止。如果小明每分钟跑 120 米，那么他停止练习时是几点几分？他一共跑了多少米？

79．试着使用代数法

我们快要上中学了，在数学学习上，要完成从算术到代数的过渡。下面这道题希望你试着用代数法解答。

为了庆祝“六一”儿童节，班里决定做一幅贴纸画送给低年级同学。中队长小明拿1元钱买了彩色纸100张。其中，绿色纸3分1张，红色纸4分1张，白色纸1分7张。你知道小明买了3种颜色的纸各多少张吗？

80．发奖品

学校举办了数学竞赛。老师准备了35支铅笔作为奖品，发给一、二、三等奖获得者。原计划发给一等奖获得者每人6支，发给二等奖获得者每人3支，发给三等奖获得者每人2支，正好发完。后来改为发给一等奖获得者每人13支，发给二等奖获得者每人4支，发给三等奖获得者每人1支，也正好发完。那么获得二等奖的有多少人？

81．姐姐、弟弟各几岁？

李老师问明明的姐姐今年几岁了。明明的姐姐说：“4年前，我的年龄正好是弟弟年龄的3倍。”李老师又问明明：“你姐姐今年几岁？”明明说：“姐姐今年的年龄是我今年年龄的2倍。”请问今年姐姐、弟弟各几岁？

82．兄弟俩的年龄

今年兄弟俩的年龄加起来是55岁，曾经有一年，哥哥的岁数是弟弟今年的岁数，那时哥哥的年龄恰好是弟弟年龄的两倍。问哥哥和弟弟今年年龄各是多少岁？

83．幼儿园的午餐

某幼儿园现有大人和幼儿共100人，今天午餐刚好吃了100个面包，其中一个大人一餐吃四个面包，四个幼儿一餐只吃一个面包。问这100个人中，大人和幼儿各有多少人？

84．生产课桌椅

新星木器厂安排56名工人生产学生用的课桌椅。每个工人平均每天能生产课桌6张或椅子8把，问应分配多少人生产课桌，多少人生产椅子，才能使每天生产出的课桌和椅子刚好配套？

85．为新生做花

为了欢迎一年级新生入学，六（1）班同学承担了做花的任务。如果每人平均做5朵，则缺少20朵，不能完成任务；如果每人平均做6朵，则又超过任务24朵。问参加做花的同学有多少人？做花的任务是多少朵？

86.五个少年

五个少年，依次相差一岁，在 1994 年共同发奋学习，到公元 2018 年时，他们都在科学上做出了很大贡献。那时他们的年龄也增长了，他们五人在公元 2018 年的年龄之和正好是 1994 年的年龄之和的 3 倍。问在 1994 年时他们的年龄各是多少？

87．学雷锋

小丽和小刚两个小朋友向雷锋叔叔学习，准备把零用钱攒起来，以后寄给希望工程，帮助贫困地区的小朋友上学。小丽现有 5 元钱，她计划每年节约 11 元；小刚现有 3 元，他打算每年节约 12 元。问他们俩几年后钱数能一样多吗？如果他们俩准备一共凑足 100 元，问需要几年？

88．白鹅和山羊

小勇跟爷爷去赶集，看见集市的一角有 44 只白鹅和山羊，它们共有 100 条腿。请问白鹅和山羊各有几只？

89．两盘苹果

有大小两盘苹果。如果从大盘中拿出一个苹果放在小盘里，两盘苹果就一样多；如果从小盘中拿出一个苹果放在大盘里，大盘苹果就是小盘的 3 倍。问大小两盘苹果各有几个？

90．师徒加工零件

师徒两人加工一批零件，徒弟先加工 240 个，然后师傅和徒弟共同加工。完成任务时，师傅加工的零件比这批零件的$\frac{3}{8}$少40个。已知师徒工作效率的比是 5∶3，问这批零件有多少个？

91．王医生出诊

王医生为一位山里人出诊，他下午 1 时离开诊所，先走了一段平路，然后爬上了半山腰，给那里的一位病人看病。半小时后，王医生沿原路下山回诊所，下午 3 时半回到诊所。已知他在平路步行的平均速度是每小时 4 千米，上山每小时 3 千米，下山每小时 6 千米。请问王医生出诊共走了多少路？

92．规定时间

一个通讯员骑自行车需要在规定时间内把信件送到某地，每小时走 15 千米可以早到 24 分钟，每小时走 12 千米就要迟到 15 分钟。问原规定时间是多少？他去某地的路程有多远？

93．至少有几个人做的数学题一样多？

9 月 1 日开学那天，数学课代表向李老师汇报说：“我们六年级 100 个同学，在暑假里一共做了 1600 道数学题。”李老师听了非常高兴，立刻表扬了他们。接着李老师问课代表：“你知道这 100 个同学中，至少有几个人做的数学题一样多吗？”课代表答不出来。同学们，你能帮助课代表解答这个问题吗？

94．六（1）班有多少人？

六（1）班在期末考试中，数学得 100 分的有 10 人，英语得 100 分的有 12 人，这两门功课都得 100 分的有 3 人，两门功课都未得 100 分的有 26 个。那么六（1）班有学生多少人？

95．至少有几个学生四项活动都会？

六（2）班有学生 50 人，其中 35 人会游泳，38 人会骑车，40 人会溜冰，46 人会打乒乓球。那么这班至少有多少个学生以上四项活动都会？

96．五种颜色的铅笔

有红、黄、蓝、绿、白五种颜色的铅笔，每两种颜色的铅笔为一组，最多可以搭配成不重复的几组？

97．最少有几个座位？

有一条公共汽车的行车路线，除去起始站和终点站外，中途有 9 个车站。一辆公共汽车从起始站开始上乘客，除终点站外，每一站上车的乘客中，都恰好各有一位乘客从这一站到以后的每一站。为了使每位乘客都有座位，这辆公共汽车至少要有多少个座位？

98．将军饮马

古希腊一位将军要从 A 地出发到河边（如下图 MN）去饮马，然后再回到驻地 B。问怎样选择饮马地点，才能使路程最短？

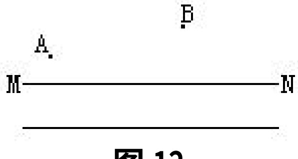


图 12

99．牛顿与方程

阿基米德、牛顿和高斯被誉为历史上最伟大的三位数学家。牛顿是 17 世纪英国著名科学家，他非常喜欢用方程解题，并常常出一些方程问题。下面的一道题就是选自牛顿的名著《一般算术》。为了便于理解，我们把长度单位改为现行的通用单位。

“邮递员 A 和 B 相距 59 千米，相向而行。A 两小时走了 7 千米，B 三小时走了 8 千米，而 B 比 A 晚出发一小时。求 A 在遇到 B 时走了多少千米？”

100．有名的牛吃草的问题

牛顿的名著《一般算术》中，还编有一道很有名的题目，即牛在牧场上吃草的题目，以后人们就把这种应用题叫做牛顿问题。

“有一片牧场的草，如果放牧 27 头牛，则 6 个星期可以把草吃光；如果放牧 23 头牛，则 9 个星期可以把草吃光；如果放牧 21 头牛，问几个星期可以把草吃光？”

解答这道题时，我们假定牧草上的草各处一样密，草长得一样快，并且每头牛每星期的吃草量也相同。

你会解这道题吗？

二、百解

1．钟声

小明家离火车站很近，他每天都可以根据车站大楼的钟声起床。车站大楼的钟，每敲响一下延时 3 秒，间隔 1 秒后再敲第二下。

假如从第一下钟声响起，小明就醒了，那么到小明确切判断出已是清晨 6 点，前后共经过了几秒钟？

分析与解 从第一下钟声响起，到敲响第 6 下共有 5 个“延时”、 5 个“间隔”，共计（3+1）×5=20 秒。当第 6 下敲响后，小明要判断是否清晨 6 点，他一定要等到“延时 3 秒”和“间隔 1 秒”都结束后而没有第 7 下敲响，才能判断出确是清晨 6 点。因此，答案应是：

（3＋1）×6=24（秒）。

2．越减越多

同学们对这样的问题可能并不陌生：“一个长方形被切去 1 个角，还剩几个角？”这种题的最大特点是答案不唯一，要根据去掉的这个角的不同情况来确定“剩角”的多少。

以下 3 幅示意图，表明了 3 种不同情况的 3 种不同答案。其中第 3 种情况最有趣，长方形原有 4 个角，切去了 1 个角，反而多了 1 个角，出现了越减越多的情况。下面一道题的思考方法与上题类似，看你能否正确回答。

图 13

“一个正方体，锯掉一个角，还剩几个角？”请注意，这里的“角”是立体的“角”，它不同于平面上的角。

分析与解 锯掉角的情况有 4 种，因此剩角的答案也有 4 种（如 14 图所示）。

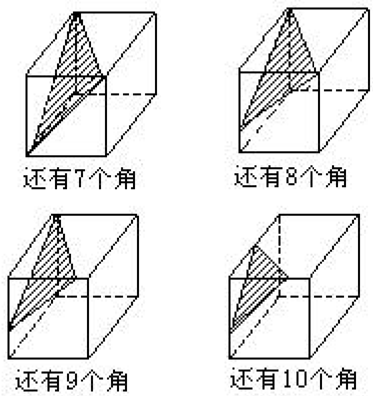


图 14

3．数一数

如果有人问你“会数数儿吗？”，你会不屑一顾地说：“这么大了，还不会数数儿！”其实，数数儿的学问还是很大的。不信，请你数出下面几何图形的个数。

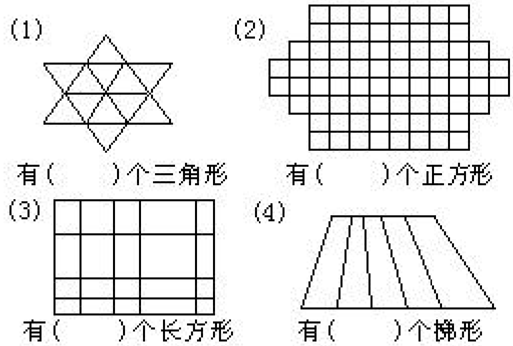


图 15

分析与解 图（1）中：边长 1 个单位的三角形有 12 个；边长 2 个单位的三角形有 6 个，边长 3 个单位的三角形有 2 个。

一共有三角形 20 个。

图（2）中：先按公式，计算出边长 8 个单位的大正方形中，共有（$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2+8^2$）=204 个正方形；然后再分别计算左、右两侧各多出的一部分构成 13×2=26 个正方形；最后计算出共有大、小不同的正方形 204＋26=230 个。

图（3）中：共有长方形（1+2＋3+4＋5）×（1+2+3＋4）= 15×10=150（个）。

图（4）中：共有梯形（1＋2+3+4+5）×（1+2+3）=15×6=90（个）。

4．画一画

下面这些图形你能一笔画出来吗？（不重复画）

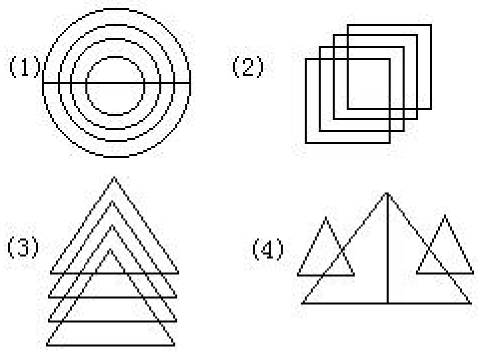


图 16

分析与解 一笔画需要解决两个关键问题。一个是这幅图能不能一笔画？另一个是，若能一笔画，应该怎样画？对于这两个问题，数学家欧拉在 1736 年研究了“哥尼斯堡七桥”的问题后，做了相当出色的回答。他指出，如果一幅图是由点和线连接组成，那么与奇数条线相连的点叫“奇点”；与偶数条线相连的点叫“偶点”。

例如，在图 17 中，B 为奇点，A 和 C 为偶点。

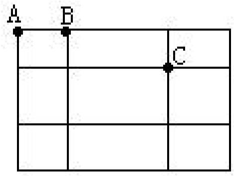


图 17

如果一幅图的奇点的个数是 0 或是 2，这幅图可以一笔画，否则不能一笔画。这是对第一个问题的回答。欧拉又告诉我们，如果一幅图中的点全是偶点，那么，你可以从任意一个点开始画，最后还回到这一点；如果图中只有两个奇点，那么必须从一个奇点开始画，并结束于另一个奇点。

本题的 4 幅图，其中图（1）、（4）各有两个奇点，图（2）、（3）的奇点个数为 0。因此这 4 幅图都可一笔画。画法请参看图

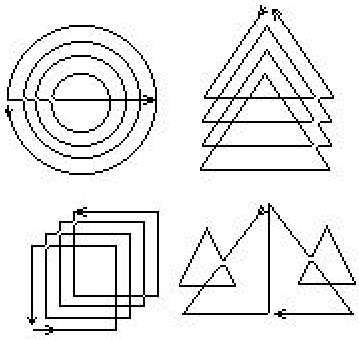
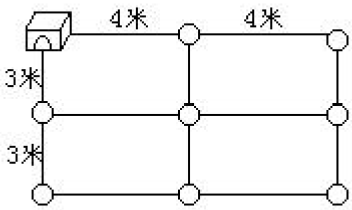


图 18

5．最短的路线

养貂专业户养殖场内安置了 9 个貂笼（如下图）。



为了节省每次喂食的时间，他必须走一条最短的路，但又不能漏掉一个貂笼，喂完食后还要回到原出发点。你能替他设计一条最短的路线吗？并算出每喂食一次，至少要走多少米的路。

分析与解　要给 9 个貂笼的貂分别喂食，最短的路线不止一条。我们只给出其中的一种如图 20 所示。

我们选择这条路线的根据是：（1）尽量多走 3 米长的貂笼间隔，少走 4 米长的貂笼间隔；（2）根据勾股定理，第⑨步走斜边（长 5 米，这是因为 $5^2=3^2+4^2$）比走两条直角边（3＋4=7 米）要少走 2 米。

他每喂食一次，至少要走

3×5＋4×3+5=32（米）。

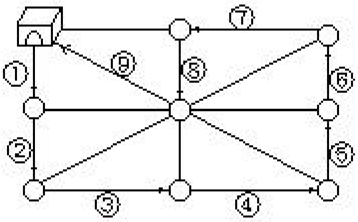


图 20

6．切西瓜

六（1）班召开夏夜乘凉晚会，买来了许多西瓜。班主任李老师说：“今天买来了许多西瓜请大家吃。在吃以前我先要以切西瓜为名请大家做一道数学题。我规定，西瓜只能竖切，不能横剖。大家知道，切一刀最多分成 2 块，切 2 刀最多分成 4 块，那么切 3 刀最多能分成几块？切 4 刀、切 5 刀、切 6 刀呢？这中间有没有规律？如果有规律，请同学们找出来。”李老师刚说完，同学们就七嘴八舌地讨论起来。请你也参加他们的讨论吧。

分析与解　分割圆时，切的刀数和最多可分的块数之间有如下规律：

切 n 刀时，最多可分成：（1+1+2＋3＋……+n）块。

经整理，可归纳成公式：$\frac{n^2+n+2}{2}$。其中n表示切的刀数举例如图 21 所示。

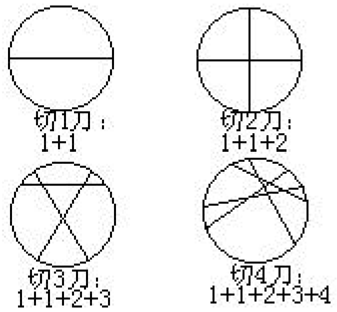


图 21

7．均分承包田

有一块等腰梯形菜地（如下图），地边有一口水井。现在 3 户种菜专业户都提出要承包这块地。经研究，决定让这 3 户共同承包这块地，因此必须把这块地分成面积相等、形状相同且与这口水井的距离也要相等的 3 块地。你能帮助解决这个问题吗？

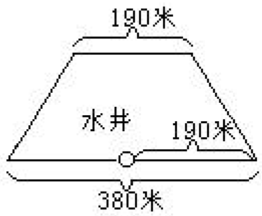


图 22

分析与解　分法如图 23 所示。我们只要把等腰梯形上底的两个端点，分别与水井连接，这样就把这块菜地分成符合题意的 3 块了。

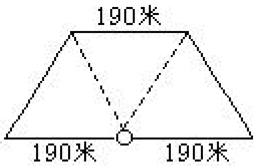


图 23

8．巧分食盐水

大家在常识课上认识了量杯。快下课时，王老师让我们用手中的量杯做一个智力小游戏：

有 30 毫升、70 毫升、100 毫升的量杯各 1 个，请你用这三个量杯把水槽中的 100 毫升食盐水平均分成两份，但分的时候不准看量杯的刻度。大家动手试一试，至少要分几次才成？

分析与解 至少分 9 次。这种题，一般统称为分液问题。解答时，最好用列表的方法。本题解答方法，如下表所示（这不是唯一的方法）：

杯子容量 / 杯中盐水 / 分的次数	100 毫升	70 毫升	30 毫升
1	30	70	0
2	30	40	30
3	60	40	0
4	60	10	30
5	90	10	0
6	90	0	10
7	20	70	10
8	20	50	30
9	50	50	0

