

学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

小学数学趣题巧算

五年级分册



## 内容简介

本丛书的目的是培养和发展小学生的数学思维能力，使小学生在学懂数学知识的同时学会思考，掌握思考方法，提高思维水平。

本丛书按照学生的程度分册出版。全书分为六个分册，即一、二年级分册，三年级分册，四年级分册，五年级分册，六年级分册和综合分册。各册均选编了大量能启发思维的饶有趣味的例题和练习题，并通过对这些例题的详细讲解，介绍给学生各种思考方法和计算技巧，以期能引导学生举一反三，灵活运用已学过的数学知识。

本丛书供小学生自学使用，也可作为教师开展课外数学小组活动以及家长辅导孩子学习数学的参考书。

## 编者的话

一位教育家说过：“教会学生思考，这对学生来说，是一生中最有价值的本钱。”学习数学的本身，就是要在学懂数学知识的同时，学会思考，掌握思考的方法，培养和发展思维能力，提高思维水平。

我们几位从事小学数学教学工作的老师，就是以教会学生思考为出发点，结合学生学习的知识内容，编写《趣题巧算——百题 百讲 百练》这套书的。全书分为一、二年级分册，三年级分册，四年级分册，五年级分册，六年级分册和综合分册。书中列举百例，讲解这百题，同时又设计了百道练习题供学生练习用。通过小学生的自学，使他们学会思考。另外，这本书也是教师开展课外数学小组活动及家长引导孩子学习数学的资料。

在编写这本小册子的过程中，我们选用了一些竞赛试题或一些他人设计的趣题，在此向这些作者致谢！

编者水平有限，经验不足，书中如有不当之处，敬请读者提出批评指正。

编者

## 作者简介

李树德 1941年生。北京市东城区地坛小学副校长，北京市和东城区数学奥林匹克学校骨干教师，特级教师，中学高级教师，中国数学奥林匹克一级教练员，第四届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛主试委员会委员，第八届“北京市迎春杯数学竞赛”命题组成员。长期从事小学数学教学工作，有扎实的专业知识和理论基础，他撰写的论文多次获优秀成果奖，多次在省市级刊物上发表有关数学教学文章。

热心于小学数学奥林匹克教学工作，是东城区数学奥林匹克学校创始人之一。他培养的学生多次在区、市、全国数学竞赛中获奖。为历届“迎春杯”赛主教练，为东城区在北京市迎春杯数学竞赛中夺得三连冠做出了贡献。

近年来参加编写了《“华罗庚金杯”少年数学邀请赛试题分析》、《小学数学标准化题型研究与练习》、《小学数学百问》、《数学奥林匹克电视讲座》等十余本书。

张玉山 1940年生。北京市东城区和平里第二小学副校长，中学高级教师，中国数学奥林匹克一级教练员。多年从事小学数学教学工作，有扎实的专业知识和理论基础。撰写多篇论文，多次获优秀成果奖，多次应省市级刊物的邀请撰写有关数学的专栏文章及专题讲座。

近些年来，积极投身于数学奥林匹克学校的教学工作，是东城区数学奥林匹克学校创始人之一，北京市和东城区数学奥林匹克学校的骨干教师，为历届“华罗庚金杯”少年数学邀请赛、“北京市小学迎春杯数学竞赛”的东城区集训队主教练之一，为东城区连续三年在北京市迎春杯数学竞赛中夺冠，为发现和培养数学人才做出了贡献。

近年来，曾编写和参加编写了《小学数学学习指导》、《“华罗庚金杯”少年数学邀请赛试题分析》、《小学数学标准化题型研究与练习》、《趣题巧解》以及北京市城近郊区小学奥林匹克教材《小学数学奥林匹克讲义》、《小学数学奥林匹克辅导与练习》、《数学奥林匹克电视讲座》等十余本书。

张德勤 1943年生。1963年参加工作，现任北京市东城区地坛小学副校长，分管教学工作，中学高级教师。

长期从事小学数学教学工作，取得了较好的成绩。曾获北京市小学教学案例评选一等奖，连续三年获得区优秀教学成果奖，连续三次获得市、区优秀教学论文奖，两次被评为区优秀教育工作者和局级优秀园丁。

热心于小学数学奥林匹克事业，是东城区数学奥林匹克学校创始人之一，是北京市和东城区数学奥林匹克学校骨干教师，中国数学奥林匹克一级教练员。他培养的学生多次在区、市、全国各种数学竞赛中获奖，为东城区连续三年在北京市迎春杯小学数学竞赛中夺冠做出了贡献。

近年来，参加过《“华罗庚金杯”少年数学邀请赛试题分析》一书的编写工作，参加了北京市城近郊区小学奥林匹克教材的编写和审订工作。与人合作编写了《小学数学标准化题型研究与练习》、《小学数学百问》、《数学奥林匹克电视讲座》等十余本书。配合教材，多次在省市级的刊物上发表数学教学文章。

李异芳 1946年生。1965年毕业于北京第一师范学校，多年从事小学数学教学工作，后进入北京教育学院数学系进修，获大专学历。现任北京东城区黑芝麻胡同小学教导主任，获中学高级教师职称。兼任北京市数学奥林匹克学校东城分校教练员、东城区数学奥林匹克学校教练员及“华罗庚金杯”少年数学邀请赛、“北京市小学迎春杯数学竞赛”东城区集训队主教练。

曾参加编写《启蒙数学》、《小学数学重点难点疑点问答》、《小学数学百问》、

《小学数学奥林匹克讲义》、《数学奥林匹克辅导与练习》等书。

## 小学数学趣题巧算（五年级分册）

## 一、百题

### 1. 最大是几？最小是几？

一个三位小数四舍五入后是 5.70，那么原来这个三位小数最大是几？最小是几？

### 2. 第 1995 个数字是几？

$3 \div 7$  的商是一个循环小数，那么这个商的小数点后的第 1995 个数字是几？

### 3. 求 $A+B+C+D+E+F$ 的和

下面算式中的每个字母代表一个数字，不同的字母代表不同的数字，相同的字母代表相同的数字。求  $A+B+C+D+E+F$  的和。

$$\begin{array}{r} A B C D E F \\ \times \quad \quad \quad 3 \\ \hline B C D E F A \end{array}$$

### 4. 你能求出这些数字的和吗？

把  $\frac{3}{13}$  化成小数后，小数部分的前 1995 位数字的和是多少？

### 5. 排大小

在数学小组活动的时候，张老师出示 4 张卡片，每张卡片上各写着一个分数，这 4 个分数是：

$$\frac{27}{29} \quad \frac{299}{301} \quad \frac{1993}{1995} \quad \frac{45}{47}$$

张老师说：“谁能迅速、正确地把它们从小到大排列起来？”