9．扩大鱼池

养鱼专业户张强，去年承包了一个叫“金三角”的鱼池（如图 24），喜获丰收。为了进一步增产，决定把鱼池扩大。但有这样的要求：①扩大后的鱼池必须仍是三角形，保持“金三角”鱼池的称号；②扩大后的鱼池面积是原面积的 4 倍；③原鱼池的三个角上栽的 3 棵大柳树不能移动。你能替张强设计一个施工草图吗？

分析与解 草图如图 25 所示。

我们只要过三角形的三个顶点，分别作它们所对的边的平行线，两两相交，成一个大三角形，这个大三角形的面积是原三角形面积的 4 倍。

10． 巧妙的算法（一）

$1^1=1$　　　$2^2=1+3$

$3^2=1+3+5$　　$42=1+3+5+7$

……　　　……

请你仔细观察上面这些算式，试着找出某种规律，并利用这个规律迅速算出下面式子的答案：

（1）1＋3＋5＋7＋9＋11＋13＋15

（2）1+3＋5＋7＋9＋11＋13＋15＋17＋19＋21＋23＋25＋27＋29＋31＋33＋35＋37＋39

分析与解 由已知的算式

$1^2=1$

$2^2=1+3$

$3^2=1+3+5$

$4^2=1+3+5+7$

我们不难看出：

$$5^2=\underbrace{1+3+5+7+9}_{5项}$$

$$6^2=\underbrace{1+3+5+7+9+11}_{6项}$$

…………

$$n^2=\underbrace{1+3+5+\cdots\cdots+(2n-3)+(2n-1)}_{n项}$$

因此，（1）的答案为 8（项数）的平方，即 64；（2）的答案为 20（项数）的平方，即 400。

11．巧妙的算法（二）

$1^3+2^3=9$　　　$(1+2)^2=9$

$1^3+2^3+3^3=36$　　$(1+2+3)^2=36$

……　　　……

请你仔细观察上面两组算式，找出规律并迅速算出下面算式的答案：

（1）$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3+9^3+10^3$

（2）$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+20^3$

分析与解 求几个数的立方和，一般总是先求出各数的立方再相加。但对于从 1 开始的若干个连续自然数的立方和，我们可以从题中的两组算式得到启发，找出规律，迅速算出它的答案：

（1）$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+10^3$

$=(1+2+3+\cdots\cdots+10)^2=55^2=3025$；

（2）$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+20^3$

$=(1+2+3+\cdots\cdots+20)^2=210^2=44100$

用数学归纳法可以证明：

$$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+(n-1)^3+n^3$$
$$=[1+2+3+\cdots\cdots+(n-1)+n]^2$$

12．哪个分数大？

有三个分数$\frac{1111}{11111}$、$\frac{11111}{111111}$和$\frac{111111}{1111111}$，请你比较一下，哪个分数大？

分析与解

在比较$\frac{1111}{11111}$、$\frac{11111}{111111}$和$\frac{111111}{1111111}$的大小时，如果用先通分再比较大小的一般方法，就太麻烦了。我们知道，$\frac{1}{2}>\frac{1}{3}$，而$\frac{1}{2}$的倒数2却比$\frac{1}{3}$的倒数3小。就普遍的情况而言，一个分数的倒数大，这个分数反而小。这样，要比较这三个分数的大小，只要比较它们的倒数就可以了。

$\frac{1111}{11111}$的倒数是$10\frac{1}{1111}$；

$\frac{11111}{111111}$的倒数是$10\frac{1}{11111}$；

$\frac{111111}{1111111}$的倒数是$10\frac{1}{111111}$。

因为，$10\frac{1}{111111}<10\frac{1}{11111}<\frac{1}{1111}$

所以，$\frac{111111}{1111111}<\frac{11111}{111111}<\frac{1111}{11111}$

13．想办法巧算

计算：$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\Lambda\ \Lambda+\frac{1}{998\times999}+\frac{1}{999\times1000}$

分析与解 计算这道题要是先通分再加，那实在是太困难了。我们可以把这样的分数拆开。

因为：$\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2}$,

$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$,

$\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$,

$\Lambda\ \Lambda$

$$\frac{1}{999\times1000}=\frac{1}{999}-\frac{1}{10000}$$

所以，原式 $=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\Lambda\ \Lambda+\frac{1}{998}-\frac{1}{999}+\frac{1}{999}-\frac{1}{1000}$

$$=1-\frac{1}{1000}=\frac{999}{`000}$$

14．从 1 到 100 万

大家对德国大数学家高斯小时候的一个故事可能很熟悉了。

传说他在十岁的时候，老师出了一个题目：1+2＋3+……+99+100 的和是多少？

老师刚把题目说完，小高斯就算出了答案：这 100 个数的和是 5050。

原来，小高斯是这样算的：依次把这 100 个数的头和尾都加起来，即 1＋100，2＋99，3＋98，……，50＋51，共 50 对，每对都是 101，总和就是 101×50=5050。

现在请你算一道题：从 1 到 1000000 这 100 万个数的数字之和是多少？

注意：这里说的“100 万个数的数字之和”，不是“这 100 万个数之和”。例如，1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12 这 12 个数的数字之和就是 1+2＋3＋4+5＋6＋7＋8＋9＋1＋0＋1+1+1+2=51。

请你先仔细想想小高斯用的方法，会对你算这道题有启发。

分析与解　可以在这 100 万个数前面加一个“0”，再把这些数两两分组：

999999 和 0　　　　999998 和 1

999997 和 2　　　　999996 和 3

依此类推，一共可分为 50 万组，最后剩下 1000000 这个数不成对。

各组数的数字之和都是 9＋9＋9＋9＋9＋9=54，最后的 1000000 数字之和是 1。

所以这 100 万个数的数字之和为：

（54×500000）+1=27000001

15.求数列的和

你能用巧妙的方法，求出下列算式的结果吗？注意，高斯求和的方法在这里用不上。

（1）$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{40}+\frac{1}{60}+\frac{1}{84}$

（2）$\frac{2}{3}+\frac{2}{15}+\frac{2}{35}+\frac{2}{63}+\frac{2}{99}+\frac{2}{143}$

分析与解　这是两道求数列和的计算题。巧算的方法与第 13 题类似，要根据每个数列中各个数的特点，进行“拆分”，使拆分成的新数列的中间部分互相抵消，从而达到“巧”算的目的。

（1）原式 $=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{4})+(\frac{1}{4}-\frac{1}{6})+(\frac{1}{6}-\frac{1}{8})+(\frac{1}{8}-\frac{1}{10})+(\frac{1}{10}-\frac{1}{12})+(\frac{1}{12}-\frac{1}{14})$

$$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\frac{1}{12}-\frac{1}{14}$$

$$=1-\frac{1}{14}=\frac{13}{14}$$

（2）原式 $=(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})+(\frac{1}{5}-\frac{1}{7})+(\frac{1}{7}-\frac{1}{9})+(\frac{1}{9}+\frac{1}{1})+(\frac{1}{11}-\frac{1}{13})$

$$=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}$$

$$=1-\frac{1}{13}=\frac{12}{13}$$

16．不必大乘大除

下面这道计算题，按一般运算法则计算是很麻烦的。如果你能发现数字的特点，采用巧算，则这道题将变得很容易。请你不要用纸和笔，用脑子想一想，就得出答案，行吗？（限 10 秒钟）

$$\frac{1994}{1994\times1994-1995\times1993}$$

分析与解 根据分母的数字特点，可用如下方法计算：

$$\frac{1994}{1994\times1994-1995\times1003}$$

$$=\frac{1994}{1994^2-(1994+1)\times(1994-1)}$$

$$=\frac{1994}{1994^2-(1994^2-1)}$$

$$=\frac{1994}{1994^2-1994^2+1}=1994$$

17．猜猜是几？

一个三位数，写在一张纸上，倒过来看是正着看的 1.5 倍，正着看是倒过来看的 $\frac{2}{3}$。这个三位数是几？

分析与解 这个三位数是 666。其实，只要你稍加思索，就可以想出来了。这道题如果要求找一个一位数，那就是 6；找一个两位数，则是 66；找一个四位数，则是 6666，……，依此类推。

18．完全数

如果整数 a 能被 b 整除，那么 b 就叫做 a 的一个因数。例如，1、2、3、4、6 都是 12 的因数。有一种数，它恰好等于除去它本身以外的一切因数的

和，这种数叫做完全数。例如，6 就是最小的一个完全数，因为除 6 以外的 6 的因数是 1、2、3，而 6=1+2＋3。

你能在 20 至 30 之间找出第二个完全数吗？

分析与解 20 至 30 之间的完全数是 28。因为除 28 以外的 28 的因数是 1、2、4、7、14，而 28=1＋2＋4＋7＋14。

寻找完全数并不是容易的事。经过不少数学家研究，到目前为止，一共找到了 23 个完全数。第三、四个完全数是：

496=1+2+4+8＋16+31+62＋124+248

8128=1＋2＋4+8＋16＋32+64＋127+254＋508+1016＋2032+4064

奇怪的是，已发现的 23 个完全数是偶数，会不会有奇完全数存在呢？至今无人能回答。完全数问题还是一个没有解决的问题。

19．有这样的数吗？

小明异想天开地提出：“世界上应该存在这样两个数，它们的积与它们的差相等。”他的话音刚落，就引起了同学们的哄堂大笑，大家都觉得这是不可能的。但是，世界上有些事情往往产生于一些怪想法。小明的想法，后来竟被同学们讨论证实了。

你能找到这样的两个数吗？告诉你，这样的数还不止一对呢！

分析与解 下面举出几个两数的积等于两数的差的实例：

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$$

$$\frac{2}{5}-\frac{2}{7}=\frac{2}{5}-\frac{2}{7}=\frac{4}{35}$$

$$\frac{3}{4}\times\frac{3}{7}=\frac{3}{4}-\frac{3}{7}=\frac{9}{28}$$

同学们，你可再试着找一些。

20．两数的积与两数的和能相等吗？

数学课上，小明偶然发现 2×2=2＋2。下课后，小明问王老师：“2×2=2＋2，这样两数的积等于两数的和的情况，还有吗？”王老师听后很高兴地拍着小明肩膀说：“你能在数学学习中敏锐地发现问题，提出问题，这是很宝贵的，希望你能保持这个优点。你提的问题在数学中不是偶然的现象，还可以举出很多实例。例如，$3\times1\frac{1}{2}=3+1\frac{1}{2}$，甚至还有三个数的积等于这三个数的和，四个数的积等于这四个数的和，五个数的积等于这五个数的和。这些现象近似于数学游戏，有兴趣，你回去仔细想想，一定会找到答案的。明天我们一起交换看法好吗？”小明听后高兴地接受了老师的建议。

同学们，你们能找出这样的数吗？

分析与解 下面是部分例子。

两数积=两数和：

11×1.1=11+1.1

$3\times1\frac{1}{2}=3+1\frac{1}{2}$

$4\times1\frac{1}{3}=4+1\frac{1}{3}$

$5\times1\frac{1}{4}=5+1\frac{1}{4}$

……

三数积=三数和：

1×2×3=1＋2＋3

四数积=四数和：

1×1×2×4=1+1＋2＋4

五数积=五数和：

1×1×1×2×5=1+1+1+2+5

1×1×1×3×3=1+1+1+3+3

1×1×2×2×2=1+1+2+2+2

其中，有关两数积=两数和的例子，可以找出无数组，请再找出一些。

21．老路行不通

五年级的时候，我们在数学课上就学习过计算与三角形有关的阴影部分面积的方法。但下面这道题却无法用习惯的方法解答，需要另辟蹊径。这条要走的“新路”所依靠的知识，仍然是最基本的：如果几个三角形的底和高都相等，那么它们的面积也相等。

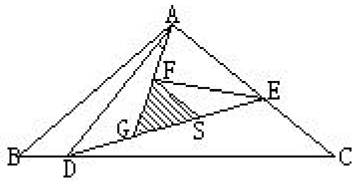


图 26

已知：在△ABC 中，BC=5BD，AC=4EC，DG=GS=SE，AF=FG。

求阴影部分的面积占△ABC 面积的几分之几？

分析与解　这道题看起来很像一道中学较复杂的几何求解题。其实，只需要一些小学最基本的数学知识就可以解答了。

根据$BC=5BD$，可以知道，$\triangle ABD$的面积$=\frac{1}{5}\triangle ABC$的面积；根据$AC=4EC$，可以知道，$\triangle DEC$的面积$=\frac{1}{4}\triangle ADC$的面积$=\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}\triangle ABC$的面积$=\frac{1}{5}\triangle ABC$的面积。依此类推，$\triangle ADG$的面积$=\frac{1}{3}\triangle ADE$的面积$=\frac{1}{5}\triangle ABC$的面积；$\triangle FGE$的面积$=\frac{1}{5}\triangle ABC$的面积。

阴影部分的面积占△FGE面积的$\frac{1}{2}$，即占△ABC面积的$\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$。

22．关键在于观察

你在数学课上学了不少几何图形的知识，掌握了不少平面图形的求面积公式。但是有许多组合面积的计算，单靠这些知识是远远不够的，它更需要对组合图形的观察能力。下面就是一道考查你的观察能力的题目。试试看，你能很快做出来吗？

已知图内各圆相切，小圆半径为 1，求阴影部分的面积。

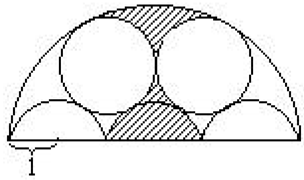


图 27

分析与解　按一般的解题规律，要求面积，首先得确定所求的是什么图形，或是由什么图形组合而成。而本题构成阴影部分的图形，却是个不规则的图形。但仔细观察，就能发现阴影部分是由两部分组成的：下面是一个小的半圆，上面是大的半圆减去2个小圆和3个小半圆的剩余部分的$\frac{1}{3}$。由此可得到以下解法：

$$阴影部分面积=\frac{\pi}{2}+\frac{1}{3}\times(\frac{\pi\cdot 3^2}{2}2\pi-3\times\frac{\pi}{2})$$

$$=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}$$

$$=\frac{5}{6}\pi$$

23．一筐苹果

入冬前，妈妈买来了一筐苹果，清理时，发现这筐苹果 2 个、2 个地数，余 1 个；3 个、3 个地数，余 2 个；4 个、4 个地数，余 3 个；5 个、5 个地数，余 4 个；6 个、6 个地数，余 5 个。你知道这筐苹果至少有多少个吗？

分析与解　根据题目条件，可以知道，这筐苹果的个数加 1，就恰好是 2、3、4、5、6 的公倍数。而题目要求“至少有多少个”，所以，苹果的个数应该是 2、3、4、5、6 的最小公倍数减去 1。

[2，3，4，5，6]=60

60-1=59

即这筐苹果至少有 59 个。

24．怎样分？

有 44 枚棋子，要分装在 10 个小盒中，要求每个小盒中的棋子数互不相

同，应该怎样分？

分析与解　无法分。

因为要想使这 10 个小盒中的棋子数互不相同，至少可使这 10 个盒子中的棋子数分别为 0、 1、2、3、4、5、6、7、8、9；这样共需要 45 枚棋子。而实际只有 44 枚棋子，因此，必有两盒或两盒以上的棋子数相同。

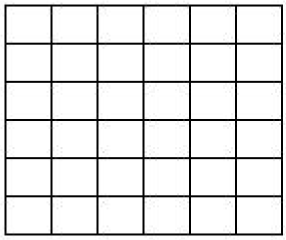


图 28

25.不要急于动手

左图是一个正方形，被分成 6 横行，6 纵列。在每个方格中，可任意填入 1、2、3 中的一个数字，但要使每行、每列及两条对角线上的数字之和各不相同，这可能吗？为什么？

分析与解　不可能。

这是因为每行、每列和两条对角线都是由 6 个方格组成的，那么数字之和最小是 1×6=6，数字之和最大是 3×6=18。要想使各行、各列及对角线上的数字之和各不相同，只能出现 6、7、8、9、……、17、18 这 13 种数字和，但实际却需要 6（行）＋6（列）＋2（对角线）=14 种不同的数字和。

由此可知，要达到每行、每列及两条对角线上的数字和各不相同是不可能的。

26．数字小魔术

新年联欢会上，同学们一致要求教数学的王老师出一个节目。王老师微笑着走到讲台前说：“我给你们表演一个数字魔术吧！”说完，王老师拿出一叠纸条，发给每人一张，并神秘地说：“由于我教你们数学，所以你们脑子里的数也听我的话。不信，你们每人独立地在纸条上写上任意 4 个自然数（不重复写），我保证能从你们写的 4 个数中，找出两个数，它们的差能被 3 整除。”

王老师的话音一落，同学们就活跃起来。有的同学还说：“我写的数最调皮，就不听王老师的话。”不一会儿，同学们都把数写好了，但是当同学们一个个念起自己写的 4 个数时，奇怪的事果真发生了。同学们写的数还真听王老师的话，竟没有一个同学写的数例外，都让王老师找出了差能被 3 整除的两个数。

同学们，你们知道王老师数字小魔术的秘密吗？

分析与解　其实，同学们写在纸条上的数字并不是听王老师的话，而是听数学规律的话。

因为任意一个自然数被 3 除，余数只能有 3 种可能，即余 0、余 1、余 2。如果把自然数按被 3 除后的余数分类，只能分为 3 类，而王老师让同学们在

纸条上写的却是 4 个数，那么必有两个数的余数相同。余数相同的两个数相减（以大减小）所得的差，当然能被 3 整除。

王老师是根据数学基本性质设计小魔术的。所以，只要我们刻苦学习数学，掌握规律，也会在数学王国中创造出魔术般的奇迹。

27．应该怎样称？

有 9 个外观完全相同的小球，其中只有一个重量轻一点儿。现在要求你用一架天平去称，问你至少称几次，才能找出较轻的球？

如果是 27 个球、81 个球中只有一个较轻的球，你知道至少称几次才能找出那个较轻的球吗？这里有规律吗？

分析与解　9 个球，至少称两次就可以找到那个较轻的球。

第一次：天平两侧各放 3 个球。

如果天平平衡，说明较轻的球在下面；如果不平衡，那么抬起一侧的 3 个球中必有轻球。

第二次：从含有轻球的 3 个球中任选两个，分别放在天平两侧。如果平衡，下面的球是轻的；如果不平衡，抬起一侧的球是轻的。

如果是 27 个球，至少需要称 3 次。

第一次：天平两侧各放 9 个球。

如果平衡，说明轻球在下面 9 个中；如果不平衡，抬起一侧的 9 个球中含有轻球。

第二次、第三次与前面所说 9 个球的称法相同。

在这种用天平确定轻球（或重球）的智力题中，球的总个数与至少称的次数之间的关系是：若 3^n＜球的总个数≤3^{n+1}，则（n+1）即为至少称的次数。

例如，设有 25 个球，因为 $3^2<25<3^3$，所以至少称 3 次；

设有 81 个球，因为 $3^3<81=3^4$，所以至少称 4 次。

28．最少拿几次？

晚饭后，爸爸、妈妈和小红三个人决定下一盘跳棋。打开装棋子的盒子前，爸爸忽然用大手捂着盒子对小红说：“小红，爸爸给你出一道跳棋子的题，看你会不会做？”小红毫不犹豫地说：“行，您出吧？”“好，你听着：这盒跳棋有红、绿、蓝色棋子各 15 个，你闭着眼睛往外拿，每次只能拿 1 个棋子，问你至少拿几次才能保证拿出的棋子中有 3 个是同一颜色的？”

听完题后，小红陷入了沉思。同学们，你们会做这道题吗？

分析与解　至少拿 7 次，才能保证其中有 3 个棋子同一颜色。

我们可以这样想：按最坏的情况，小红每次拿出的棋子颜色都不一样，但从第 4 次开始，将有 2 个棋子是同一颜色。到第 6 次，三种颜色的棋子各有 2 个。当第 7 次取出棋子时，不管是什么颜色，先取出的 6 个棋子中必有 2 个与它同色，即出现 3 个棋子同一颜色的现象。

同学们，你们能从这道题中发现这类问题的规律吗？如果要求有 4 个棋子同一颜色，至少要拿几次？如果要求 5 个棋子的颜色相同呢？

29．巧手摆花坛

学校门口修了一个正方形花坛，花坛竣工时，大队部在花坛旁挂出一块小黑板，上面写着：

“各中队少先队员：

花坛修好了，同学们都希望管理这个花坛。哪个中队的少先队员能做出下面两道题，就请那个中队的少先队员负责管理这个花坛。

① 要在这个花坛的四周摆上 16 盆麦冬，要求每边都是 7 盆，应该怎样摆？

② 还要在这个花坛四周摆上 24 盆串红，要求每边也是 7 盆，应该怎样摆？”

同学们，你会摆吗？请你试试看。

分析与解　答案如下图：

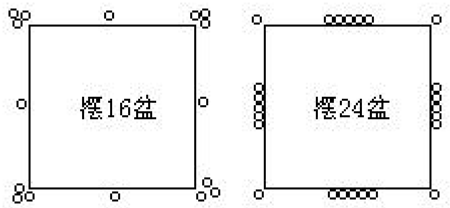


图 29

30．填数（一）

请你把 1～8 这八个数分别填入下图所示正方体顶点的圆圈里，使每个面的 4 个角上的数之和都相等。

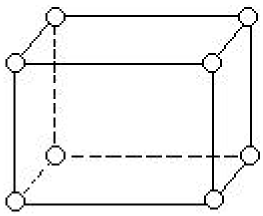
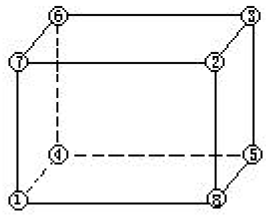


图 30

分析与解　做这种填数游戏，有两种方法，一种是“笨”方法，即凑数的方法。分别用这 8 个数去试，这种方法可行，但很费事。另一种方法是用分析、计算的方法。这道题可以分析、计算如下：

在计算各个面上 4 个数的和时，顶点上的数总是分属 3 个不同的面，这样，每个顶点上的数都被重复计算了 3 次。因此，各个面上 4 个数的和为 1～8 这 8 个数的和的 3 倍，即（1＋2+3+…+8）×3=108。又因为正方体有 6 个面，也就是每个面上的四个数的和应是 108÷6=18。18 应是我们填数的标准。

如果在前面上填入 1、7、2、8（如图 31），那么右侧面上已有 2、8，其余两顶点只能填 3、5。以此类推，答案如图 31 所示。



31．算算这笔账

小明哥哥的个体商店里，同时放着甲、乙两种收录机，售价都是 990 元。但是甲种收录机是紧俏商品，赚了 10%；乙种收录机是滞销品，赔了 10%。假如今天两种收录机各售出一台，小明哥哥的商店是赚钱了还是赔钱了？若赚了，则赚了多少？若赔了，则赔了多少？你会算这笔账吗？

分析与解 赚了 10%后是 990 元，原价是：

990÷（1＋10%）=900（元）

赔了 10%后是 990 元，原价是：

990÷（1-10%）=1100（元）

那么两台收录机,原来进价为 900＋1100=2000 元,现在卖了 990×2=1980 元。

因此，这个商店卖出甲、乙两种收录机各一台，赔了 2000-1980=20 元。

32．“达标”的人数

有一所学校，男生有5%的人体育“达标”，得了优秀。这所学校的$\frac{3}{5}$是男生；在全校“达标”获优秀的学生中，$\frac{3}{4}$是男生。问女生“达标”获优秀的学生占全校学生总数的百分之几？

分析与解

根据已知条件，获体育“达标”优秀的男生占全校人数的$\frac{3}{5}\times 5\%=\frac{3}{100}$。

根据获优秀的学生中，$\frac{3}{4}$是男生，则女生占$\frac{1}{4}$。即男生占3份，女生占1份。所以，女生获优秀的占全校人数的$\frac{3}{100}\div 3=\frac{1}{100}=1\%$

33．谁得优秀？

六年级同学毕业前，凡报考重点中学的同学，都要参加体育加试。加试后，甲、乙、丙、丁四名同学谈论他们的成绩：

甲说：“如果我得优，那么乙也得优。”

乙说：“如果我得优，那么丙也得优。”

丙说：“如果我得优，那么丁也得优。”

以上三名同学说的都是真话，但这四人中得优的却只有两名。问这四人中谁得优秀？

分析与解　我们可以这样想：如果甲得优秀，那么乙、丙、丁都得优秀，这与实际不符；如果乙得优秀，则丙、丁也得优秀，也与实际不符。因此，只能丙、丁得优秀，才符合实际情况。

判断结果是：丙、丁得优秀。

34．排名次

学校举办排球比赛，进入决赛的是五（1）班、五（2）班、六（1）班、六（2）班的代表队，到底谁得第一，谁得第二，谁得第三，谁得第四呢？

甲、乙、丙三人做如下的猜测：

甲说：“五（1）班第一，五（2）班第二。”

乙说：“六（1）班第二，六（2）班第四。”

丙说：“六（2）班第三，五（1）班第二。”

比赛结束后，发现甲、乙、丙三人谁也没有完全猜对，但他们都猜对了一半。你能根据上面情况排出 1～4 名的名次吗？

分析与解　这类题用列表法进行推理比较简捷。

甲说	×	√
乙说	×	√
丙说	√	×

上表第一行，是假设甲说的“五（1）班第一”是错的，“五（2）班第二”是对的；由此推向乙、丙，因为“五（2）班第二”是对的，则乙说的“六（1）班第二”就是错的，丙说的“五（1）班第二”也是错的，那么乙说的“六（2）班第四”与丙说的“六（2）班第三都是对的，这显然矛盾。因此可以断定，甲说的“五（2）班第二”是错的，而甲说“五（1）班第一”是对的。进而我们用下表可推出正确结论来：

甲说	√	×
乙说	√	×
丙说	√	×

推理过程是：甲说“五（1）班第一”是对的，丙说“五（1）班第二”是错的；那么，丙说“六（2）班第三”是对的。由此又推出，乙说“六（2）班第四”是错的，当然乙说“六（1）班第二”是对的。前三名已有了，第四名只能是五（2）班了。

35．　要赛多少盘？

六年级举行中国象棋比赛，共有 12 人报名参加比赛。根据比赛规则，每个人都要与其他人各赛一盘，那么这次象棋比赛一共要赛多少盘？

分析与解　一共要赛 66 盘。

要想得出正确答案，我们可以从简单的想起，看看有什么规律。

假如 2 个人（A、B）参赛，那只赛 1 盘就可以了；假如 3 个人（A、B、C）参赛，那么 A—B、A—C、B—C 要赛 3 盘；假如 4 个人参赛，要赛 6 盘，……

于是我们可以发现：

2 人参赛，要赛 1 盘，即 1；

3 人参赛，要赛 3 盘，即 1+2；

4 个参赛，要赛 6 盘，即 1+2+3；

5 人参赛，要赛 10 盘，即 1+2+3+4；

……

那么，12 人参赛就要赛 1+2+3+……+11=66 盘。

我们还可以这样想：

这 12 个人，每个人都要与另外 11 个人各赛 1 盘，共 11×12=132（盘），但计算这总盘数时把每人的参赛盘数都重复算了一次，（如 A—B 赛一盘，B—A 又算了一盘），所以实际一共要赛 132÷2=66（盘)。

36．获第三名的得几分？

A、B、C、D、E 五名学生参加乒乓球比赛，每两个人都要赛一盘，并且只赛一盘。规定胜者得 2 分，负者得 0 分。现在知道比赛结果是：A 和 B 并列第一名，C 是第三名，D 和 E 并列第四名。那么 C 得几分？

分析与解　获第三名的学生 C 得 4 分。

因为每盘得分不是 2 分就是 0 分，所以每个人的得分一定是偶数，根据比赛规则，五个学生一共要赛 10 盘，每盘胜者得 2 分，共得了 20 分。每名学生只赛 4 盘，最多得 8 分。

我们知道，并列第一名的两个学生不能都得 8 分，因为他们两人之间比赛的负者最多只能得 6 分，由此可知，并列第一的两个学生每人最多各得 6 分。

同样道理，并列第四的两个学生也不可能都得 0 分，因此他们两人最少各得 2 分。

这样，我们可得出获第三名的学生 C 不可能得 6 分或 2 分，只能得 4 分。

37．五个好朋友

A、B、C、D、E 五个学生是同班的好朋友，其中有四人做课代表工作，这四科是语文、数学、地理、历史。另一个人是中队长。

请你根据下列条件，判断出这五位同学各做什么工作。

（1）语文课代表不是 C，也不是 D；

（2）历史课代表不是 D，也不是 A；

（3）C 和 E 住在同一楼里，中队长和他们是邻居；

（4）C 问数学课代表问题时，B 也在一旁听着；

（5）A、C、地理课代表、语文课代表常在一起讨论问题；

（6）D、E 常到数学课代表家去玩，而中队长去的次数不多。

分析与解　A 是数学课代表，B 是中队长，C 是历史课代表，D 是地理课代表，E 是语文课代表。

题中（1）、（2）是直接条件，而（3）～（6）就不像（1）、（2）那

样将条件直接写明。只要我们把（3）～（6）转换成直接条件，再把这些条件填入下表，就会得到正确的判断。

条件（3）中，“C和E住在同一楼里，中队长和他们是邻居”，这就是说，中队长不是C，也不是E。条件（4）就是说，数学课代表不是C也不是B。条件（5）就是说，地理课代表、语文课代表不是A，也不是C。条件（6）就是说，数学课代表、中队长不是D或E。

将以上（1）～（6）条件填入下表。

	语文课代表	数学课代表	地理课代表	历史课代表	中队长
A	×(5)	√	×(5)	×(2)	×
B	×	×(4)			√
C	×(1)(5)	×(4)	×(5)		×(3)
D	×(1)	×(6)		×(2)	×(6)
E		×(6)			×(3)(6)

由上表纵着看到数学课代表是A，画上“√”；A就不可能是中队长了，在相应位置上画上“×”；那么中队长一定是B，画上“√”。既然B是中队长，他就不是语文课代表了，在相应位置上画上“×”。再挨着看，C是历史课代表，D是地理课代表。最后得出E是语文课代表。

38．过队日

六（1）中队共43名队员，他们到龙潭游乐园过中队日。中队长宣布，大家只能参加“激流勇进”、“观览车”和“单轨火车”三种游乐活动。活动结束时，中队长说：“根据今天参加游乐活动的情况我编了一道数学题：“全中队至少有多少人参加的活动完全相同？”

你能替六（1）中队的同学找到正确答案吗？

分析与解　全中队至少有7人参加的活动相同。

这是一道根据实际活动编得很有趣的数学题。解答这道题首先要弄明白同学们参加游乐活动共有几种可能情况。我们把各种情况分别列出如下：

（1）只参加“激流勇进”；

（2）只参加“观览车”；

（3）只参加“单轨火车”；

（4）既参加“激流勇进”，又参加“观览车”；

（5）既参加“激流勇进”，又参加“单轨火车”；

（6）既参加“观览车”，又参加“单轨火车”；

（7）三种活动都参加。

由于可能的情况共有7种，去游乐场的有43名少先队员，43÷7=6……1（人），即如果每种可能的情况有6名队员参加的话，那么还余1名队员，不管这1名队员参加活动属于哪种“情况”，则至少有7人参加的活动相同。

39.放硬币游戏

参加人：2 人，也可以有裁判 1 人。

用具：一张纸（方形、圆形都可以），1 分硬币若干枚。

游戏规则：①2 人轮流把硬币放在纸上，每人每次只放一枚；②放在桌上的硬币不能重叠；③最后在纸上无处可放者为负。

同学们，要想在这个小游戏中取胜，只需应用几何中一个很简单的原理。你知道怎样放才能保证在游戏中稳操胜券吗?

分析与解　这个游戏对参加的两个人来说是不平等的，如果知道了游戏的奥妙，那么先放硬币的一方会稳操胜券。

游戏的奥妙是利用平面几何中的中心对称原理。先放者，首先抢占“对称中心”，即纸的中心。然后，不论对方把硬币放在什么位置，你每次都根据中心对称原理，把硬币放到对方硬币的对称位置上。这样，只要对方有地方放，你就必定有放的地方，直到你占满最后一处空白，逼得对方无处可放，你就获胜了。

40．一本书的页数

我们知道印刷厂的排版工人在排版时，一个数字要用一个铅字。例如 15，就要用 2 个铅字；158，就要用 3 个铅字。现在知道有一本书在排版时，光是排出所有的页数就用了 6869 个铅字，你知道这本书共有多少页吗？（封面、封底、扉页不算在内）

分析与解 仔细分析一下，页数可分为一位数、两位数、三位数、……。

一位数有 9 个，使用 $1\times9=9$ 个铅字；

两位数有（99-9）个，使用 $2\times90=180$ 个铅字；

三位数有（999-90-9）个，使用 $3\times900=2700$ 个铅字；

依此类推。

我们再判断一下这本书的页数用到了几位数。因为从 1 到 999 共需用 $9+2\times90+3\times900=2889$ 个铅字，从 1 到 9999 共需用 $9+2\times90+3\times900+4\times9000=38889$ 个铅字，而 $2889<6869<38889$，所以这本书的页数用到四位数。

排满三位数的页数共用了 2889 个铅字，排四位数使用的铅字应有 $6869-2889=3980$（个），那么四位数的页数共有 $3980\div4=995$（页）。因此这本书共有 $999+995=1994$（页）。

41．重要的是能发现规律

学习数学，重要的不是会做几道题，而是通过学习，学会总结规律、使用规律，最终培养出一种能独立发现和总结规律并应用规律去解决实际问题的能力。

下面有一道题，就是检查你是否具备这方面能力的。不过，在正式做题前，先复习一下有关的知识。

一个三位数，例如 256，可以表示成：

$100\times2+10\times5+6$。

一个任意三位数$\overline{abc}$（通常表示几位数时就在这几个字母上面画一条横线）也可以表示成：

$100a+10b+c$

一个任意四位数$\overline{abcd}$也可以表示成：

$1000a+100b+10c+d$

好了，现在请做下面的题。

有一个四位数，减掉它各位数字的和得到 19※2，你能准确地判断出※表示的数字是几吗？

解答这道题，当然可以用分析、推理等方法，但希望你能发现规律，并利用规律来巧解这道题。

分析与解　※表示 6。

在解答这道题的过程中，不知你是否发现这样一个规律：不管是一个两位数、三位数或四位数……，减去它的各个数位上数字之和所得的差，必定是 9 个的倍数。这个规律的证明，简述如下：