### 6. 这样排列对吗？

张、王、李、赵四位同学每人手里各拿一个分数，他们分别拿的分数是  $\frac{5}{12}$ 、 $\frac{12}{31}$ 、 $\frac{30}{67}$ 、 $\frac{6}{17}$ 。数学老师让他们按手里所拿分数的大小排成一队，他们排的结果是：

王、张、赵、李

你说他们排得对吗？如果不对，请按要求排出来。

### 7. 正好分完

有 6 堆桃，把第一堆平均分给 8 个人，还余 5 个；把第二堆平均分给 8 个人，还剩 4 个；把第三堆平均分给 8 个人，还余 3 个；把第四堆平均分给 8 个人，还余 7 个；把第五堆平均分给 8 个人，还余 1 个；第六堆与第二堆的个数一样多；如果把六堆桃子放在一起，平均分给 8 个人，能不能正好分完？为什么？

### 8. 个位数字是几？

五（1）班有学生 38 人，他们住在同一条街的一侧；他们家的门牌号码分别是 7 号、17 号、27 号、37 号、47 号、……、357 号、367 号、377 号。把他们 38 家的门牌号码相乘，所得的积的个位数字是几？

### 9. 巧凑 1995

在下面 13 个 8 之间的适当位置添上 +、-、×、÷ 运算符号或括号，使得下式成立：

$$\begin{aligned} & 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \\ & = 1995 \end{aligned}$$

### 10. 街道主任的数学题

一次数学小组到安华小区去做社会调查。数学小组同学问街道主任：“您这个小区有多少人口？”，街道主任风趣地说：“ $5^{1995}$ ”的末四位数字就是我这个小区的人口数！”原来这位主任是一位退休的数学教师。小组同学很快算出了安华小区的人口数。同学们你也算算看。

### 11. 小明的哥哥今年几岁？

用 9 去除一个六位数，所得的商是一个没有重复数字的最小的六位数，而原来的六位数的数字和正好是小明哥哥的年龄。请问小明的哥哥今年几岁？

### 12. 倒数第 100 面彩旗是什么颜色？

为了迎接建国 45 周年，某街道从东往西按照五面红旗、三面黄旗、四面绿旗、两面粉旗的规律排列，共悬挂 1995 面彩旗，你能算出从西往东数第 100 面彩旗是什么颜色的吗？

### 13. 停车场的面积

胜利公园前面有一块梯形停车场，如下图。图中三角形 ABC 的面积是 253 平方米，三角形 BOC 的面积比三角形 AOD 的面积大 42 平方米，问停车场的面积是多少平方米？



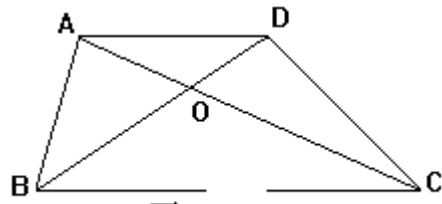


图 1

14. 最大填几？最小填几？

在 523 后面添上一个三位数，使所得六位数同时能被 7、8、9 整除，所填三位数最大是几？最小是几？

15. 让剩下的数最大

把前十个质数由小到大、从左向右排成一行，删掉其中十个数字，让剩下的数最大，应该怎么删？

16. 勾掉其中一个数字

两个数的和是 51，勾掉大数中的一个数字，得到的是小数，求出这两个数。

17. 试验园地有多大？

和平里小学园艺小组有一块正方形的试验园地。他们在这块园地里进行小麦和玉米的良种培育试验。其中小麦占地 105 平方米，玉米占地  $8x$  平方米，如右图，那么这块试验田一共有多少平方米？（正方形边长为整数）

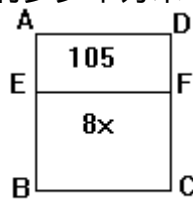


图 2

18. 往返一次需要几小时？

两个港口相距 240 公里，一轮船往返于两港之间，往返一次需 35 小时，逆水航行比顺水航行要多用 5 小时。现有一艘机帆船，每小时航行 12 公里，这机帆船往返一次需要几小时？

19. 打碎玻璃是要赔的

把 100 块玻璃由甲地运往乙地。按规定，把一块玻璃安全运到，得花运费 3 元。如果运输途中打碎一块玻璃，则要赔偿 5 元。在结算时共得运输费 260 元，问在运输中打碎了几块玻璃？

### 20 . 先不要动手

一张长方形的纸，按照下图方法折叠几次以后，用剪刀在三角形中间剪开，剪出来的是什么形状的纸片？一共有几个？请先不要动手，用脑子想，得出答案，然后再折一折，剪一剪，看看你的答案对不对。

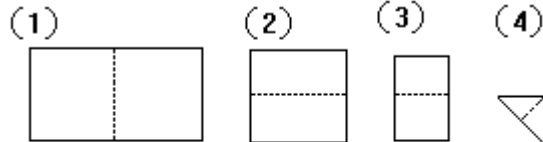


图 3

### 21 . 卖菜

安华里菜站运来 84 斤黄瓜、105 斤西红柿、126 斤茄子，售货员把这些菜一份一份地称好了，正好称完，每份的黄瓜、西红柿、茄子都一样多。售货员很快把这些菜卖完了。经理问售货员，这些菜卖给了多少人？每人最少能买多少斤？他一时说不出来，请你帮助算一算。

### 22 . 小猴子数桃子

猴子妈妈采来了一篮桃子，她让小猴子数一数共采了多少桃子。小猴子 3 个 3 个地数，最后多出 1 个，它就把多出的一个扔在一边；它又 5 个 5 个地数，到最后还是多出一个，它又把多出的 1 个扔在一边；最后它 7 个 7 个地数，还是多出 1 个。它数了三次，到底有多少桃子，还是不清楚。小朋友，你知道这篮子里至少有多少个桃子吗？

### 23 . 保证他比别人得分多

若干名学生参加三次赛跑，在一次赛跑中获得第一名的学生得 10 分，第二名得 6 分，第三名得 2 分，而且没有并列情况，那么学生 A 在三次赛跑中至少要得多少分才能保证他比其他学生得分多？

### 24 . 温度上升 · 体积增加

温度每上升 4 ，某种气体体积就增加 5 立方厘米。如果温度是 34 时，这种气体的体积是 36 立方厘米，那么温度是 10 时，气体的体积是多少立方厘米？

### 25 . 三辆汽车何时再相会？

某货运场有三辆汽车运货物，甲汽车运送一次要 1 个半小时，乙汽车运送一次要  $1\frac{1}{4}$  小时，丙汽车运送一次要 2 小时。如果三辆汽车早 8:00 同时从货运场出发，那么它们再次相会时将是什么时间？

### 26. 师徒情谊深

师徒二人共同加工 26 个零件，徒弟先到车间，就先拿了一些零件放在自己的机床边。师傅来了，一看徒弟拿去要加工的零件太多了，他除了拿了留给他的零件外，又从徒弟那里拿过来一半零件。徒弟觉得自己应该多干一点，又从师傅那里拿来一半。师傅不肯，徒弟只好再给师傅 5 个零件。最后还是师傅比徒弟多加工 2 个零件。问徒弟最初准备加工的零件是多少？