一个四位数$\overline{abcd}$，可以表示成：$1000a+100b+10c+d$。它与它的数字之和的差为

$$1000a+100b+10c+d-(a+b+c+d)$$
$$=(1000a-a)+(100-b)+(10c-c)+(d-d)$$
$$=999a+99b+9c$$
$$=9(111a+11b+c)$$

因为这个差是“9”与一个算式（其计算结果是整数）的乘积，所以这个差必定能被 9 整除。（其他位数的数的证明与此相同，从略）。

解答上面这道题，我们可以根据条件这样想：1+9+2=12，12 比 9 的 2 倍少 6，比 9 的 3 倍少 15，因为※表示的是一个数字，所以※表示的只能是 6。

42．填数（二）

右图中的大三角形被分成 9 个小三角形。试将 1、2、3、4、5、6、7、8、9 分别填入 9 个小三角形中，每个小三角形内只填一个数。要求靠近大三角形每条边的 5 个小三角形内的数相加的和相等，并且使五个数的和尽可能大，请问该怎样填？如果使五个数的和尽可能小，又该怎样填？

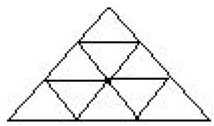


图 32

分析与解　靠近大三角形三条边的 5 个数的和尽可能大的填法如图 33 中的左图；使 5 个数的和尽量小的填法如图 33 中的右图。

把靠近大三角形三条边的 5 个数都加起来，就会发现，除每边靠中间的那三个数外，其余的数都重复相加了两次。要想

图 33

使靠近大三角形每条边的 5 个数的和相等，并且使和尽可能大，那么靠近各边中间的这三个数就应该尽量小，当然应该填 1、2、3。这时每条边的 5 个数之和为

$$[2\times(1+2+3+\cdots\cdots+9)-1-2-3]\div3=28$$

同理，要使靠近大三角形三条边的 5 个数的和相等，并且使和尽可能小，则靠近各边中间的这三个数就应该尽量大，即这三个数应是 7、8、9。这时每条边的 5 个数之和为

[2×（1+2+3+ ……+ 9）-7-8-9]÷3=22

43．换个角度想

在所有的三位数中，有很多数能同时被 2、5、3 整除，那么不能同时被 2、5、3 整除的三位数的和是多少？

要解答这个问题，最好换个角度想。

分析与解　解答这道题时，要是把不能同时被 2、5、3 整除的三位数都挑出来，再进行计算，那就太费时间了。

因为在三位数中，能同时被 2、5、3 整除的数的个数是不多的，这样我们只要从所有的三位数的总和中减去能同时被 2、5、3 整除的数的和，得到的就是不能同时被 2、5、3 整除的数的总和。

能同时被 2、5、3 整除的三位数是：120、150、180、210、……、960、990。

以上是一个公差为30的等差数列，共有$\frac{990-120}{30}+1=30($项），这些数的总和是$\frac{(120+990)\times 30}{2}=16650$。

所有的三位数共有$999-100+1=900$（个），它们的总和是$\frac{(100+999)}{2}$ $=494550$。

因此，不能同时被 2、5、3 整除的三位数的总和是 494550-16650=477900。

44．从后往前想

明明和华华各有铅笔若干支，两个人的铅笔合起来共 72 支。现在华华从自己所有的铅笔中，取出明明所有的支数送给明明，然后明明又从自己现在所有的铅笔中，取出华华现有的支数送给华华，接着华华又从自己现在所有的铅笔中，取出明明现在所有的支数送给明明。这时，明明手中的铅笔支数正好是华华手中铅笔支数的 8 倍，那么明明和华华最初各有铅笔多少支？

分析与解　有些数学题，如果顺着思考不易找到答案，往往从后往前想比较方便，即从已知条件倒推回去，找出答案来。

根据这道题的已知条件可知，无论明明取多少支铅笔给华华，还是华华取多少支铅笔给明明，两人所有的铅笔总支数（72 支）是不变的；又知道最后明明手中铅笔的支数是华华手中铅笔支数的 8 倍。这样我们可以求出最后两人手中铅笔的支数。

华华最后手中铅笔的支数是：

72÷（8＋1）=8（支）

明明最后手中铅笔的支数是：

8×8=64（支）

接着倒推回去，就可以求出两人最初各有铅笔多少支了。

答案是：明明最初有铅笔 26 支，华华最初有铅笔 46 支。

45．缺少条件吗？

红光小学六年级共有学生 210 多人。期末考试成绩得优的占全年级人数的$\frac{1}{2}$，得良的占全年级人数的$\frac{2}{9}$，得中的占全年级人数的$\frac{7}{27}$，其余的不及格。问不及格的有几人？

分析与解 题中没有给出六年级学生到底有多少人，缺少这一条件，还能解答这道题吗？

我们知道，由于各档次成绩的人数一定是整数，所以全年级的人数一定是$\frac{1}{2}$、$\frac{2}{9}$、$\frac{7}{27}$这几个分数分母的公倍数。2、9、27的公倍数有54、108、162、216、270、……，题中告诉我们六年级共有学生 210 多人，在上面这些公倍数中，靠近 210 的是 216，显然全年级共有 216 人。于是不及格的人数是：

$$216\times\left(1-\frac{1}{2}-\frac{2}{9}-\frac{7}{27}\right)=4\text{（人）}$$

46．丢番图的墓志铭

古希腊的大数学家丢番图,大约生活于公元前 246 年到公元 330 年之间，距现在有二千年左右了。他对代数学的发展做出过巨大贡献。

丢番图著有《算术》一书，共十三卷。这些书收集了许多有趣的问题，每道题都有出人意料的巧妙解法，这些解法开动人的脑筋，启迪人的智慧，以致后人把这类题目叫做丢番图问题。

但是，对于丢番图的生平知道得非常少。他唯一的简历是从《希腊诗文集》中找到的。这是由麦特罗尔写的丢番图的“墓志铭”。“墓志铭”是用诗歌形式写成的：

“过路的人！
这儿埋葬着丢番图。
请计算下列数目，
便可知他一生经过了多少寒暑。
他一生的六分之一是幸福的童年，
十二分之一是无忧无虑的少年。
再过去七分之一的年程，
他建立了幸福的家庭。
五年后儿子出生，
不料儿子竟先其父四年而终，
只活到父亲岁数的一半。
晚年丧子老人真可怜，
悲痛之中度过了风烛残年。
请你算一算，丢番图活到多大，

才和死神见面？”

请你算一算，丢番图到底活到多少岁？

分析与解

丢番图的墓志铭中出现的分数$\frac{1}{6}$、$\frac{1}{12}$、$\frac{1}{7}$、$\frac{1}{2}$都是以丢番图的年龄作为单位“1”的，因此，他的年龄一定是这几个分数分母的公倍数。6、12、7、2 的公倍数有 84、168、252、……。丢番图不可能活到 168 岁或更大的年龄，因此得出丢番图活到 84 岁。

47．丢番图的趣题

下面是丢番图出的一道题：

今有四数，取其每三个而相加，则其和分别为 22、24、27 和 20。求这四个数各是多少？

分析与解 如果设其中某个数为 x,则其他三个数很难用 x 的式子表示出来。丢番图的作法十分巧妙，他设四个数之和为 x，则这四个数分别为 x-22，x-24，x-27，x-20。列方程

$$(x-22)+(x-24)+(x-27)+(x-20)=x$$

解得 x=31

31-22=9，31-24=7，

31-27=4，31-20=11，

即这四个数分别为 9、7、4、11。

48．真是没想到！

出题前，先讲个小故事。

传说在很久以前，印度有个叫塞萨的人，为了能使国王忘掉战争，精心设计了一种游戏（国际象棋）献给国王。国王对这种游戏非常满意，决定赏赐塞萨。国王问塞萨需要什么，塞萨指着象棋盘上的小格子说：“就按照棋盘上的格子数，在第一个小格内赏我 1 粒麦子，在第二个小格内赏我 2 粒麦子，第三个小格内赏 4 粒，照此下去，每一个小格内的麦子都比前一个小格内的麦子加一倍。陛下，把这样摆满棋盘所有 64 格的麦粒，都赏给我吧。”国王听后不加思索就满口答应了塞萨的要求。但是经过大臣们计算发现，就是把全国一年收获的小麦都给塞萨，也远远不够。国王这才明白，塞萨要的，是国王放弃战争，发展生产，改善人民生活。

我们来计算一下，塞萨要的小麦到底是多少？原来聪明的塞萨巧妙地利用了数学中的乘方。棋盘上共有 64 格，按塞萨的要求，应付给他 $2^{64}-1=18446744073709551615$ 粒小麦，约合 5 千多亿吨。这个数字大得惊人，古代印度那个国王，怎么能付得出来？

下面有一道类似的题：

“把一张厚度仅有 0.05 毫米的纸，对折 30 次后，它的厚度是多少？”

请你算算，看你想到了没有？

分析与解 把一张厚度为 0．05 毫米的纸对折 30 次，厚度为 $0.05\times2^{30}\approx53.69$ 千米。

49．黑蛇钻洞（印度古题一）

古代印度的许多算术题是很有趣的，比如：

一条长 80 安古拉（古印度长度单位）的强有力的、不可征服的、极好的黑蛇，以$\frac{5}{14}$天爬$7\frac{1}{2}$安古拉的速度爬进一个洞；而蛇尾每$\frac{1}{4}$天长$\frac{11}{4}$安古拉。请你算一算，这条大蛇多少天全部进洞？

分析与解　黑蛇不断往洞里爬，蛇尾也不停地向后长，要求出黑蛇全部爬进洞的时间，可先分别求出黑蛇向洞里爬行的速度和蛇尾生长的速度：

黑蛇爬行的速度$7\frac{1}{2}\div\frac{5}{14}=21$

蛇尾生长的速度$\frac{11}{4}\div\frac{1}{4}=11$

二者的速度差=21-11=10

全部进洞的时间=80÷10=8（天）

50．芒果总数（印度古题二）

有一堆芒果，国王取$\frac{1}{6}$，王后取余下的$\frac{1}{5}$，三个王子分别取逐次余下的$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{3}$和$\frac{1}{2}$，最年幼的小孩取剩下的三个芒果。请你求出芒果的总数是多少个。

分析与解

设芒果总数为1，那么国王取$\frac{1}{6}$；王后取余下的$\frac{1}{5}$，即$(1-\frac{1}{6})\times\frac{1}{5}=\frac{1}{6}$；三个王子分别取逐次余下的$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{3}$和$\frac{1}{2}$，即（$1-\frac{2}{6}$）$\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$，（$1-\frac{3}{6}$）$\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$，$(1-\frac{4}{6})\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$。

国王、王后和三个王子都取得了总数的$\frac{1}{6}$，合在一起为$\frac{5}{6}$。这样小孩得到的也是总数的$\frac{1}{6}$。因此，芒果总数为

$3\div\frac{1}{6}=18$（个）

51．托尔斯泰的算题（一）

托尔斯泰是 19 世纪末俄国的伟大作家。他对算术也很有兴趣，还写过算术课本。他特别喜欢表面复杂，但却有简便方法解答的算题。

下面就是托尔斯泰非常喜欢的“割草人”算题：

“一队割草人要收割两块草地，其中一块比另一块大 1 倍。全队在大块

草地上收割半天之后，分为两半，一半人继续留在大块草地上，到傍晚时把草割完；另一半人到小块草地上割草，到傍晚还剩下一小块没割。剩下的一小块要第二天 1 个人用 1 整天才能割完。

问割草队共有几人？”

分析与解 托尔斯泰本人是怎样解算这道题的呢？他认为，既然大块草地上割草队全体割了半天，接着全队的一半人又割了半天。很明显，这一半人在半天内收割了大块草地的$\frac{1}{3}$。另一方面，小块草地相当于大块草地的$\frac{1}{2}$。以大块草地为1，那么在小块草地上，半队人割了半天后剩下的草地为$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$。而这剩下的$\frac{1}{6}$，一个人一天割完了，这说明一个人割草的效率为一天割大草地的$\frac{1}{6}$。

大、小草地合起来是$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，割草队割了一天总共割了$\frac{3}{2}-\frac{1}{6}=\frac{8}{6}=\frac{1}{6}\times 8$，说明割草队共有8人。

托尔斯泰的解算十分巧妙，说明他算术功底很深。托尔斯泰还很注重算术题的直观解法。如下图，左边代表大块草地，右边代表小块草地，小块草地是大块草地的一半。一个人一天割了$\frac{1}{6}$，因此，每个正方形都代表两个人一天所割的草。第一天一共割了四个正方形，说明割草队共有 8 个人。

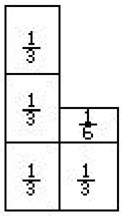


图 34

52．托尔斯泰的算题（二）

托尔斯泰喜欢的另一道算题是：

木桶上方有两个水管。若单独打开其中一个，则 24 分钟可以注满水桶；若单独打开另一个，则 15 分钟可以注满。木桶底上还有一个小孔，水可以从孔中往外流，一满桶水用 2 小时流完。如果同时打开两个水管，水从小孔中也同时流出，那么经过多少时间水桶才能注满？

分析与解 当两个水管打开时，从一个水管 1 分钟注入的水占木桶容积

的$\frac{1}{24}$，从另一个水管1分钟注入的水占木桶容积的$\frac{1}{15}$；而1分钟从小孔流出的水为木桶容积的$\frac{1}{120}$。因此，

$$\frac{1}{24}+\frac{1}{15}-\frac{1}{120}=\frac{1}{10}$$

即1分钟木桶中积有的水为木桶容积的$\frac{1}{10}$。

$$1\div\frac{1}{10}=10\text{（分）}$$

所以，经过 10 分钟水桶才能注满。

53．爱因斯坦编的问题

很多科学家都喜欢用一些有趣的数学问题来考察别人的机敏和逻辑推理能力。这里有一道著名物理学家爱因斯坦编的问题：在你面前有一条长长的阶梯。如果你每步跨 2 阶，那么最后剩下 1 阶；如果你每步跨 3 阶，那么最后剩 2 阶；如果你每步跨 5 阶，那么最后剩 4 阶；如果你每步跨 6 阶，那么最后剩 5 阶；只有当你每步跨 7 阶时，最后才正好走完，一阶也不剩。

请你算一算，这条阶梯到底有多少阶？

分析与解　分析能力较强的同学可以看出，所求的阶梯数应比 2、3、5、6 的公倍数（即 30 的倍数）小 1，并且是 7 的倍数。因此只需从 29、59、89、119、……中找 7 的倍数就可以了。很快可以得到答案为 119 阶。

54．苏步青教授解过的题

我国著名数学家苏步青教授，有一次到德国去，遇到一位有名的数学家，在电车上出了一道题目让苏教授做。这道题目是：

甲、乙两人同时从两地出发，相向而行，距离是 50 千米。甲每小时走 3 米，乙每小时走 2 千米，甲带着一只狗，狗每小时跑 5 千米，这只狗同甲一起出发，碰到乙的时候它就掉头往甲这边跑，碰到甲时又往乙这边跑，碰到乙时再往甲这边跑……，直到甲、乙二人相遇为止。问这只狗一共跑了多少路？

苏步青教授略加思索，未等下电车，就把正确答案告诉了这位德国数学家。

请你也来解答这道数学题，题目虽不太难，但要认真思考，才能找到解题的“窍门”。

分析与解 这个问题看起来很复杂，其实却是出人意料的简便。因为每小时甲走 3 千米，乙走 2 千米，所以甲乙二人相遇共走了 10 小时，这表明狗也跑了 10 小时，因此狗一共跑了 50 千米。

55．农妇卖鸡蛋

从前，有一个农妇提了一篮鸡蛋去卖。甲买了全部鸡蛋的一半多半个；

乙买了剩下鸡蛋的一半多半个；丙又买了剩下的一半多半个；丁买了最后剩下的鸡蛋的一半多半个。这样，鸡蛋刚好卖完。

你知道农妇的一篮鸡蛋共有几个吗？

分析与解 由于丁买了最后剩下的一半多“半个”，鸡蛋刚好卖完，这说明最后剩下鸡蛋的另一半就是那“半个”鸡蛋。可见，

丙买了后，篮子里只剩 1 个鸡蛋

乙买后剩下：（$1+\frac{1}{2}$）×$2=3$（个）

甲买后剩下：（$3+\frac{1}{2}$）×$2=7$（个）

农妇的一篮鸡蛋总数为（$7+\frac{1}{2}$）×$2=15$（个）

56．各有多少钱？

兄弟俩到商店去买东西。妈妈问哥哥：“你带多少钱？”哥哥说：“我和弟弟一共带 240 元，如果弟弟给我 5 元，那么我的钱数就比弟弟的钱数多一倍了。”妈妈又问弟弟：“你带了多少钱呢？”弟弟回答说：“如果哥哥给我 35 元钱，那么我的钱数就和哥哥的一样多了。”妈妈听了以后，还弄不清哥哥和弟弟到底各带多少钱。你能弄明白吗？