### 27. 由“相等”入手

和平里小学五年级四个班共买了 135 本图书，但不知道每班各买了多少本，只知道，如果五(1)班减少 3 本，五(2)班加上 3 本，五(3)班增加一倍，五(4)班减少一半，那么四个班所买的图书本数就相等了。请你帮助算一算，每个班各买了多少本？

### 28. 先锯后拼

把一个长 25 厘米、宽 10 厘米、高 4 厘米的长方体木块锯成若干个大小相等的正方体，然后拼成一个大的正方体，问这个正方体的表面积是多少平方厘米？

### 29. 其实并不难

$$1995 \times 1995 + 1994 \times 1994 - 1995 \times 1994 - 1994 \times 1993$$

### 30. 小数点移动的学问

甲、乙两数的和是 43.648。如果把甲数的小数点向右移动一位就等于乙数，甲、乙二数各是多少？

甲数减去乙数等于 36.63，甲数的小数点向左移动两位就等于乙数，甲、乙二数各是多少？

### 31. 小华拿走多少个球？

把若干只小盒排成一行，每只盒子里都放上球。从第一只小盒开始，放入小球的个数依次是 1、2、3、4、……。小华从中拿走一只盒子里的球，剩下所有盒子里的球数总和为 200 个。小华拿走多少个球？

### 32 . 求商

一个六位数 23 56 是 88 的倍数，这个数除以 88 的商是多少？

### 33 . 按要求组数

用 0、1、2、3、7、8 六个数字可以组成多少个能被 9 整除的、没有重复数字的四位数。

### 34 . 分解凑整

$$145 \frac{1}{11} \times \frac{1}{12}$$

$$1995 \times 199419941994 - 1994 \times 199519951995$$

### 35 . 以除代乘

$$48 \times 25$$

$$568 \times 125$$

$$3.44 \times 0.05$$

### 36 . 聪明的会计

光华小学的体育老师带一些钱到体育商店买了 72 个小足球。当他拿着发票到会计处报销时，不小心把两点墨水滴在发票上了，正好滴在总钱数的两个数字上，使总钱数变成了 67.9 元。同学们，你能根据这些条件算出每个小足球的单价吗？聪明的会计很快就算出来了。

### 37 . 雪后步测圆周长

大雪过后，欧可和老师共同步测一个圆形花坛的周长。他俩的起点和走的方向完全相同，欧可每步长 48 厘米，老师每步长 60 厘米。由于两人脚印有重合，所以雪地上只留下 80 个脚印，求花坛的周长。

### 38 . 不用通分

求 (1)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$  的和。

(2)  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{1993 \times 1995}$  的和。

### 39 . 多少雁？多少雀？

有一群雁向南飞，迎面飞来一群雀。两雀对一雁，还多一雁；两雁对三雀，还多二雀。问有多少雁？多少雀？

#### 40. 有趣的算式

请你先算出下面三个算式的结果

$$11 \times 11 =$$

$$111 \times 111 =$$

$$1111 \times 1111 =$$

再根据这些个算式的积的规律，写出  $\underbrace{11112 \cdot 43}_9 \times \underbrace{11112 \cdot 43}_9$  的结果，并计

算出这个积的数字和。

#### 41. 射击比赛

甲、乙二人进行射击比赛。规定每中一发记 20 分，脱靶一发扣去 12 分。两人各打了 10 发子弹，共得 208 分，其中甲比乙多得 64 分，甲、乙二人各中了多少发？

#### 42. 观察排列规律

观察下列各数排列规律：

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \frac{1}{6}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{5}{2}, \frac{6}{1}, \dots$$

问  $\frac{11}{16}$  排在第几个位置上？

#### 43. 两种取法一样吗？

一个筐里有 6 个苹果、5 个桃、7 个梨。

(1) 小华从筐里任取一个水果，有多少种不同的取法？

(2) 小华从这三种水果各取一个，有多少种不同的取法？

#### 44. 十个数互不相同

如果十个互不相同的两位奇数之和等于 898，那么这十个数中最小的一个数是多少？

#### 45. 判断数的奇偶性

在 20 ~ 100 中所有 3 的倍数的和是奇数还是偶数？

#### 46. 求 A、B 各是几

在  $\frac{1}{24} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$  中，A、B 各是几？

### 47. 找等积三角形

下图平行四边形 ABCD 中 EF // AC, 连结 BE、AE、CF、BF, 与 BCE 等积的三角形有几个?

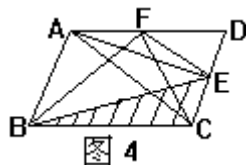


图 4

### 48. 求三角形 ABC 的面积

在  $\triangle ABC$  中, AD 是 AC 的四分之一, AE 是 AB 的五分之二。若  $S_{\triangle AED} = 2$  平方厘米, 求  $\triangle ABC$  的面积。

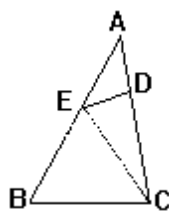


图 5

### 49. 小朋友喝糖水

桌子上有一杯凉开水, 里面放了 5 克糖。一个孩子跑来把糖水倒出一半喝掉, 添上 3 克糖, 加满水, 和匀, 走了。第二个孩子跑来, 也把糖水倒出一半喝掉, 添上 3 克糖, 加满水, 和匀, 走了。……这样来过 1995 个孩子之后, 杯子里的糖能增加到 10 克吗?

### 50. 一个正方形里一个字

请你仔细观察右面的图形, 把它分成五个正方形, 使每个正方形包含一个字, 应该怎样分?

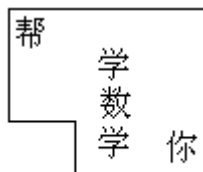


图 6

### 51. 红花献给英雄

和平里小学五(1)班有学生 40 名, 他们在一起做纸花, 每人手中的纸从 7 张到 46 张不等, 没有二人拿相同的张数。今规定用 3 张或 4 张纸做一朵

花，并要求每人必须把分给自己的纸全部用光，并尽可能地要多做一些花，问最后用 4 张纸做的花共有多少朵？

### 52. 要求尽可能地小

有 4 个不同的自然数，它们当中任意两个数的和都是 2 的倍数，任意三个数的和都是 3 的倍数。为了使这 4 个数尽可能地小，这 4 个数的和是多少？

### 53. 把苹果分成偶数堆

筐中有 72 个苹果，将它们全部取出来，分成偶数堆，使得每堆中苹果的个数相同。一共有多少种分法？

### 54. 化成有限小数

写出所有分母是两位数，分子是 1，而且能够化成有限小数的分数。

### 55. 速算

(1)  $0.618 \times 999.9 + 0.0618$

(2) 
$$\frac{1993 \times 1993 - 1994 \times 1992}{1994 \times 1994 - 1995 \times 1993}$$

### 56. 求正方形的面积

下图中 ABCD 是一个正方形，E、F、N、H 分别是 AB、BC、CD、AD 的中点。已知 A'B'C'D'（图中阴影部分）的面积是 4 平方厘米，求正方形 ABCD 的面积。

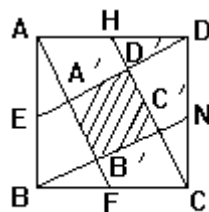


图 7

### 57. 现场出题

五(1)班学生到英雄笔厂包装车间参观。参观中，张老师根据包装台上的自动铅笔数，现场出了一道数学题，请同学们思考：

有 99 支合格的英雄牌自动铅笔需要装盒出厂。盒子有两种规格：一种可以装 12 支，另一种可以装 5 支。现在要把 99 支全部分装在两种盒子里，而且每一盒都装满，应该怎么装？

### 58. 求 m 的最小值

1512 乘以一个整数  $m$ ，得到一个完全平方数， $m$  最小是几？

### 59 . 对号入座

洪波、陈荣、张润田 3 人分别在甲、乙、丙 3 个工厂工作，他们分别是钳工、车工和木工。现在知道，洪波不在甲厂，陈荣不在乙厂，在甲厂的不是车工，在乙厂的是钳工，陈荣不是木工，你知道张润田在哪个工厂，干的是什么工种吗？

### 60 . 合理分配

某种商品的价格是：每 1 个 1 角钱；每 5 个 4 角钱；每 9 个 7 角钱。小赵的钱至少能买 50 个，小李的钱至多能买 500 个，小李的钱比小赵的钱多多少？

### 61 . 余数相同求除数

有一个不等于 1 的整数，用它去除 967、1000、2001，得到的余数相同，这个整数是多少？

### 62 . 互赠图书

新年快到了，五年级三个班决定互相赠送一些图书，三个班原有的图书数量各不相同。如果五（1）班把本班的一部分图书赠给五（2）班和五（3）班，那么这两个班的图书数量各增加一倍；然后五（2）班也把本班的一部分图书赠给五（1）班和五（3）班，这两个班的图书数量也各增加一倍；接着五（3）班又把本班的图书的一部分赠给五（1）班和五（2）班，这两个班的图书又各增加一倍。这时，三个班的图书数量都是 72 本，问原来各班各有图书多少本？

### 63 . 变幻无穷的彩灯

少年宫游乐厅内悬挂着 200 个彩色灯泡，这些灯或亮或暗，变幻无穷。200 个灯泡按 1~200 编号。灯泡的亮暗规则是：第 1 秒，全部灯泡变亮；第 2 秒，凡编号为 2 的倍数的灯泡由亮变暗；第 3 秒，凡编号为 3 的倍数的灯泡改变原来的亮暗状态（即亮的变暗，暗的变亮）；第 4 秒，凡编号为 4 的倍数的灯泡改变原来亮暗状态，这样继续下去，……200 秒为一周期。当第 200 秒时，哪些灯是亮着的？

### 64 . 求减数

在一道减法算式中，被减数加减数再加差的和是 674，又知减数比差的 3 倍多 17，求减数。



65 .  $a \times b \times c = ?$

有三个整数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，已知  $a \times b = 480$ ， $a \times c = 360$ ， $b \times c = 432$ ，那么  $a \times b \times c = ?$

66 . 两位朋友的家相隔几个门？

甲、乙二人是朋友，他们都住在同一条胡同的同一侧，甲住 11 号，乙住 189 号。甲、乙二人的住处相隔几个门？

67 . 不知长宽高求体积

有一个长方体，正面和上面两个面积的和为 209 平方厘米，并且长、宽、高都是质数。求它的体积。

68 . 从一点看三面

有一个正方体，棱长是 13，它是由  $13 \times 13 \times 13 = 2197$  个单位小立方体粘在一起构成的。从正方体的一个顶点望去，最多能看到多少个单位立方体的面？

69 . 一半真一半假

A、B、C、D 四人赛跑，三名观众对赛跑成绩做如下估计：

王晨说：“B 得第二名，C 得第一名。”

张旭说：“C 得第二名，D 得第三名。”

李光说：“A 得第二名，D 得第四名。”

实际上，每人都说对了一半。同学们，你能说出 A、B、C、D 各是第几名吗？

70 . 汽油、机油和柴油

油库里有 6 桶油，分别装着汽油、柴油和机油。油桶上只标明 15 公升、16 公升、18 公升、19 公升、20 公升和 31 公升，却没有注明是哪一种油。只知道柴油是机油的 2 倍，汽油只有一桶。请你分析一下，各个油桶里装的是什么油？

71 . 有趣的“魔术数”

你知道“魔术数”吗？

将自然数  $N$  接写在另一个自然数的右边（例如，将 2 接着写在 34 的右边就是 342），如果得到的新数都能被  $N$  整除，那么自然数  $N$  就叫做魔术数。

小朋友，在小于 100 的自然数中，你能找到多少个这样的魔术数，它们各是几？

### 72. 求前 1995 个算式的和

有这样一串算式： $1+2+3$ ， $2+4+6$ ， $3+6+9$ ， $4+8+12$ ， $5+10+15$ ，……  
问这串算式的前 1995 个算式的和是多少？

### 73. 三位老师三个学校

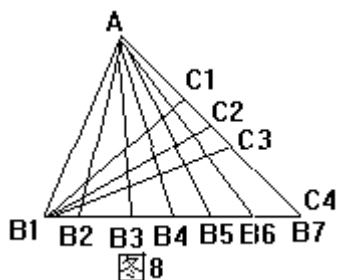
王老师、李老师、张老师这三位老师中，一位是小学教师，一位是中学教师，一位是大学教师。这三位教师的情况是：

- (1) 张老师比大学教师年龄大；
- (2) 王教师和中学教师不同岁；
- (3) 中学教师比李老师年龄小。

请你判断谁是小学教师？谁是中学教师？谁是大学教师？

### 74. 不能数只能计算

下图中一共有多少个三角形？



### 75. 把一个正方体展开

把一个正方体展开，有多少个不同的展开图？

### 76. 判断奇、偶性

某校举行数学竞赛，共有 20 道题。评分标准规定，答对一题给 3 分，不答给 1 分，答错一题倒扣 1 分。全校学生都参加了数学竞赛，请你判断，所有参赛学生得分的总和是奇数还是偶数？

### 77. 排队照相的学问

7 位老朋友相约在公园聚会，想照一张照片留念。如果他们站成一排，共有多少种站法？

### 78. 解题的关键是要先找“规律”

下面这串数是按一定规律排列的：

6、3、2、4、7、8、……

那么这串数的前 1995 个数的和是多少？第 1995 个数除以 5 余几？

#### 79．分数居第三位的同学至少得多少分？

某次数学考试，满分是 100 分。6 位同学的平均分是 91 分。这 6 人成绩各不相同，其中有一人得 65 分，那么，分数居第三位的同学至少得多少分？

#### 80．巧推六位数

有一个六位数： $\overline{ABCD56}$ ，把它的末两位数移到前面，得到一个新的六位数 $\overline{56ABCD}$ ，新六位数比原六位数少 303435，求原来六位数。