分析与解 哥哥给弟弟 35 元后各有钱：240÷2=120（元）

哥哥带的钱数：120+35=155（元）

弟弟带的钱数：120-35=85（元）

57．河边洗碗

有一名妇女在河边洗刷一大摞碗，一个过路人问她：“怎么刷这么多碗？”她回答：“家里来客人了。”过路人又问：“家里来了多少客人？”妇女笑着答道：“2 个人给一碗饭，3 个人给一碗鸡蛋羹，4 个人给一碗肉，一共要用 65 只碗，你算算我们家来了多少客人。”

分析与解 题目给出了碗的总数，以及客人和碗的关系。如果能求出每人占用多少只碗，那么就可以求出客人的数目了。

2个人给一碗饭，每人占$\frac{1}{2}$只碗；

3个人给一碗鸡蛋羹，每人占$\frac{1}{3}$只碗；

4个人给一碗肉，每人占$\frac{1}{4}$只碗；

合起来，每人占（$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$）只碗；

因此，客人数为

65÷（$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$） $=60($人）$)$

58．是谁错了？

小明看见哥哥的练习本上抄着一道加法题，越看越奇怪，题目是这样写的：

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 0\ 5 \\ +\ 4\ 8\ 8\ 5 \\ \hline 1\ 0\ 2\ 0\ 2 \end{array}$$

小明认为这道题错了，到底是谁错了呢？

分析与解 这道加法题并没有错，原因是我们已经习惯于十进位制，也就是逢十进一。这里却是八进位制，也就是逢八进一。

从右数第一位，5+5 等于十（不是 10），由于满八就进一位，只剩下 2，所以第一位是 2；第二位数字 0＋7=7，加上刚才进位的 1，又满八，于是进到第三位，而第二位的得数写 0；第三位等于 2+7+1，满八进一，所以向第四位进一，第三位得 2；第四位等于 3＋4+1，又向第五位进一，第四位得 0。所以最后结果是 10202。

59．各放多少发子弹？

小张是某部队武器库保管员，他将 1 千发子弹分放在 10 个盒子里，一旦需要，只需告诉他 1000 以内所需子弹数，他都可以拿出若干个盒子，凑出所需的子弹数，而不必打开盒子去数子弹。请问小张在 10 个盒子里各放了多少发子弹？

分析与解 十进制数中的 1、2、4、8、16、32、64、128、256 分别是二进制数 1、10、100、1000、10000、100000、1000000、10000000、100000000，这九个二进制数码可以组成 1 到 $(111111111)_2$ 的任何一个二进制数。于是用 1、2、4、8、16、32、64、128、256 这九个十进制数中的数相加，可以得到 1 到 511 中的任何一个十进制的数。所以保管员在九个盒子中分别装入 1、2、4、8、……、256 发子弹共 511 发，剩下的 489 发装在第十个盒子里。如果需要的子弹数小于或等于 511 发，那么就可以由前九个盒子中挑选出若干盒子来满足。如果需要的子弹数大于 511 发，那么可先取第十盒中的 489 发子弹，其余的由前九盒中的若干盒来满足。

60．逢四进一

通常我们用的数的进位制是十进制，即逢十进一。它有十个数字：0、1、2、……、9。下面的算式用的不是十进制，而是四进制——即逢四进一。它有四个数字：0、1、2、3。在这个算式中，字母 A、B、C、D 分别代表 0、1、2、3 中的某一个数字。

$$\begin{array}{r} A\ B\ C\ D \\ +\ C\ B\ A\ B \\ \hline B\ B\ C\ B\ B \end{array}$$

请问按此算式，字母 A、B、C、D 各代表什么数字？

分析与解 在四进制中，加法运算是这样进行的：

0+0=0 0+1=1 0+2=2 0+3=3

1+1=2 1＋2=3 1+3=10

2+2=10 2+3=11

3+3=12

现在我们可以根据上述运算结果来确定算式中的数字。

由于和的首位 B 是由进位而得的，而 A＋C 最大只能是 11，因此不管下一位 B＋B 是否进位，A＋C 只能进位 1，从而得 B=1；将 B=1 填入后，立即可得 D=0。现在 A 和 C 只能在 2 和 3 中取，但不论 2＋3 还是 3＋2 都会进位 1，所以 C=B＋B＋1=1＋1＋1=3，于是 A=2。

原算式为

$$\begin{array}{r} 2\ 1\ 3\ 0 \\ +\ 3\ 1\ 2\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 3\ 1\ 1 \end{array}$$

61．交叉公路

有两条公路成十字交叉，甲从十字路口南 1350 米处往北直行；乙从十字路口处向东直行。二人同时出发，10 分钟后，二人离十字路口的距离相等；二人仍保持原速继续直行，又过了 80 分钟，这时二人离十字路口的距离又相等。求甲、乙二人的速度。

分析与解　甲从十字路口南 1350 米处往北直行，乙从十字路口处向东直行，同时出发，10 分钟后二人离十字路口距离相等，说明甲、乙二人 10 分钟共行了 1350 米，于是可以求出二人每分钟的速度和。又知道，二人继续行走 80 分钟，即从出发各行 90 分钟，二人离十字路口距离又相等，说明甲、乙二人 90 分钟行走的路程之差是 1350 米。于是又可以求出二人每分钟的速度差，进而求出甲、乙各自的速度。

1350÷10=135（米）

1350÷（10+80）=15（米）

甲的速度是：（135+15）÷2=75（米）

乙的速度是：（135-15）÷2=60（米）

即甲的速度是每分钟 75 米，乙的速度是每分钟 60 米。

62．何时追上乙？

甲、乙二人步行速度比是 13∶11。如果甲、乙二人分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，0．5 小时相遇，那么甲、乙二人分别从 A、B 两地同向而行，几小时后甲追上乙？

分析与解　我们先假设 A、B 两地间的路程为 1，那么甲、乙二人每小时的速度之和是：1÷0.5=2

$$2\times\frac{13}{13+11}=\frac{11}{12}$$

$$2-1\frac{1}{12}-\frac{11}{12}$$

$$1\div(1\frac{1}{12}-\frac{11}{12})$$

$$=1\div\frac{1}{6}$$

$=6$（小时）

即 6 小时后甲追上乙。

63．流水行船

一只小船，第一次顺水航行 20 千米，又逆水航行 3 千米，共用了 4 小时；第二次顺水航行了 17．6 千米，又逆水航行了 3．6 千米，也用了 4 小时。求船在静水中的速度和水流速度。

分析与解 比较两次航行的航程可知：在相同的时间内，顺水可航行 20-17．6=2．4 千米，逆水可航行 3．6-3=0．6 千米。于是求出在相同时间内顺水航程是逆水航程的 2．4÷0．6=4 倍。那么顺水行的航速也就是逆水行的航速的 4 倍，进而求出顺水与逆水的航速。

顺水航速为每小时：（20+3×4）÷4=8（千米）

逆水航速为每小时：（20÷4＋3）÷4=2（千米）

船在静水中的速度为每小时

(8+2)÷2=5（千米）

水流速度为每小时

（8-2）÷2=3（千米）

即船在静水中的速度为每小时 5 千米，水流速度为每小时 3 千米。

64．粗心的钟表匠

小王师傅是钟表店的新职工，由于工作不安心，时常出问题。有一次，他给学校修理一只大钟，竟然把长短针装配错了。这样一来，短针走的速度变成了长针的 12 倍。装配的时候是下午 6 点，他把短针指在“6”上，长针指在“12”上。小王装好后，就回家了。

学校值班老师看到这大钟一会儿 7 点，一会儿 8 点，十分奇怪，立刻派人去找小王师傅。小王师傅在第二天上午 7 点多钟才来到，他掏出标准表一看，表和大钟的时间一样，说学校故意找他的麻烦，气乎乎地回家了。小王走后，老师发觉大钟还是不对头，又通知小王来。下午 8 点多，小王又来到学校，与标准表一对，仍旧准确无误。

请你想一想，小王第一次来校对表的时刻是上午 7 点几分？第二次对表的时刻又是下午 8 点几分？

分析与解 这个问题的关键是只有两针成为一条直线时，大钟所指的时间才是准确的。在 6 点，两针成一直线，这是小王装配指针的时间。以后每增加1小时$5\frac{5}{11}$分，两针再成一直线。我们知道，两指针走动的相对关系，每隔 12 小时一循环，所以在第二天上午 6 点和下午 6 点，短针和长针也是分别指在“6”上和“12”上，因此，在第二天上午 7 点以后，两针成一直线的时间是7点$5\frac{5}{11}$分；而在下午8点后，两针成一直线的时间是8点$10\frac{10}{11}$分。这也就是小王两次来校对表的时刻。

65.分针、时针追跑

你注意过钟面上的时、分、秒 3 根针的运动特点吗？这 3 根针，每时每刻都处在你追我赶之中。秒针追分针、分针追时针……，永不停息。请问从早晨 8 点开始，当分针第一次与时针重合时，是几点几分？

分析与解 这道题是典型的钟面问题。解答这类题有以下几个关键问题：

（1）分针的速度：每分钟走$\frac{1}{60}$钟面周长（1格）；

（2）时针的速度：每分钟走$\frac{1}{60\times12}$钟面周长（$\frac{1}{12}$格）；

（3）分针与时针由不重合到重合，表示分针追及时针，它们之间的速度差为$\frac{1}{60}-\frac{1}{720}$或$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$（格）；

（4）计算开始时的距离即两针相差多少格，本题的距离为 40 格（按分针顺时针方向到时针的距离）。

弄清以上问题，根据追及问题的数量关系：

$$\text{追及时间}=\frac{\text{距离}}{\text{速度差}}=\frac{40}{\frac{11}{12}}=43\frac{7}{11}(\text{分})$$

所以，从早晨8点开始，分针与时针第一次重合的时刻是8点$43\frac{7}{11}$分。

66．弄通情境

骑车人以每分钟 300 米的速度，从 102 路电车始发站出发，沿 102 路电车线前进。骑车人离开出发地 2100 米时，一辆 102 路电车开出了始发站。这辆电车每分钟行 500 米,行 5 分钟到达一站并停 1 分钟,那么要用多少分钟，电车追上骑车人？

分析与解 电车行驶 5 分钟到达一站，停车 1 分钟，电车可行驶

500×5=2500（米）而骑车人可行

300×（5＋1）=1800（米）

根据题意，电车要追赶骑车人 2100 米，这时可不能误认为追赶 2100÷（2500-1800）=3 个（5＋1）分钟即 18 分钟追上骑车人。因为求得的 18 分钟，恰是电车停车的那 1 分钟时间里，所以是不可能追上的。

电车开离第二个站时，已追赶了骑车人

[500×5-300×（5＋1）]×2=1400（米）

这时电车离骑车人还有：

2100-1400=700（米）

那么再行

700÷（500-300）=3．5（分钟）

即可追上骑车人。

这样电车前后共用了

（5＋1）×2＋3．5=15．5（分钟）

即要用 15．5 分钟电车追上骑车人。

说明：这是一道复杂的追及问题，题中要求追及时间，同学们计算时往

往认为是 18 分钟追上。这种思考方法错了，忽视了最后追及的“6 分钟”路程实际电车只行了 5 分钟，最后一分钟是停下来的；如果不停这一分钟，电车又可向前走 500 米，即电车超前骑车人 500 米，超前这 500 米要用 500÷（500-300）=2．5（分钟）。这样从 18 分钟内减去 2．5 分钟，也能得出正确答案是 15．5 分钟。

67．预定时间

某人从甲地到乙地按预定的时间和速度行了甲、乙两地路程的$\frac{2}{3}$，在余下的路程上，他行走的速度增加$\frac{1}{9}$，行走的时间每天减少$\frac{1}{4}$，结果他从甲地到乙地共行了16天。那么原定从甲地到乙地要行多少天？

分析与解

某人行走余下的路程，速度增加$\frac{1}{9}$，行走时间减少$\frac{1}{4}$，那么他1天行走的路程相当于原定1天行走路程的$(1+\frac{1}{9})\times(1-\frac{1}{4})=\frac{5}{6}$，于是进一步求出他行走余下路程$(1-\frac{2}{3})$相当于原定行走全程的$(1-\frac{2}{3})\div\frac{5}{6}=\frac{2}{5}$。已知他行走全程用了16天，恰好相当于行走原定路程的$\frac{2}{3}$与$\frac{2}{5}$之和，于是求出他原定从甲地到乙地所用的时间。

$(1+\frac{1}{9})\times(1-\frac{1}{4})=\frac{5}{6}$

$(1-\frac{2}{3})\div\frac{5}{6}=\frac{2}{5}$

$16\div(\frac{2}{3}+\frac{2}{5})=15$（天）

即原定从甲地到乙地要行 15 天。

68．文艺书与科技书

六（1）班的图书箱里共有文艺书和科技书 91 本，文艺书本数的 25%与科技书本数的$\frac{2}{5}$正好相等。两种书各有多少本？

分析与解　解答这道题的关键是确定比较的标准。根据文艺书本数的 25%与科技书的$\frac{2}{5}$正好相等这个条件，可得如下关系式：

文艺书本数×25%＝科技书本数×$\frac{2}{5}$，

再利用比例的基本性质把上式转化为：

文艺书本数：科技书本数 $=\frac{2}{5}$：25% = 8：5

再利用比例分配的方法，分别求出每种书各有多少本。

$\frac{2}{5}$：25% = 8：5

文艺书：$91\times\frac{8}{8+5}=56$（本）

科技书：$91\times\frac{5}{8+5}=35$（本）

即文艺书有 56 本，科技书有 35 本。

69．几天完工？

一项工程，甲、乙两队合做需要 8 天完成，甲队单独做了 4 天，乙队又单独做了2天，还有全工程的$\frac{2}{3}$没有完成，那么每队单独完成这项工程各需要几天？

分析与解

题中告诉我们：还有全工程的$\frac{2}{3}$没有完成，也就是已经完成了全工程的$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$；又知这$\frac{1}{3}$是先由甲队独做了4天，又由乙队独做了2天完成的。换一种说法，即两队合做了2天，甲又单独做了2天，完成了全工程的$\frac{1}{3}$。甲、乙两队合做2天，完成全工程的$\frac{1}{8}\times2=\frac{1}{4}$，甲队每天完成全工程的$(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})\div(4-2)=\frac{1}{24}$，乙队每天完成全工程的$\frac{1}{8}-\frac{1}{24}=\frac{1}{12}$。由此可以分别求出甲、乙两队单独完成这项工程所需天数。

$1\div[(\frac{1}{3}-\frac{1}{8}\times2)\div(4-2)]$

$=1\div[(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})\div2]$

$=1\div\frac{1}{24}$

$=24$（天）

$1\div(\frac{1}{8}-\frac{1}{24})=12$（天）

即甲队单独完成这项工程需要 24 天，乙队单独完成这项工程需要 12 天。

70．干活的人数

一项工程，8 个人干需 15 天完成。今先由 18 人干了 3 天，余下的又由

另一部分人干了3天，共完成了这项工程的$\frac{3}{4}$，问后3天有多少人参加？

分析与解 解答这题的关键是求后 3 天的工作量以及每人每天的工作量。

根据8人干15天完成，可以求出每人每天干全工程的$1\div15\div8=\frac{1}{120}$，那么18人3天共干全工程的$\frac{1}{120}\times3\times18=\frac{9}{20}$，后3天每天干这项工程的（$\frac{3}{4}-\frac{9}{20}$）$\div3=\frac{1}{10}$，所以后3天参加的人数是：$\frac{1}{10}\div\frac{1}{120}$（人）

$$[\frac{3}{4}-（1\div15\div8）\times3\times18]\div3\div（1\div15\div8）$$
$$=[\frac{3}{4}-\frac{9}{20}]\div3\div\frac{1}{120}$$
$$=\frac{3}{10}\div3\div\frac{1}{120}$$
$$=12（人）$$

即后 3 天共有 12 人参加。

71．甲先做了几天？

一件工程，甲独做 12 天可以完成，乙独做 4 天可以完成。现在甲先独做了几天，因事离去，乙接着做余下的工程，直至完工。完成这件工程前后共用了 6 天，那么甲先独做了几天？

分析与解 要求甲先独做了几天，我们可以假设完成这件工程前后所用的6天都由乙独做，那么乙就可以完成这件工程的$\frac{1}{4}\times6=\frac{3}{2}$，超过全工程的部分是因为乙代替甲去做的结果。乙每代替甲做1天即可多完成全工程的$\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$，于是可以求出甲独做的天数。

$$(\frac{1}{4}\times6-1)\div(\frac{1}{4}-\frac{1}{12})$$
$$=(\frac{3}{2}-1)\div\frac{1}{6}$$
$$=\frac{1}{2}\div\frac{1}{6}$$
$$=3(天)$$

即甲先独做了 3 天。

说明：题中给出“完成这件工程前后共用了 6 天”，既不表示甲独做了 6 天，也不表示乙独做了 6 天，而这 6 天中既包括甲独做的天数，也包括乙独做的天数，因此，解答时应该用“假设法”去求解，正像分析中所说的那样，“假设完成全工程所用的 6 天都由乙独做”，然后求出甲独做的天数。当然也可以“假设完成全工程所用的 6 天都由甲独做”，然后求出乙独做的

天数，再从 6 天中减去乙独做的天数，就得出了甲独做的天数。

72．空池注水

一个水池有两个进水管甲、乙，一个排水管丙。如果单开甲、丙两管，那么 10 小时可把空池注满；如果单开乙、丙两管，那么 15 小时可把空池注满；如果单开丙管，那么 30 小时可把满池水放光。现在同时打开甲、乙、丙三管，几小时可把空池注满？