#### 81．架电线

光明乡一共有 30 个村，每 3 个村都不在一条直线上，每两村之间架一条电线，一共要架多少条电线？

#### 82．从反面去想

1 ~ 100 中所有不能被 9 整除的数的和是多少？

#### 83．要求尽量小

有四个不同的自然数，它们当中任意两个数的和都是 2 的倍数，任意三个数的和都是 3 的倍数。为了使这四个数尽量小，这四个数分别是多少？

#### 84．按要求写数

你能写出比 1 大，比 100 小，用 5 除余 2，用 6 除余 5 的所有整数来吗？

#### 85．两条直角边为互质数

直角三角形的面积是 996 平方厘米，其直角边为整厘米数，并且为互质数。符合这些条件的直角三角形共有多少个？它们中两条直角边之和最小是多少厘米？

#### 86．多少不同车票？多少不同票价？

某次列车从甲站到乙站，中途要停靠 6 个车站，铁路部门要为这次列车准备多少种不同的车票？这些车票中有多少种不同的票价？

### 87. 想通后很简单

甲、乙两车同时从 A 地出发去 B 地，甲车每小时行 50 千米，乙车每小时行 45 千米，途中甲车停车 3 小时，结果甲车比乙车晚一小时到达 B 地。A、B 两地之间的距离是多少千米？

### 88. 求甲车行的路程

A、B 两站相距 28 千米，甲车每小时行 33 千米，乙车每小时行 37 千米。甲、乙两车分别从 A、B 两站同时相对开出，往返于两站之间，那么，当两车第三次相遇时（迎头相遇），甲车行了多少千米？

### 89. 不能重也不能漏

有 2 张伍元币、3 张贰元币、7 张壹元币。要拿出 12 元，可以有几种拿法？

### 90. 按要求植树

植树节时，五年级少先队员栽种的树苗组成了一个每边 2 层的空心方阵，已知最外一层每边栽种树苗 15 棵，五年级少先队员共栽树苗多少棵？

### 91. 按规定计算

规定  $A \cdot B = 3A - 5B$ ，其中 A、B 为自然数。

求：(1)  $10 \cdot 0.8$  的值；

(2)  $1.7 \cdot 0.9$  的值。

### 92. 积极参加体育运动

五(1)班有 45 人，其中有 20 人参加了球类运动，10 人参加了田径运动，只有 3 人既参加了球类运动又参加了田径运动，那么没有参加这两种运动的有多少人？

### 93. 先求出因数再求积

三个相邻的偶数的乘积是一个六位数  $2 \quad \quad \quad 2$ ，求这个六位数。

### 94. 对折对折再对折

在右图的 16 个方格中分别填入数字，并按下列顺序对折四次。

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

- (1) 将上半张对折盖住下半张；
  - (2) 将下半截对折盖住上半截；
  - (3) 将右半截对折盖住左半截；
  - (4) 将左半截对折盖住右半截。
- 这样对折四次后，最上面方格中的数字是几？

### 95. 防止考试时作弊

某礼堂有 20 排座位，其中第一排有 10 个座位，后面每一排都比它前面的一排多一个座位。如果允许参加考试的学生坐在任意一行，但是在同一行中不能与其他同学挨着，那么在考试时，这个礼堂最多能安排多少名学生就试？

### 96. 特殊数的排列

把只有三个约数的数从小到大排列，第十五个数是多少？

### 97. 先找规律，后填数

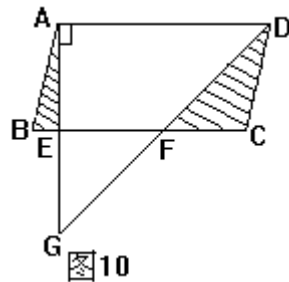
请你仔细观察下面每串分数的排列规律，根据排列规律填出 ( ) 里的数。

(1)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{16}{20}, ( ), \frac{1}{42}, \frac{1}{56}$

(2)  $\frac{1}{5}, \frac{5}{30}, ( ), \frac{13}{104}, \frac{17}{153}$

### 98. 求平行四边形的高

平行四边形 ABCD 的边 AD 长 10 厘米，直角三角形 AGD 的直角边 AG 长 8 厘米，已知阴影部分的面积比三角形 EFG 的面积大 10 平方厘米，求 AE 长多少厘米？



### 99 . 页码的学问

一本书的页码需要 1995 个数字，问这本书一共有多少页？

### 100 . 学者的生与死

有一位学者，在几年前去世了。他去世的年龄正好是他出生年数的  $\frac{1}{31}$ 。又知道这位学者于1965年获得博士学位。这位学者是哪一年去世的？  
去世时是多少岁？

## 二、百 讲

### 1. 最大是几？最小是几？

一个三位小数四舍五入后是 5.70，那么原来这个三位小数最大是几？最小是几？

分析与解 这个三位小数最大是 5.704，最小是 5.695。这是因为：根据四舍五入的原则，如果大于 5.704，四舍五入后得到的数将大于 5.70，例如 5.705，四舍五入后是 5.71。

如果小于 5.705，四舍五入后得到的数将小于 5.70，例如 5.694，四舍五入后是 5.69。

### 2. 第 1995 个数字是几？

$3 \div 7$  的商是一个循环小数，那么这个商的小数点后的第  $1(180 \div 50 \times 2) \div (180 \div 45 + 180 \div 60) = 36/35995$  个数字是几？

分析与解  $3 \div 7 = 0.428571\bar{428571}$ ，观察左式这个商，是一个由六个数字组成的循环小数。

$1995 \div 6 = 332 \dots 3$ ，这说明 1995 个数字中有：332 个“428571”还余 3 个数字，可见第 1995 个数字是 8。

### 3. 求 $A + B + C + D + E + F$ 的和

下面算式中的每个字母代表一个数字，不同的字母代表不同的数字，相同的字母代表相同的数字。求  $A + B + C + D + E + F$  的和。

$$\begin{array}{r} A B C D E F \\ \times \quad \quad \quad 3 \\ \hline B C D E F A \end{array}$$

分析与解 观察上面算式，六位数乘以 3，积仍为六位数，说明  $A=1, 2$  或  $3$ 。设  $A=1$ 。从乘式中看出，3 乘  $F$  的乘积的个位数字为  $A$ ，即为 1；又知 3 乘 7 的积的个位数字为 1，所以  $F=7$ 。

同样可以看出， $E \times 3$  的积的个位数字加上  $F \times 3$  的积的十位数字 2 的和为 7，说明  $E \times 3$  的积的个位数字是 5，所以  $E=5$ 。

同样道理，依次可以推出：

$$\begin{aligned} D &= 8, C = 2, B = 4 \\ A + B + C + D + E + F \\ &= 1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7 \\ &= 27 \end{aligned}$$

设  $A=2$  或  $3$ ，仿上面推算，在推算过程中都出现矛盾，无法推算下去，说明  $A$  不可能是 2 或 3。

### 4. 你能求出这些数字的和吗？

把  $\frac{3}{13}$  化成小数后，小数部分的前1995位数字的和是多少？

分析与解  $\frac{3}{13} = 0.230769\cdots$   $1995 \div 6 = 332 \cdots 3$ ，说明前1995个数字中包含332个“230769”和“230769”中前3个数字“230”。所以，前1995个数字和为：

$$\begin{aligned} & (2+3+0+7+6+9) \times 332 + 2+3+0 \\ & = 27 \times 332 + 5 \\ & = 8969 \end{aligned}$$

## 5. 排大小

在数学小组活动的时候，张老师出示4张卡片，每张卡片上各写着一个分数，这4个分数是：

$$\frac{27}{29} \quad \frac{299}{301} \quad \frac{1993}{1995} \quad \frac{45}{47}$$

张老师说：“谁能迅速、正确地把它们从小到大排列起来？”

分析与解 这是一道比较分数大小的题目。一般情况下，对于分母不同的分数，可以通分或把分数化成小数后再比较它们的大小。但是不难看出，这几个分数，无论是通分或化成小数，都是很麻烦的。

如果你认真观察这几个分数，就可以发现它们有这样一个共同的特点，即每个分数的分子都比分母少2。这样就可以找到一个新的比较方法：

$$\begin{aligned} \frac{27}{29} & \text{比} 1 \text{小} \frac{2}{29} \\ \frac{299}{301} & \text{比} 1 \text{小} \frac{2}{301} \\ \frac{1993}{1995} & \text{比} 1 \text{小} \frac{2}{1995} \\ \frac{45}{47} & \text{比} 1 \text{小} \frac{2}{47} \\ \frac{2}{1995} & < \frac{2}{301} < \frac{2}{47} < \frac{2}{29} \quad (\text{分子相同，分母越大，这个分数就越小}) \\ \frac{27}{29} & < \frac{45}{47} < \frac{299}{301} < \frac{1993}{1995} \end{aligned}$$

## 6. 这样排列对吗？

张、王、李、赵四位同学每人手里各拿一个分数，他们分别拿的分数是  $\frac{5}{12}$ 、 $\frac{12}{31}$ 、 $\frac{30}{67}$ 、 $\frac{6}{17}$ 。数学老师让他们按手里所拿分数的大小排成一队，他们排的结果是：

王、张、赵、李

你说他们排得对吗？如果不对，请按要求排出来。

分析与解 这又是一道比较分数大小的题目。仔细观察这组分数不难看



出：通分母或化成小数也是比较麻烦的。如果通分子，题目就会变得简单，易于比较。

$$\frac{12}{31} = \frac{60}{155} ; \frac{6}{17} = \frac{60}{170} ; \frac{5}{12} = \frac{60}{144} ; \frac{30}{67} = \frac{60}{134}$$

$$\frac{60}{134} > \frac{60}{144} > \frac{60}{155} > \frac{60}{170}$$

$$\frac{30}{67} > \frac{5}{12} > \frac{12}{31} > \frac{6}{17}$$

由此可见，他们排列的顺序是不对的。

## 7. 正好分完

有 6 堆桃，把第一堆平均分给 8 个人，还余 5 个；把第二堆平均分给 8 个人，还剩 4 个；把第三堆平均分给 8 个人，还余 3 个；把第四堆平均分给 8 个人，还余 7 个；把第五堆平均分给 8 个人，还余 1 个；第六堆与第二堆的个数一样多；如果把六堆桃子放在一起，平均分给 8 个人，能不能正好分完？为什么？

分析与解 第六堆与第二堆的桃子个数一样多，说明把第六堆平均分给 8 个人，也余 4 个。

因为一堆一堆分完后，余下的桃加起来正好是 8 的倍数，即

$$(5 + 4 + 3 + 7 + 1 + 4) \div 8 = 3 \text{ 所以把六堆放在一起分，正好分完。}$$

## 8. 个位数字是几？

五（1）班有学生 38 人，他们住在同一条街的一侧；他们家的门牌号数分别是 7 号、17 号、27 号、37 号、47 号、……、357 号、367 号、377 号。把他们 38 家的门牌号数相乘，所得的积的个位数字是几？

分析与解 我们知道，若个数相乘的积，其个位数字决定于这若干个数的个位数字的乘积的个位数字。38 家的门牌号数相乘，其积是：

$$7 \times 17 \times 27 \times 37 \times 47 \times \dots \times 367 \times 377$$

观察上面算式可以看出，每个因数个位数字都是 7。通过计算，不难发现，若干个 7 的乘积的个位数字有如下规律：

7 的个位数字是 7； $7^5$  的个位数字是 7；

$7^2$  的个位数字是 9； $7^6$  的个位数字是 9；

$7^3$  的个位数字是 3； $7^7$  的个位数字是 3；

$7^4$  的个位数字是 1； $7^8$  的个位数字是 1。

由上面可见，7 的若个数连乘，所得的积的个位数字只有 7、9、3、1，并且按这个顺序重复出现。因此，若干个门牌号连乘，其积的个位数字也有同样的规律。

根据这个规律，很快推出：

$38 \div 4 = 9 \dots 2$ ，余数 2 表示 38 家的门牌号连乘，其积的个位数字是 7、9、3、1 中的第二个数字，即是 9。

## 9. 巧凑 1995

在下面 13 个 8 之间的适当位置添上 +、-、×、÷ 运算符号或括号，使得下式成立：

$$8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8$$
$$=1995$$

分析与解 先找一个接近 1995 的数，如：

$$8888 \div 8 + 888 = 1999$$

这个数比 1995 大 4，这样，就把原来的问题转化成找出利用剩下的 5 个 8 添上适当的运算符号，得出结果是 4 的算式。因为

$$(8 + 8 + 8 + 8) \div 8 = 4$$

$$1999 - 4 = 1995$$

所以，这个等式为

$$8888 \div 8 + 888 - (8 + 8 + 8 + 8) \div 8 = 1995$$

## 10. 街道主任的数学题

一次数学小组到安华小区去做社会调查。数学小组同学问街道主任：“您这个小区有多少人口？”，街道主任风趣地说：“ $5^{1995}$  的末四位数字就是这个小区的人口数！”原来这位主任是一位退休的数学教师。小组同学很快算出了安华小区的人口数。同学们你也算算看。

分析与解 从  $5^5$  开始，积为四位数字。

$$5^5 = 3125$$

$$5^6 \text{ 的末四位数字为 } 5625$$

$$5^7 \text{ 的末四位数字为 } 8125$$

$$5^8 \text{ 的末四位数字为 } 0625$$

$$5^9 \text{ 的末四位数字为 } 3125$$

.....