分析与解　根据已知单开甲、丙两管 10 小时可把空池注满，就是说甲管1小时注水量与丙管1小时的排水量之差是$\frac{1}{15}$；单开乙、丙两管15小时可把空池注满，就是说乙管1小时的注水量与丙管1小时的排水量之差是$\frac{1}{15}$。因此，甲、乙、丙三管同时打开1小时，注水量是$(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{30})$。

$$1\div(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{30})$$

$$=1\div\frac{1}{5}$$

=5（小时）

即同时打开甲、乙、丙三管，5 小时可把空池注满。

说明：这是一道“工程问题”，工作总量除以工效之和等于完成的时间。根据已知$\frac{1}{10}$＋$\frac{1}{15}$是甲、乙工效之和再减去2个丙的工效，因此甲、乙、丙工效之和应该是$\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{30}$。

73．往返行驶

一辆汽车在甲、乙两站之间行驶，往返一次共用去 4 小时（停车时间不计）。已知汽车去时每小时行驶 45 千米，返回时每小时行驶 30 千米，问甲、乙两站相距多少千米？

分析与解　由于往返的路程是一样的，所以在路程一定的条件下，汽车往返的速度比与汽车往返的时间成反比。汽车的速度比是 45∶30，汽车往返时间比是 30∶45，即 2∶3。已知往返一次共用 4 小时，那么这辆汽车

去时所用的时间是$4\times\frac{2}{2+3}=1\frac{3}{5}$（小时）。由此可求出甲、乙两站的距离

。

$4\times\frac{2}{2+3}=1\frac{3}{5}$（小时）

$45\times1\frac{3}{5}=72$（千米）

即甲、乙两站相距 72 千米。

74．分树苗

学校把 414 棵树苗按各班人数分给六年级三个班。一班和二班分得树苗的棵数比是 2∶3，二班和三班分得树苗的棵数比是 5∶7，求每个班各分得树苗多少棵？

分析与解 已知一班和二班分得树苗的棵数比是 2∶3，二班和三班分得树苗的棵数比是 5∶7，那么三个班分得树苗棵数的连比是 10∶15∶21。进而求出三个班各分得树苗的棵数。

一班分得树苗：$414\times\frac{10}{10+15+21}=90$（棵）

二班分得树苗：$414\times\frac{15}{10+15+21}=135$（棵）

三班分得树苗：$414\times\frac{21}{10+15+21}=189$（棵）

即一班分得树苗 90 棵，二班分得树苗 135 棵，三班分得树苗 189 棵。

75．生产巧安排

甲厂和乙厂是相邻的两个服装厂，并且都生产同规格的成衣，而且甲、乙两厂的人员和设备都能全力进行上衣和裤子的生产。但是两厂的特长不同，

甲厂每月用$\frac{3}{5}$的时间生产上衣，用$\frac{2}{5}$的时间生产裤子，这样每月可生产900套成衣；乙厂每月用$\frac{4}{7}$的时间生产上衣，用$\frac{3}{7}$的时间生产裤子，这样每月可以生产 1200 套成衣。现在两厂联合，尽量各自发挥特长，那么怎样进行合理安排，在原有的条件下增加产量？每月能增产成衣多少套？

分析与解 要合理安排生产，关键在于根据各厂每月生产上衣和裤子所需时间的比例关系来确定各厂的具体分工。

甲厂用于生产上衣和裤子的时间之比为$\frac{3}{5}:\frac{2}{5}$，即$\frac{21}{35}:\frac{14}{35}$；乙厂用于生产上衣和裤子的时间之比为$\frac{4}{7}:\frac{3}{7}$，即$\frac{20}{35}:\frac{15}{35}$。

比较两厂生产上衣、裤子所用的时间多少，不难看出，甲厂比乙厂善于生产裤子，而乙厂生产上衣的能力更强些。

现在让乙厂全力生产上衣。由于乙厂用$\frac{4}{7}$个月的时间可生产上衣1200件，那么它一个月可生产上衣$1200\div\frac{4}{7}=2100$（件）。这些上衣由甲厂生产裤子来使它们配套。

甲厂生产900条裤子要用$\frac{2}{5}$个月的时间，那么生产2100条裤子要用

$$2100\div\left(900\div\frac{2}{5}\right)=\frac{14}{15}\text{（月）}$$

也就是说，甲厂用$\frac{14}{15}$个月的时间生产的2100条裤子与乙厂生产的2100件上衣配套，这个数目正好是甲、乙两厂从前每月生产 900 套成衣与生产 1200 套成衣之和。因此，甲厂利用剩余的$\frac{1}{15}$个月的时间生产的成衣数就是两厂联合后增产的成衣数。

甲厂每月生产900套成衣，$\frac{1}{15}$个月可生产：

$$900\times\frac{1}{15}=60\text{（套）}$$

因此，乙厂全力生产上衣，并由甲厂生产裤子与之配套，甲厂再利用剩余时间生产成衣，即在原有的条件下增加的产量，这样每月能增产成衣 60 套。

76．谁先掉进陷阱？

狐狸和黄鼠狼进行跳跃比赛。狐狸每次跳 4．5 米，黄鼠狼每次跳 2.75 米。它们每秒钟都只跳一次。比赛途中，从起点开始，每隔$12\frac{3}{8}$米设有一个陷阱。它们同时起跳，当它们之中有一个掉进陷阱时，另一个跳了多少米？

分析与解

当狐狸掉进陷阱时，它跳过的路程最短应是4．5米和$12\frac{3}{8}$米的最小公倍数：$\frac{99}{2}$米。

当黄鼠狼掉进陷阱时，它跳过的路程最短应是2.75米和$12\frac{3}{8}$米的最小公倍数：$\frac{99}{4}$米。

因为$\frac{99}{4}<\frac{99}{2}$，所以黄鼠狼先掉进陷阱。这时黄鼠狼共跳了

$$\frac{99}{4}\div 2．75=9\text{（次）}，$$

这时狐狸也跳了 9 次，进而可以求出狐狸跳的路程。

$$\frac{99}{4}\div 2.75=9\text{（次）}$$

4．5×9=40．5（米）即黄鼠狼先掉入陷阱，这时狐狸跳了 40．5 米。

77．何时再相逢？

甲、乙、丙三辆公共汽车分别往返于 A、B，A、C，A、D 之间。A、B 间的路程是 4 千米，A、C 间的路程是 6 千米，A、D 间的路程是 8 千米。甲车每小时行 40 千米，乙车每小时行 50 千米，丙车每小时行 60 千米。现在三辆车同时从 A 站出发往返而行，（途中停车时间不计）那么经过多少小时后三辆车又在 A 站相遇？

分析与解 甲车在 A、B 之间往返一次要用

$4\times2\div40=\frac{1}{5}$（小时）

乙车在 A、C 间往返一次要用

$6\times2\div50=\frac{6}{25}$（小时）

丙车在 A、D间往返一次要用$8\times2\div60=\frac{4}{15}$（小时）

$\frac{1}{5}$、$\frac{6}{25}$和$\frac{4}{15}$这三个分数的分母的最小公倍数为75，于是得出$\frac{1}{5}=\frac{15}{75}$，$\frac{6}{25}=\frac{18}{75}$，$\frac{4}{15}=\frac{20}{75}$。

$\frac{15}{75}$、$\frac{18}{75}$和$\frac{20}{75}$的分子的最小公倍数是180。

因此，$180\div75=2\frac{2}{5}$（小时），即$2\frac{2}{5}$小时后三辆车又在A站相遇。

$4\times2\div40=\frac{1}{5}$（小时）

$6\times2\div50=\frac{6}{25}$（小时）

$8\times2\div60=\frac{4}{15}$（小时）

[5，25，15]=75

[15，18，4] =180

$180\div75=2\frac{2}{5}$（小时）

即$2\frac{2}{5}$小时后三辆车又在A站相遇。

78．奇特的长跑训练

小明在 400 米长的环形跑道上练习长跑。上午 8 点 20 分开始，小明按逆时针方向出发，1 分钟后，小明掉头按顺时针方向跑，又过了 2 分钟，小明又掉头按逆时针方向跑。如此，按 1、2、3、4、……分钟掉头往回跑。当小明按逆时针方向跑到起点，又恰好该往回跑时，他的练习正好停止。如果小明每分钟跑 120 米，那么他停止练习时是几点几分？他一共跑了多少米？

分析与解 根据题意，小明在跑 1、3、5、……分钟时，每次按逆时针方向，比前一次增加 120 米。他停止练习时，那次是按逆时针方向跑，并离开

起点的距离应是 120 和 400 的最小公倍数 1200 米。于是得出他沿逆时针方向跑了 1200÷120=10（次）。他停止练习前那次跑了 10×2-1=19（分钟），他一共跑了 1＋2＋3＋……＋19=190（分钟），即 3 小时 10 分，由此可求出停止练习时的时刻（11 时 30 分）和停止练习时他一共跑了的路程。

[120，400]=1200

1200÷120=10（次）

1+2+3+……+19=190（分钟）

120×190=22800（米）

即小明停止练习时是 11 时 30 分，他一共跑了 22800 米。

79．试着使用代数法

我们快要上中学了，在数学学习上，要完成从算术到代数的过渡。下面这道题希望你试着用代数法解答。

为了庆祝“六一”儿童节，班里决定做一幅贴纸画送给低年级同学。中队长小明拿 1 元钱买了彩色纸 100 张。其中，绿色纸 3 分 1 张，红色纸 4 分 1 张，白色纸 1 分 7 张。你知道小明买了 3 种颜色的纸各多少张吗？

分析与解 这道题要求的未知量有 3 个，而已知条件又很少，用小学学过的应用题解法去解答是很困难的，因此，我们不妨试着用代数法来解答这道题。

设小明买了 x 张绿纸，y 张红纸，买的白纸是（100-x- y）张。

根据题中的等量关系，列方程

$$3x+4y+\frac{1}{7}(100-x-y)=100$$

化简得 21x+28y+100-x-y=700

$$x=30-\frac{27}{30}$$

化简后的方程含有两个未知数，只要给出 x 一个定值，y 就必有一个定值与它相对应。我们应根据分析、推理来确定 x、y 的值。

根据题意，小明买的各色纸的张数都是整数。x是整数，那么$\frac{27}{20}$y也必定是整数。由此可知，y 必定是 20 的倍数。

当 y=20 时，得出 x=3，白纸有 100-20-3=77（张）；当 y=40 或 y 大于 40 时，x 是负数，不符合实际情况。因此，小明买了 3 张绿纸，20 张红纸，77 张白纸。

80．发奖品

学校举办了数学竞赛。老师准备了 35 支铅笔作为奖品，发给一、二、三等奖获得者。原计划发给一等奖获得者每人 6 支，发给二等奖获得者每人 3 支，发给三等奖获得者每人 2 支，正好发完。后来改为发给一等奖获得者每人 13 支，发给二等奖获得者每人 4 支，发给三等奖获得者每人 1 支，也正好发完。那么获得二等奖的有多少人？

分析与解 本题有三个未知数，可分别设获一等奖的有 x 人，获二等奖

的有 y 人，获三等奖的有 z 人。根据题意，可列出方程组

$$\begin{cases}6x+3y+2z=35 \quad (1) \\ 13x+4y+z=35 \quad (2)\end{cases}$$

（2）×2-（1），得

$20x+5y=35$

$4x+y=7$

$y=7-4x$（3）

因为 x 与 y 均为自然数，所以 $0<x<2$，故 x 只能取自然数 1，即 x=1。

把 x=1 代入（3），得

$y=7-4\times1=3$

即获二等奖的有 3 人。

81．姐姐、弟弟各几岁？

李老师问明明的姐姐今年几岁了。明明的姐姐说：“4 年前，我的年龄正好是弟弟年龄的 3 倍。”李老师又问明明：“你姐姐今年几岁？”明明说：“姐姐今年的年龄是我今年年龄的 2 倍。”请问今年姐姐、弟弟各几岁？

分析与解 设弟弟今年 x 岁，姐姐今年 2x 岁。根据题意得，

$3(x-4)=2x-4$

$3x-12=2x-4$

$x=8$

$2x=2\times8=16$

即姐姐今年 16 岁，弟弟今年 8 岁。

82．兄弟俩的年龄

今年兄弟俩的年龄加起来是 55 岁，曾经有一年，哥哥的岁数是弟弟今年的岁数，那时哥哥的年龄恰好是弟弟年龄的两倍。问哥哥和弟弟今年年龄各是多少岁？

分析与解 设哥哥今年 x 岁，则弟弟是（55-x）岁。过去某年哥哥岁数是 55-x 岁，那是在 x-（55-x）即 2x-55 年前；当时弟弟的年龄是（55-x）-（2x-55）即 110-3x。列方程为

$55-x=2(110-3x)$

解得 x=33

$55-33=22$

即哥哥今年 33 岁，弟弟今年 22 岁。

83．幼儿园的午餐

某幼儿园现有大人和幼儿共 100 人，今天午餐刚好吃了 100 个面包，其中一个大人一餐吃四个面包，四个幼儿一餐只吃一个面包。问这 100 个人中，大人和幼儿各有多少人？

分析与解

四个幼儿吃一个面包，则一个幼儿吃$\frac{1}{4}$个面包。

设有 x 个幼儿，则有 100-x 个大人。列方程

$$\frac{1}{4}x + 4（100 - x） = 100$$

解得 x=80

100-80=20

即大人有 20 人，幼儿有 80 人。

84．生产课桌椅

新星木器厂安排 56 名工人生产学生用的课桌椅。每个工人平均每天能生产课桌 6 张或椅子 8 把，问应分配多少人生产课桌，多少人生产椅子，才能使每天生产出的课桌和椅子刚好配套？

分析与解　如果分别用 x、y 表示生产课桌和生产椅子的人数，那么可列方程组

$$\begin{cases} x+y = 56（1） \\ 6x = 8y（2） \end{cases}$$

由（2）得$x = \frac{4}{3}y$　（3）

把（3）代入（1），得

$$\frac{4}{3}y+y = 56$$

$$y=24$$

把 y=24 代入（3），得 x=32

∴x=32

y=24

$$\therefore \begin{cases} x = 32 \\ y = 24 \end{cases}$$

即应分配 32 人生产课桌，24 人生产椅子。

85．为新生做花

为了欢迎一年级新生入学，六（1）班同学承担了做花的任务。如果每人平均做 5 朵，则缺少 20 朵，不能完成任务；如果每人平均做 6 朵，则又超过任务 24 朵。问参加做花的同学有多少人？做花的任务是多少朵？

分析与解　设参加做花的同学有 x 人，做花的任务是 y 朵。根据题意可得

$$\begin{cases} 5x = y - 20 \\ 6x = y+24 \end{cases}$$

解得$\begin{cases} x = 44 \\ y = 240 \end{cases}$

即参加做花的同学是 44 人，做花的任务是 240 朵。

86．五个少年

五个少年，依次相差一岁，在 1994 年共同发奋学习，到公元 2018 年时，他们都在科学上做出了很大贡献。那时他们的年龄也增长了，他们五人在公元 2018 年的年龄之和正好是 1994 年的年龄之和的 3 倍。问在 1994 年时他们的年龄各是多少？

分析与解 设年龄为中间数的一个少年在 1994 年是 x 岁，则其余四人的年龄分别为 x-2 岁、x-1 岁、x＋1 岁、x＋2 岁。

在 1994 年五人年龄之和为

$$(x-2)+(x-1)+x+(x+1)+(x+2)=5x$$

2018 年五人年龄之和为

$$5x+24\times5=5(x+24)$$

因为这五个少年 2018 年的年龄之和是 1994 年年龄之和的 3 倍，所以

$$5(x+24)=3\times5x$$

解得 $x=12$

因此，这五个少年的年龄分别为 10 岁、11 岁、12 岁、13 岁和 14 岁。

87．学雷锋

小丽和小刚两个小朋友向雷锋叔叔学习，准备把零用钱攒起来，以后寄给希望工程，帮助贫困地区的小朋友上学。小丽现有 5 元钱，她计划每年节约 11 元；小刚现有 3 元，他打算每年节约 12 元。问他们俩几年后钱数能一样多吗？如果他们俩准备一共凑足 100 元，问需要几年？

分析与解 设 x 年后，他们攒的钱数一样多，则有

$$5+11x=3+12x$$

解得 $x=2$

设要凑足 100 元，需要 y 年，则有

$$(5+11y)+(3+12y)=100$$

解得 $y=4$

即 2 年后他们俩的钱数一样多，他们俩一共凑足 100 元，需要 4 年。

88．白鹅和山羊

小勇跟爷爷去赶集，看见集市的一角有 44 只白鹅和山羊，它们共有 100 条腿。请问白鹅和山羊各有几只？

分析与解 设白鹅为 x 只，山羊则为（44-x）只。依题意可列方程

$$2x+4(44-x)=100$$

解得 $x=38$

即有白鹅 38 只，山羊 44-38=6（只）。

89．两盘苹果

有大小两盘苹果。如果从大盘中拿出一个苹果放在小盘里，两盘苹果就一样多；如果从小盘中拿出一个苹果放在大盘里，大盘苹果就是小盘的 3 倍。问大小两盘苹果各有几个？

分析与解 设大盘原来有 x 个苹果，小盘原来有 y 个苹果。依题意得

$$\begin{cases} x-1=y+1 \\ x+1=3(y-1) \end{cases}$$

解得$\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$

即大盘原来有 5 个苹果，小盘原来有 3 个苹果。

90．师徒加工零件

师徒两人加工一批零件，徒弟先加工 240 个，然后师傅和徒弟共同加工。完成任务时，师傅加工的零件比这批零件的$\frac{3}{8}$少40个。已知师徒工作效率的比是 5：3，问这批零件有多少个？