观察上面的计算结果 2，很快发现，从  $5^5$  开始， $5^n$  的末四位数字的变化是有规律的，每隔 3 个就重复出现：3125、5625、8125、0625、3125、5625、8125、0625、3125、.....

$$1995 \div 4 = 498 \dots 3$$

所以， $5^{1995}$  的末四位数字是 8125，安华小区人口为 8125 人。

## 11. 小明的哥哥今年几岁？

用 9 去除一个六位数，所得的商是一个没有重复数字的最小的六位数，而原来的六位数的数字和正好是小明哥哥的年龄。请问小明的哥哥今年几岁？

分析与解 题中谈到“用 9 去除一个六位数，所得的商是一个没有重复数字的最小六位数。”根据这个条件，可推出这个商是 102345。

依题意，原来的六位数为

$$102345 \times 9 = 921105$$

原来六位数的数字和为：

$$9 + 2 + 1 + 1 + 5 = 18$$

所以，小明的哥哥今年 18 岁。

### 12. 倒数第 100 面彩旗是什么颜色？

为了迎接建国 45 周年，某街道从东往西按照五面红旗、三面黄旗、四面绿旗、两面粉旗的规律排列，共悬挂 1995 面彩旗，你能算出从西往东数第 100 面彩旗是什么颜色的吗？

分析与解 从西往东倒数第 100 面彩旗，是从东往西正数第几面彩旗呢？这是正确解答本题的关键。

从西往东倒数第 100 面彩旗相当于从东往西正数第 1896 面彩旗，因为  $1995 - 100 + 1 = 1896$

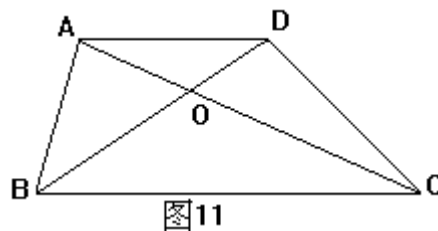
已知按“五红、三黄、四绿、两粉”的规律排列，即每 14 面彩旗又重复出现。

$$1896 \div (5 + 3 + 4 + 2) = 135 \dots 6$$

余数为 6，所以正数第 1896 面彩旗为黄色。

### 13. 停车场的面积

胜利公园前面有一块梯形停车场，如下图。图中三角形 ABC 的面积是 253 平方米，三角形 BOC 的面积比三角形 AOD 的面积大 42 平方米，问停车场的面积是多少平方米？



分析与解

$$S_{ABC} = S_{BCD} = 253 \text{ (平方米) (同底等高)}$$

$$S_{ABC} + S_{BCD} = 253 \times 2 = 506 \text{ (平方米)}$$

根据“三角形 BOC 面积比三角形 AOD 面积大 42 平方米”这一条件，可知：

$$S_{AOD} = S_{BOC} - 42。$$

即  $S_{\text{梯形} ABCD}$

$$= S_{ABO} + S_{BOC} + S_{DOC} + S_{AOD}$$

$$= S_{ABC} + S_{DOC} + S_{BOC} - 42$$

$$= S_{ABC} + S_{BCD} - 42$$

$$= 253 + 253 - 42$$

$$= 464 \text{ (平方米)}$$

所以，停车场面积为 464 平方米。

### 14. 最大填几？最小填几？

在 523 后面添上一个三位数，使所得六位数同时能被 7、8、9 整除，所

填三位数最大是几？最小是几？

分析与解 所得六位数能被 7、8、9 整除，即能被 7、8、9 的最小公倍数 504 整除。

在 523 后面添上三个 0，成为六位数 523000。

在 523 后面添上三个 9，成为六位数 523999，只要求出 523000 到 523999 之间哪些数是 504 的倍数，这些数的后三个数字组成的最大三位数和最小三位数，就是所要求的三位数。

$$523999 \div 504 = 1039 \dots 343$$

这说明从 523999 中减去 343 的差就是 504 的倍数。

$$523999 - 343 = 523656$$

656 仍大于 504，所以  $523656 - 504 = 523152$ ，仍是 504 的倍数。

所以所填最大三位数是 656；所填最小三位数为 152。

### 15. 让剩下的数最大

把前十个质数由小到大、从左向右排成一行，删掉其中十个数字，让剩下的数最大，应该怎么删？

分析与解 前十个质数是：2、3、5、7、11、13、17、19、23、29。把前十个质数由小到大排成一行是：

$$2357111317192329$$

一共是十六个数字。删去其中十个数字，则剩下六个数字，即是个六位数。要使这个六位数最高位是 9 是不可能的。从左向右看，第一个数字 9 的前面最大的数字是 7，应选 7 作为剩下的六位数的最高位的数字，而将它前面的数字 2、3、5 删去。7 的后面当然是取 9 最大，将其前的七个数字 1、1、1、3、1、7、1 删去。于是得到所求的最大的数是 792329。

### 16. 勾掉其中一个数字

两个数的和是 51，勾掉大数中的一个数字，得到的是小数，求出这两个数。

分析与解 根据已知条件可以断定，两个数中一个是两位数，一个是一位数。这个两位数的十位数字一定是 4。如果比 4 小，两个数的和就要小于 51，当然，比 4 大也是不可能。因此，小数是 4，而大数是 47。

### 17. 试验园地有多大？

和平里小学园艺小组有一块正方形的试验园地。他们在这块园地里进行小麦和玉米的良种培育试验。其中小麦占地 105 平方米，玉米占地  $8x$  平方米，如下图，那么这块试验田一共有多少平方米？（正方形边长为整数）

分析与解 由玉米试验园地 BCFE 占地  $8x$  平方米可以知道，BC 长  $x$  米，这就是正方形的边长。正方形边长不可能是 8 米。如果是 8 米，正方形面积就是 64 平方米，反而小于小麦占地面积，这是不可能的，因此 8 米是 EB 的长。

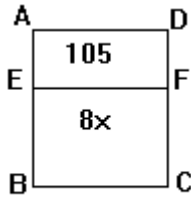


图12

又知道长方形 AEFD 的面积是 105 平方米。根据

$$105=105 \times 1$$

$$105=35 \times 3$$

$$105=21 \times 5$$

$$105=15 \times 7$$

可以推出，长方形 AEFD 的长和宽可能是 105 米和 1 米；或 35 米和 3 米；或 21 米和 5 米；或 15 米和 7 米。

如果 AD 长 105 米，AE 长 1 米，那么  $AE+EB=1+8=9$ （米），这样 AB 就不等于 AD 了，与“正方形边长相等”矛盾，所以 105 米和 1 米不可能是长方形 AEFD 的长和宽。

同样道理，可推出 35 米和 3 米；21 米和 5 米，都不可能是长方形 AEFD 的长和宽。只有当  $AD=15$ ， $AE=7$  时， $AB=7+8=15$ ，从而得出  $AB=AD$  符合题意。