分析与解 设这批零件有 x 个。

$$\frac{5}{8}(x-240)=\frac{3}{8}x-40$$

$$\frac{5}{8}x-150=\frac{3}{8}x-40$$

$$(\frac{5}{8}-\frac{3}{8})x=150-40$$

$$x=440$$

即这批零件有 440 个。

91．王医生出诊

王医生为一位山里人出诊，他下午 1 时离开诊所，先走了一段平路，然后爬上了半山腰，给那里的一位病人看病。半小时后，王医生沿原路下山回诊所，下午 3 时半回到诊所。已知他在平路步行的平均速度是每小时 4 千米，上山每小时 3 千米，下山每小时 6 千米。请问王医生出诊共走了多少路？

分析与解 设平路有 x 千米，山路有 y 千米，依题意得

$$\frac{2x}{4}+\frac{2y}{3}+\frac{y}{6}=3.5-0.5-1$$

$$\frac{6x+4y+2y}{12}=2$$

解得 x＋y=4

4×2=8（千米）

即王医生出诊共走了 8 千米。

92．规定时间

一个通讯员骑自行车需要在规定时间内把信件送到某地，每小时走 15 千米可以早到 24 分钟，每小时走 12 千米就要迟到 15 分钟。问原规定时间是多少？他去某地的路程有多远？

分析与解 设原规定时间为 x 分钟。可列出以下两种走法：

	速度	时间	路程
（1）	每分钟走 0.25 千米	（x-24）分钟	0.25（x-24）千米
（2）	每分钟走 0.2 千米	（x＋15）分钟	0.2（x＋15）千米

由于两种走法的路程相同，可列方程：

0.25（x-24）=0.2（x＋15）

解得 x=180

0.2（x＋15）=0.2×（180＋15）=39

因此，原规定时间为 180 分钟，即 3 小时，到某地路程为 39 千米。

93．至少有几个人做的数学题一样多？

9 月 1 日开学那天，数学课代表向李老师汇报说：“我们六年级 100 个同学，在暑假里一共做了 1600 道数学题。”李老师听了非常高兴，立刻表扬了他们。接着李老师问课代表：“你知道这 100 个同学中，至少有几个人做的数学题一样多吗？”课代表答不出来。同学们，你能帮助课代表解答这个问题吗？

分析与解 把六年级的 100 人，按 3 人一组来分，可以分成 33 组还剩下 1 人。假设第一组 3 个人都没做题，也就是每个人都做了 0 道题；第二组每人都做 1 道题；第三组每人都做 2 道题；……这样第 33 组每人都做 32 道题。剩下的 1 个人要是和前面的 99 人做的题数不一样,那么至少也要做 33 道题。这样 100 人共做了：

3×（0+1+2+3+……+31+32）+33=1617（题）

超过了 1600 题。要不超过 1600 题，必须有 1 个同学或更多的同学少做题，合起来一共要少做 17 道题。其实只要有 1 个同学少做题，那么这个同学就可以归到做题少的那组去。这样一来，那个组就会有 4 个人做的题数一样多。这就是说，这 100 个同学中，至少有 4 个人做的数学题一样多。

94．六（1）班有多少人？

六（1）班在期末考试中，数学得 100 分的有 10 人，英语得 100 分的有 12 人，这两门功课都得 100 分的有 3 人，两门功课都未得 100 分的有 26 个。那么六（1）班有学生多少人？

分析与解 由于数学得 100 分的有 10 人，英语得 100 分的有 12 人，那么数学与英语两门功课中至少有一门得 100 分的人数应是 10+12-3=19（人），这是因为在 10+12=22（人）中，有 3 人是两门都得 100 分的，我们重复算了，应从 22 人中减去 3 人。

所以，六（1）班的人数是数学与英语两门功课中至少有一门得 100 分的人数与两门都没得 100 分的人数之和：19+26=45（人）。

95．至少有几个学生四项活动都会？

六（2）班有学生 50 人，其中 35 人会游泳，38 人会骑车，40 人会溜冰，46 人会打乒乓球。那么这班至少有多少个学生，以上四项活动都会？

分析与解 这个班不会游泳的有 50-35=15（人）;不会骑车的有 50-38=12（人）；不会溜冰的有 50-40=10（人）；不会打乒乓球的有 50-46=4（人）。所以有一个项目不会的人最多是 15＋12＋10＋4=41（人），因此四项运动都会的至少有 50-41=9（人）。

96．五种颜色的铅笔

有红、黄、蓝、绿、白五种颜色的铅笔，每两种颜色的铅笔为一组，最多可以搭配成不重复的几组？

分析与解 根据题意，红色铅笔分别与黄、蓝、绿、白四种颜色的铅笔搭配，有不重复的 4 组；黄色铅笔分别与蓝、绿、白三种颜色的铅笔搭配，有不重复的 3 组；蓝色铅笔分别与绿、白二种颜色的铅笔搭配，有不重复的 2 组；绿色铅笔与白色铅笔搭配，有不重复的 1 组。所以最多可以搭配成不重复的 4＋3＋2＋1=10 组。

97．最少有几个座位？

有一条公共汽车的行车路线，除去起始站和终点站外，中途有 9 个车站。一辆公共汽车从起始站开始上乘客，除终点站外，每一站上车的乘客中，都恰好各有一位乘客从这一站到以后的每一站。为了使每位乘客都有座位，这辆公共汽车至少要有多少个座位？

分析与解中途有 9 个车站，加上终点站共 10 个车站。根据题意，在起始站上车的有 10 个人，在这 10 人中以后每站都有 1 人下车；在第二站上车的 9 人，在这 9 人中，以后每站下去 1 人。在起始站上车的有 1 人在第二站下车，于是在第二站至第三站之间汽车上实有 10＋9-1=18（人）。这样推算下去，列表如下：

<table>
<tr><td>站号</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr>
<tr><td>上车人数</td><td>10</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>下车人数</td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr>
<tr><td>车上实有人数</td><td>10</td><td>18</td><td>24</td><td>28</td><td>30</td><td>30</td><td colspan="5">下车的人比上车的人多，车上人数减少</td></tr>
</table>

98．将军饮马

古希腊一位将军要从 A 地出发到河边（如下图 MN）去饮马，然后再回到驻地 B。问怎样选择饮马地点，才能使路程最短？

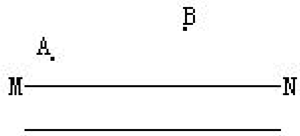


图 35

分析与解　这是著名的“将军饮马问题”。在河边饮马的地点有许多处，把这些地点与 A、B 连接起来的两条线段的长度之和，就是从 A 地到饮马地点，再回到 B 地的路程之和。现在的问题是怎样找出使两条线段长度之和为最短的那个点来。

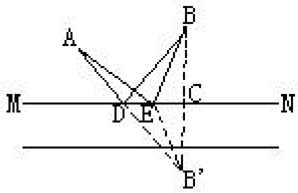


图 36

在图上过 B 点作河边 MN 的垂线，垂足为 C，延长 BC 到 B′，B′是 B 地对于河边 MN 的对称点；连结 AB′，交河边 MN 于 D，那么 D 点就是题目所求的饮马地点。

为什么饮马的地点选择在 D 点能使路程最短呢？因为 BD=B′D,AD 与 BD 的长度之和就是 AD 与 DB′的长度之和，即是 AB′的长度；而选择河边的任何其他点，如 E，路程 AE+EB=AE+EB′，由于 A 和 B′两点的连线中，线段 AB′是最短的，所以选择 D 点时路程要短于选择 E 点时的路程。

99．牛顿与方程

阿基米德、牛顿和高斯被誉为历史上最伟大的三位数学家。牛顿是 17 世纪英国著名科学家，他非常喜欢用方程解题，并常常出一些方程问题。下面的一道题就是选自牛顿的名著《一般算术》。为了便于理解，我们把长度单位改为现行的通用单位。

“邮递员 A 和 B 相距 59 千米，相向而行。A 两小时走了 7 千米，B 三小时走了 8 千米，而 B 比 A 晚出发一小时。求 A 在遇到 B 时走了多少千米？”

分析与解

设A在遇到B时走了$x+\frac{7}{2}$千米，其中$\frac{7}{2}$是A比B早出发1小时所走的路程。

此时，B走了$59-(x+\frac{7}{2})=55\frac{1}{2}-x$千米。

两人相向而行，相遇时所用的时间一样，可列出方程：

$$x\div\frac{7}{2}=(55\frac{1}{2}-x)\div\frac{8}{3}$$

整理，得

$$\frac{37}{56}x=\frac{333}{16}$$

$$x= 31.5$$

$$x+\frac{7}{2}=35$$

即 A 在遇到 B 时走了 35 千米。

100．有名的牛吃草的问题

牛顿的名著《一般算术》中，还编有一道很有名的题目，即牛在牧场上吃草的题目，以后人们就把这种应用题叫做牛顿问题。

“有一片牧场的草，如果放牧 27 头牛，则 6 个星期可以把草吃光；如果放牧 23 头牛，则 9 个星期可以把草吃光；如果放牧 21 头牛，问几个星期可以把草吃光？”

解答这道题时，我们假定牧草上的草各处都一样密，草长得一样快，并且每头牛每星期的吃草量也相同。

你会解这道题吗？

分析与解　在牧场上放牛，牛不仅要吃掉牧场上原有的草，还要吃掉牧场上新长出的草。因此解答这道题的关键是要知道牧场上原有的牧草量和每星期草的生长量。

设每头牛每星期的吃草量为 1。

27 头牛 6 个星期的吃草量为 27×6=162，这既包括牧场上原有的草，也包括 6 个星期长的草。

23 头牛 9 个星期的吃草量为 23×9= 207，这既包括牧场上原有的草，也包括 9 个星期长的草。

因为牧场上原有的草量一定，所以上面两式的差 207-162=45 正好是 9 个星期生长的草量与 6 个星期生长的草量的差。由此可以求出每星期草的生长量是 45÷（9-6）=15。

牧场上原有的草量是 162-15×6=72，或 207-15×9= 72。

前面已假定每头牛每星期的吃草量为 1，而每星期新长的草量为 15，因此新长出的草可供 15 头牛吃。今要放牧 21 头牛，还余下 21-5=6 头牛要吃牧场上原有的草，这牧场上原有的草量够 6 头牛吃几个星期，就是 21 头牛吃完牧场上草的时间。72÷6=12（星期）。

也就是说，放牧 21 头牛，12 个星期可以把牧场上的草吃光。

三、百练

练习题

1．计算：

（1）$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}$

（2）$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{21}+\frac{1}{28}+\frac{1}{36}+\frac{1}{45}+\frac{1}{55}$

2．计算：

（1）$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{2}{15}+\frac{2}{21}+\frac{1}{14}+\frac{1}{18}$

（2）$\frac{1}{1\times2\times3\times4}+\frac{1}{2\times3\times4\times5}+\Lambda\ \Lambda+\frac{1}{7\times8\times9\times10}$

3．原计划 10 天完成组装一批录音机的任务，由于工人们的努力，每天比原计划多组装 7 台，实际只用了原计划天数的 $\frac{4}{5}$ 就完成了任务。这批录音机有多少台？

4．一瓶油，第一次用去 1.6 千克，第二次用去余下的 $\frac{3}{4}$，瓶内还有油 2.1 千克。这瓶油原来重多少千克？

5．某车间原计划 6 月份加工零件 3000 个，结果前 10 天就完成了全月计划的 40%多 50 个。照这样计算，这个月（按 30 天计算）加工的零件数将超过原计划的百分之几？

6．小明训练 800 米赛跑，如果速度提高 5%，那么时间缩短百分之几？

7．有一堆糖果，其中奶糖占 $\frac{9}{20}$，再放入 32 块水果糖后，奶糖就只占 $\frac{1}{4}$。这堆糖果中有奶糖多少块？

8．把一个正方形的一边增加 25%，另一边减少 1．6 米，就得到一个长方形，它与原来正方形的面积相等。问正方形的面积是多少？

9．第一车间原有工人 120 名，调出 $\frac{1}{8}$ 给第二车间后，第一车间的人数比第二车间人数的 $\frac{6}{7}$ 还多 9 名。第二车间原有工人多少名？

10．姐妹俩养兔 100 只，姐姐养兔只数的 $\frac{1}{3}$ 比妹妹养兔只数的 $\frac{1}{10}$ 多 16 只。姐姐、妹妹各养兔多少只？

11．育红幼儿园买来两筐苹果共 220 千克，取出甲筐的 $\frac{1}{4}$ 和乙筐的 $\frac{1}{5}$ 共 50 千克分给小朋友。问甲、乙两筐原有苹果各多少千克？

12．一件工程，甲队单独做，15 天完成；乙队单独做，45 天完成。现在两队合做，其间甲队休息了 5 天，乙队休息了 8 天（不存在两队同一天休息）。问从开始到完工共用多少天？

13．一个水池装有甲、乙两根水管。单独开甲管，经过$1\frac{1}{2}$小时可以把空池注满水；单独开乙管，经过 1 小时可以把满池水放完。如果同时打开甲、乙两管，那么几小时可以把满池水放完？

14．一件工程，甲、乙两队合做，36 天完成；乙、丙两队合做，45 天完成；甲、丙两队合做，60 天完成。问甲队独做，需要多少天完成？

15．修路队计划 30 天修完一条公路，先由 18 人修 12 天，完成了工程的$\frac{1}{3}$。如果要提前6天完工，那么还要再增加多少人？

16．甲汽车由 A 地到 B 地需要 8 小时，乙汽车由 B 地到 A 地需要 6 小时。两车同时从两地相对开出，相遇时甲汽车距离 B 地还有 160 千米，A、B 两地相距多少千米？

17．制作一批零件，甲车间要 10 天完成。如果甲车间与乙车间一起做，只要 6 天就能完成；乙车间与丙车间一起做，需要 8 天才能完成。现在三个车间一起做，完成任务后发现甲车间比乙车间多制作零件 2400 个，问丙车间制作了零件多少个？

18．学校买来一批树苗，按 2∶3∶4 分配给四、五、六年级种植。已知四年级比六年级少分配 16 棵，问三个年级各种树苗多少棵？

19．甲、乙两个长方形，它们的周长相等。甲的长与宽之比是 3∶2，乙的长与宽之比是 7∶5，求甲与乙的面积之比。

20．有甲、乙两辆汽车，在 A、B 两城之间往返行驶。甲车去时速度为 60 千米／小时，回来时速度为 40 千米／小时；乙车往返的速度都是 50 千米／小时。求甲、乙两车往返一次所需时间的比。

21．一个分数的分子与分母之和是 100。如果分子加上 23，分母加上 32，所得新的分数约分后是$\frac{2}{3}$，原来的分数是多少？

22．某商店 1994 年第一季度共售出电视机 570 台，其中 1 月份与 2 月份销售量之比为 3∶4；1 月份与 3 月份销售量之比为 6∶5。这个商店每个月各售出电视机多少台？

23．兴华小学男、女生人数之比是 16∶13，后来有几名女生转入学校，这时全校有学生 880 人；男、女生人数之比变为 6∶5。问转入的女生有多少人？

24．小刚以每分钟 50 米的速度离家上学，走了 2 分钟后，他发现这样走下去就要迟到 8 分钟；于是改为每分钟 60 米的速度前进，结果提早 5 分钟到校。问小刚家到学校的路程是多少？

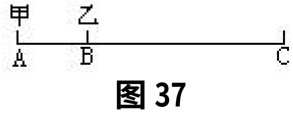


图 37

25．A 、C 两站相距 10 千米，A、B 两站相距 2 千米（如右图）。甲车从 A 站，乙车从 B 站同时向 C 站开去。当甲车到达 C 站时，乙车距 C 站还有 0.5 千米。甲车是在离 C 站多远的地方追上乙车的？

26．鸡兔同笼，共 100 个头，272 条腿。问鸡、兔各有多少只？

27．有大、小两盘苹果，如果从大盘中拿出 2 个苹果放在小盘里，那么两盘苹果就一样多；如果从小盘中拿出 1 个苹果放在大盘里，那么大盘苹果

就是小盘苹果的 2 倍。问大、小两盘苹果原来各有多少个？

28．5 顶帽子与 3 双鞋的价钱相等，已知每双鞋比每顶帽子贵 4.4 元，问 1 顶帽子、1 双鞋的价钱各是多少元？

29．有一块菜地和一块麦地。菜地的一半和麦地的三分之一加在一起是 13 公顷；麦地的一半和菜地的三分之一加在一起是 12 公顷。那么菜地、麦地各有几公顷？

30．京华小学买来两筐桔子共110千克，取出甲筐的$\frac{1}{4}$和乙筐的$\frac{1}{5}$共 25 千克送给幼儿园的小朋友。问甲、乙两筐原来各有桔子多少千克？

31．有大、小两个两位数，在大数的右边写上一个 0 之后再写上小数，得到一个五位数；又在小数的右边写上一个大数，然后再写上一个 0，也得到一个五位数。第一个五位数除以第二个五位数得到的商是 2，余数是 590；又知大数的 2 倍与小数的 3 倍的和是 72。问这两个两位数各是多少？

32．有一辆汽车，从甲地开往乙地。如果每小时比原定速度快 6 千米，那么就可以早 6 分钟到达；如果每小时比原定速度慢 5 千米，那么就要迟到 6 分钟。问甲、乙两地间的路程是多少千米？

33．小红到文具店买铅笔和练习本，共花了 1 元零 7 分钱。每支铅笔 1 角 1 分钱，每个练习本 1 角 3 分钱。问小红买了几支铅笔和几个练习本？

34．一个缝纫小组一天能做 6 件上衣或者 9 条裤子。现有一批订货，需要上衣和裤子各若干件，结果他们一天就完成了任务。问订货中上衣和裤子各多少件？

35．某施工队要安装一条长 41 米的管道。现有 3 米和 5 米长的钢管各 10 根，施工中需要多少根 3 米和 5 米的钢管？如果想尽可能地使用 5 米长的钢管，问该用多少根钢管？

36．有三种物品，每件的价格分别是 2 元、4 元和 6 元。现在用 60 元买这三种物品，共买 16 件，而钱恰好用完。问价格为 6 元的物品最多买几件？价格为 2 元的物品最少买几件？

37．一列数 1、 2、 4、 7、 11、 16、 22、 29、……，这列数左起第 1994 个数除以 5 的余数是几？

38．有一列加法算式，4+2、5+8、6+14、7+20、……，这些算式的第一个加数是按规律排列的，第二个加数也是按规律排列的，问第 99 个算式是几加几？

39．有一列分数，$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{2}$、$\frac{5}{9}$、$\frac{7}{12}$、$\frac{3}{5}$、$\frac{11}{18}$，问从左至右第100个分数是几分之几？

40．把自然数中的偶数依次排成 5 列（如下所示），那么 1996 出现在左起第几列？

	2	4	6	8
16	14	12	10	
	18	20	22	24
32	30	28	26	
	34	36	38	40
48	46	44	42	

………………

41．下表是一个数字方阵，求所有数的和。

1	2	3	……	98	99	100
2	3	4	……	99	100	101
3	4	5	……	100	101	102
……						
100	101	102	……	197	198	199

42．将所有自然数作如下排列。问 15120 这个数应在第几行第几个位置上？

1

2　3　4

5　6　7　8　9

10　11　12　13　14　15　16

………………………………

43．有一串数1；$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{2}$，$\frac{1}{2}$；$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{3}$；$\frac{1}{4}$，$\frac{2}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{4}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{2}{4}$，$\frac{1}{4}$，……，**问**

（1）$\frac{3}{10}$**是第几个分数？**

（2）第 385 个分数是几分之几？

44．从 1 到 100 的自然数中，每次取两个数，并使它们的和大于 100，共有多少种不同的取法？

45．有一段楼梯，它有 10 级台阶，规定每一步只能跨一级或两级，问要登上第 10 级台阶，共有多少种不同的走法？

46．下图中的大正方形 ABCD 的面积是 64 平方厘米，其他点都是它们所在边的中点。问阴影三角形的面积是多少？

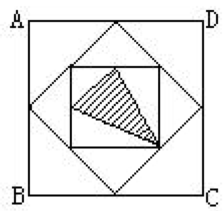


图 38

47．下图中的长方形 ABCD 周长为 14 厘米，在它的每条边上各画一个以该边为边长的正方形。已知这四个正方形的面积的和是 50 平方厘米，求长方形 ABCD 的面积。

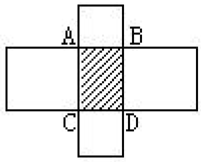


图 39

48．如右图，大圆的周长是小圆周长的$1\frac{1}{9}$倍。如果阴影部分的面积是 285 平方厘米，那么小圆的面积是多少平方厘米？

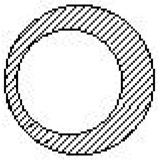


图 40

49．如下图，三角形 ABC 是腰长为 3 厘米的等腰直角三角形。阴影部分是由以 A 为圆心、AB 长为半径的圆弧与等腰直角三角形 ABC 的边所围成的。求阴影部分的面积。

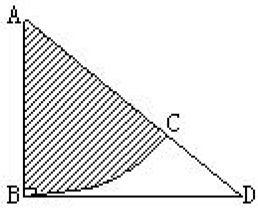


图 41

50．右图是两个同样大的圆，半径为 1 厘米，而且两个阴影部分的面积相等，那么，连接两个圆心的线段 O_1O_2 的长是多少厘米？（π取 3.14）

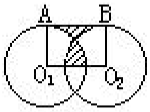


图 42

51．有一个圆柱形钢材。它的高是 1.2 米，它的侧面积是 7.536 平方米。问它的重量是多少吨？（每立方厘米钢重 7.8 克，得数保留整数吨）（π取 3.14）

52．有一块方木，横截面为正方形，每边长 40 厘米，相当于方木长度的$\frac{1}{10}$。

（1）若把它加工成最大的圆柱体，这个圆柱体的体积是多少立方分米？

（2）若把它加工成最大的圆锥体，去掉的木料的体积总和是多少立方分米？

（π取 3.14）

53．一个正方体纸盒中恰好能放入一个体积为 628 立方厘米的圆柱体。那么纸盒的容积有多大？（π取 3.14）

54．某班共有 56 名学生。其中参加语文竞赛的有 28 人，参加数学竞赛的有 27 人，两科竞赛都没参加的有 25 人。那么语文、数学两科竞赛都参加的有多少人？

55．某区 100 名外语教师中，懂英语的 75 人，懂日语的 45 人，其中有的教师既懂英语又懂日语，那么只懂英语的教师有多少人？

56．六（1）班 50 人参加测验，共有两道题。如果没做出第一题的有 10 人，没做出第二题的有 15 人，两道题都没做出的有 5 人。那么只做出一道题的有多少人？两道题都做出的有多少人？

57．育英小学举行学生画展。其中 17 幅不是五年级的，18 幅不是四年级的。现在知道四、五年级共展出 19 幅画，那么其他年级共展出多少幅画？

58．希望小学学生到“少儿活动中心”参加活动。其中划船的有 156 人，比乘电动火车的少 40 人，比参加电子游戏的多 26 人；既参加划船又参加电子游戏的有 47 人；既乘电动火车又划船的有 80 人，是既参加电子游戏又乘电动火车人数的 2 倍；三种活动都参加的有 30 人。已知每个学生至少参加一项活动，那么希望小学去“少儿活动中心”参加活动的学生共有多少人？

59．某旅游团有 42 人，每人至少都到过北京、上海、广州三个城市中的一个。其中只到过北京的有 9 人，只到过上海的有 8 人；到过广州的有 21 人，北京、广州都到过的有 8 人，三个城市都到过的有 3 人，而到过北京的人数与到过上海的人数一样多。那么只到过广州的有多少人？

60．将 1 千克茶叶按 10 克一包、25 克一包两种规格分装。共有多少种不同的分装方法？

61．有 1 克、2 克、4 克、8 克、16 克的砝码各 1 个。若只允许在天平的一侧放砝码，那么用天平能称出多少种不同重量的物体？

62．从 2、3、4、5、6、10、11、12 这八个数中，每次取出两个数，分别作为一个分数的分子和分母，一共可以组成多少个不等的真分数？

63．在 1 到 1994 这 1994 个自然数中，共出现了多少个数字 1？

64．将 1994 表示成三个自然数之和。若加数的顺序排列不同就看作不同的表示方法，那么共有多少种表示方法？

65．一次测验共有 10 道选择题。先给了 10 分基础分，规定：答对 1 题得 4 分，不答得 0 分，答错 1 题倒扣 1 分。那么这次测验共有多少种不同的得分情况？

66．将 70 表示为 11 个不同自然数之和，加数的不同排列顺序可看作是同一种表示方法，那么这样的表示方法共有多少种？

67．小马虎给五位朋友写信，由于粗心，在把信放入信封时都弄错了，结果五位朋友都没收到小马虎写给自己的信，而收到了他写给别人的信。那么一共有多少种装错信的方式？

68．有一批长度分别为 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 和 11 厘米的细木条，它们的数量都足够多，从中适当选取 3 根木条作为三条边，可围成一个三角形。如果规定底边是 11 厘米，你能围成多少个不同的三角形？

69．在今年入学的一年级新生中有 189 人是同一年出生的。那么这些新生中至少有多少人是同年同月出生的？

70．库房里有一批篮球、排球、足球和手球，每人任意搬运两个。那么在 41 名参加搬运的学生中，至少有多少人搬运的球完全相同？

71．有红、黄、蓝、白四种颜色的单色球各 10 个，混合后放到一条布袋

里。那么至少要摸出多少个球，才能保证摸出的球中四种颜色都有？

72．要把 151 个羽毛球分装在若干个羽毛球盒子中，每个盒子最多可以装 5 个羽毛球。那么至少有几个盒子里的羽毛球数目相同？

73．任意取多少个自然数，才能保证至少有两个数之差是 7 的倍数？

74．一个五位小数四舍五入到百分位，结果是 1.62，那么这个五位小数最大是多少？最小是多少？

75．100 以内的任意两个质数都能组成一个真分数，其中最小的真分数是谁？最大的真分数是谁？

76．在 1960×1969、1961×1968、 1962×1967、 1963×1966、1964×1965 中，乘积最大的是哪个算式？最小的是哪个算式？

77．用长 36 厘米的铁丝围成各种长方形（长和宽都是整厘米数，且长和宽不相等），那么围成的长方形中，面积最大的是多少平方厘米？最小的是多少平方厘米？

78．把 19 拆成几个自然数的和，要使这些自然数的乘积最大，这个乘积是多少？

79．有三个数字，能组成 6 个不相同的三位数，这 6 个三位数相加的和等于 3774，那么其中最小的一个数是多少？

80．123456789101112……484950 是一个位数很多的多位数，从中划去 80 个数字，使剩下的数字（先后顺序不变）组成一些新的多位数。若这些新多位数的位数相同，那么其中最大的多位数是多少？最小的多位数是多少？

81．用 0、1、2、……、9 这十个数字组成五个两位数（每个数字只用一次），要求它们的和是一个奇数，并且尽可能大，那么这些两位数的和是多少？

82．用 1 到 8 这八个数字，分别组成两个四位数。要使它们相乘后的积最大，试分别写出这两个四位数。

83．一个邮递员投递信件要走的街道如右图所示，图上的数字表示各条街道的千米数。他从邮局出发，走遍各街道，最后回到邮局，那么走完全程最少需要走多少千米？

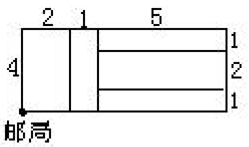


图 43

84．电视台要插放一部 40 集的电视连续剧，如果要求每天安排播出的集数互不相等，该电视剧最多可以播几天？

85．A、B、C、D、E 在一次满分为 100 分的考试中，得分都是大于 91 的整数，如果 A、B、C 的平均分为 95 分，B、C、D 的平均分数为 94 分，A 是第一名，E 是第三名得 96 分，那么 D 的得分是多少？

86．一个直角梯形的周长是 36 厘米，两底之和是两腰之和的 2.6 倍，其中一个腰长是 6 厘米，那么这个梯形的面积是多少平方厘米？

87．一个长方体，底面是正方形，它的表面积是 252 平方厘米。把它切成三个体积相等的小正方体，这三个小正方体的表面积之和是多少平方厘米？

88．计算：$\frac{1}{4\times1-1}+\frac{1}{4\times4-1}+\frac{1}{4\times9-1}+\Lambda\Lambda+\frac{1}{4\times100-1}$

89．有三个自然数 a、b、c，a 和 b 的最大公约数是 2，b 和 c 的最大公约数是 4，a 和 c 的最大公约数是 6，a、b、c 的最小公倍数是 84。这三个数的和最小是多少？

90．有一列数，第 1 个数是 1，第 2 个数是 1995，以后每个数都是前面两个数中大数减小数的差。那么这列数中的第 1995 个数是多少？

91．有一条长 180 厘米的绳子，从一端开始每 3 厘米作一记号，每 5 厘米也作一记号，然后将标有记号的地方剪断，绳子共被剪成多少段？

92．已知一个六位数□1993□能被 55 整除，求所有符合题意的六位数。

93．两个数的最大公约数是 88，最小公倍数是 3080，两个数的和是 1056，两个数的差是多少？

94．有纯酒精一瓶，倒出$\frac{1}{4}$后用水加满，再倒出$\frac{1}{5}$后用水加满，最后再倒出$\frac{1}{6}$后用水加满。这时，瓶中含的酒精比原来少230毫升。问瓶中原有酒精多少毫升？

95．桌上有 10 枚围棋子，每次至少拿 1 枚，拿完为止，共有多少种不同拿法？

96．学校新买来《趣味数学》442 本，《少年科技》297 本，《儿童文学》210 本。如果将每种书平均分给每个班，那么三种书剩下的本数相同。问如果有 1993 本笔记本，平均分给这些班级，会剩下多少本？

97．20 个连续自然数之和是 40090，其中最小的一个数是多少？

98．某学生将连续自然数 1、2、3、……逐个相加，直到某个自然数为止。由于计算时漏加了一个自然数而得出错误的和为 1988，那么漏加的自然数是多少？

99．有三片牧场，草长得一样密，而且长得一样快。它们的面积分别是$3\frac{1}{3}$公亩、10公亩和24公亩。12头牛4星期可以吃完第一片牧场原有的和4星期内新长出来的草；21 头牛 9 星期可以吃完第二片牧场原有的和 9 星期内新长出来的草，问多少头牛 18 星期才能吃完第三片牧场原有的和 18 星期新长出来的草？

100．某游乐场在开门前已有一些人排队等待，开门后每分钟有 10 人前来排队入场。一个入口每分钟可以进入 25 位游客。如果开放一个入口，开门后 8 分钟就没有人排队；现在开放 2 个入口，那么开门后多少分钟就没有人排队？

练习题答案

1．(1)$\frac{10}{11}$；(2)$\frac{9}{11}$　2．(1)$\frac{5}{9}$；(2)$\frac{119}{2160}$

3．280 台 4．10 千克 5．25% 6．约 4.8%

7．18 块 8．64 平方米 9．97 名

10．姐姐养兔 60 只，妹妹养兔 40 只。
11．甲筐原有苹果 120 千克，乙筐原有苹果 100 千克。
12．17 天 13．3 小时 14．90 天 15．18 人 16．280 千米
17．4200 个 18．16 棵，24 棵，32 棵 19．864：875
20．25：24
21．$\frac{39}{41}$ 22．1月售出180台，2月售出240台，3月售出150台。
23．10 人 24．4000 米 25．2 千米 26．鸡 64 只，兔 36 只
27．大盘原有苹果 11 个，小盘原有苹果 7 个。
28．一顶帽子 6.6 元，一双鞋 11 元
29．菜地 18 公顷，麦地 12 公顷
30．甲筐 60 千克，乙筐 50 千克
31．大的两位数是 21，小的两位数是 10。
32．66 千米 33．5 支铅笔和 4 个练习本
34．2 件上衣、6 条裤子或 4 件上衣、3 条裤子
35．需要 2 根 3 米、7 根 5 米的钢管或 7 根 3 米、4 根 5 米的钢管；如果尽可能使用 5 米长的钢管，则应选用 2 根 3 米、7 根 5 米的钢管，即共用 9 根钢管。
36．3 件 37．余数是 2。 38．102+590
39．$\frac{199}{300}$ 40．左起第3列
41．1000000 42．第 123 行第 236 个位置
43．（1）分别排在第84个或第98个位置。（2）$\frac{16}{20}$
44．2500 种 45．89 种 46．6 平方厘米 47．12 平方厘米
48．1215 平方厘米 49．0.9675 平方厘米 50．1.57 厘米
51．约 29 吨 52．（1）502.4 立方分米；（2）约 472.5 立方分米
53．800 立方厘米 54．24 人 55．55 人
56．只做出一道的有 15 人，两道题都做出的有 30 人。
57．8 幅 58．345 人 59．7 人 60．19 种
61．31 种 62．20 个 63．1595 个 64．1985028 种 65．45 种
66．5 种 67．44 种 68．36 个 69．16 人
70．5 人 71．31 个 72．11 个 73．8 个
74．最大 1.62499，最小 1.61500
75．最小的真分数是$\frac{2}{97}$，最大的真分数是$\frac{71}{73}$。
76．乘积最大的是 1964×1965，最小的是 1960×1969。
77．面积最大的是 80 平方厘米，最小的是 17 平方厘米。
78．972 79．179
80．最大的多位数是 99997484950，最小的多位数是 10000123440。
81．351 82．8531 和 7642 83．48 千米 84．8 天
85．D 的得分是 97。 86．52 平方厘米 87．324 平方厘米
88．$\frac{10}{21}$ 89．46 90．666 91．84段 92．919930和319935

93．176 94．460 毫升 95．512 种 96．21 本 97．1995
98．28 99．36 头
100．3 分钟