所以正方形面积为： $15^2=225$ （平方米）

### 18. 往返一次需要几小时？

两个港口相距 240 公里，一轮船往返于两港之间，往返一次需 35 小时，逆水航行比顺水航行要多用 5 小时。现有一艘机帆船，每小时航行 12 公里，这机帆船往返一次需要几小时？

分析与解 轮船逆行需要： $(35+5) \div 2=20$ （小时）

轮船顺行需要： $(35-5) \div 2=15$ （小时）

轮船逆行速度为： $240 \div 20=12$ （公里）

轮船顺行速度为： $240 \div 15=16$ （公里）

水流速度为： $(16-12) \div 2=2$ （公里）

机帆船顺水速度为： $12+2=14$ （公里）

机帆船逆水速度为： $12-2=10$ （公里）

机帆船顺水需要： $240 \div 14=17\frac{1}{7}$ （小时）

机帆船逆水需要： $240 \div 10=24$ （小时）

机帆船往返一次需要： $17\frac{1}{7}+24=41\frac{1}{7}$

（小时）

### 19. 打碎玻璃是要赔的

把 100 块玻璃由甲地运往乙地。按规定，把一块玻璃安全运到，得花运费 3 元。如果运输途中打碎一块玻璃，则要赔偿 5 元。在结算时共得运输费 260 元，问在运输中打碎了几块玻璃？

分析与解 假设 100 块玻璃全部运到,应得运费 300 元,而实际只得 260 元即少得 40 元。这说明打碎了玻璃,不但不给运费,还要倒扣赔偿。每打碎一块玻璃,要少得  $3+5=8$ (元)。已知共少得 40 元,40 元中有几个 8 元就是打碎了几块玻璃。

$$\begin{aligned} & (3 \times 100 - 260) \div (3+5) \\ & = 40 \div 8 \\ & = 5 \text{ (块)} \end{aligned}$$

## 20. 先不要动手

一张长方形的纸,按照下图方法折叠几次以后,用剪刀在三角形中间剪开,剪出来的是什么形状的纸片?一共有几个?请先不要动手,用脑子想,得出答案,然后再折一折,剪一剪,看看你的答案对不对。

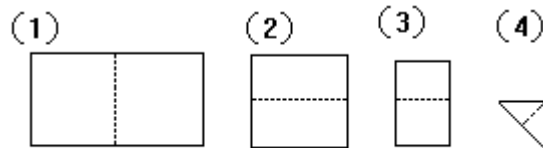


图 13

分析与解 8 个三角形。

## 21. 卖菜

安华里菜站运来 84 斤黄瓜、105 斤西红柿、126 斤茄子,售货员把这些菜一份一份地称好了,正好称完,每份的黄瓜、西红柿、茄子都一样多。售货员很快把这些菜卖完了。经理问售货员,这些菜卖给了多少人?每人至少能买多少斤?他一时说不出来,请你帮助算一算。

分析与解 根据题中条件可以看出,买菜人数一定是 84、105、126 的公约数,又要求每人买的斤数最少,所以买菜人数一定是 84、105、126 的最大公约数。

$$(84, 105, 126) = 21$$

一共卖给了 21 人,每人买 4 斤黄瓜、5 斤西红柿、6 斤茄子,共买菜:

$$4+5+6=15 \text{ (斤)}$$

## 22. 小猴子数桃子

猴子妈妈采来了一篮桃子,她让小猴子数一数共采了多少桃子。小猴子 3 个 3 个地数,最后多出 1 个,它就把多出的一个扔在一边;它又 5 个 5 个地数,到最后还是多出一个,它又把多出的 1 个扔在一边;最后它 7 个 7 个地数,还是多出 1 个。它数了三次,到底有多少桃子,还是不清楚。小朋友,你知道这篮子里至少有多少个桃子吗?

分析与解 本题可概括为“一个数用 3 除余 1,用 5 除余 2,用 7 除余 3,这个数最小是多少?”

我们从余数开始逆推:

由于用 3 除余 1，所以这个数为  $3n+1$  ( $n$  为正整数)。

要使  $3n+1$  这个数继而满足用 5 除余 2 的条件，可用  $n=1, 2, 3, \dots$  来试代，发现当  $n=2$  时， $3 \times 2+1=7$  满足条件。

由于 15 能被 3 和 5 整除，所以  $15m+7$  这些数 ( $m$  为正整数)，也能满足用 3 除余 1，用 5 除余 2 这两个条件。

在  $15m+7$  中选择适当的  $m$ ，使之用 7 除得到的余数为 3。也是采取试代的方法，试代的结果得出：当  $m=3$  时满足条件。

这样  $15 \times 3+7=52$  为所求的答案，也就是说这篮桃子至少有 52 个。

对于这类用 3、5、7 三个数来除分别得到不同余数的题目，有没有一个解答的规律呢？有。我国有个著名的余数定理，它可以用四句诗来形象地记忆。

三人同行七十稀，  
五树梅花廿一支，  
七子团圆正半月，  
抛五去百便得知。

这四句诗叫“孙子点兵”歌，外国称它为“中国剩余定理”。这首诗的意思是：70 乘上用 3 除所得的余数，21 乘上用 5 除所得的余数，15 乘上用 7 除所得的余数，然后把这三个乘积加起来，其和加或减 105 的整数倍，就可以得到所需要的数了。

现在我们回到本题，并运用上述办法求解。由于用 3 除余 1，用 5 除余 2，用 7 除余 3，所以，

$$\begin{aligned} &70 \times 1+21 \times 2+15 \times 3 \\ &=70+42+45 \\ &=157 \end{aligned}$$

因为要求的是最小值，所以

$$\begin{aligned} &157-105 \\ &=52 \end{aligned}$$

### 23. 保证他比别人得分多

若干名学生参加三次赛跑，在一次赛跑中获得第一名的学生得 10 分，第二名得 6 分，第三名得 2 分，而且没有并列情况，那么学生 A 在三次赛跑中至少要得多少分才能保证他比其他学生得分多？

分析与解 下面就学生 A 得几种分的情况进行讨论

如果学生 A 得： $10+10+10=30$  (分)

其他学生得分不多于： $6+6+6=18$  (分)

如果学生 A 得： $10+10+6=26$  (分)

其他学生得分不多于： $10+6+6=22$  (分)

如果学生 A 得： $10+6+6=22$  (分)

或  $10+10+2=22$  (分)

其他学生得分不多于： $10+10+6=26$  (分)

或  $10+6+6=22$  (分)

如果再继续讨论下去，学生 A 得分就会越来越小。观察上面几种情况，不难看出，学生 A 必须得 26 分才能保证他比其他学生得分多。

## 24. 温度上升 体积增加

温度每上升 4℃，某种气体体积就增加 5 立方厘米。如果温度是 34℃ 时，这种气体的体积是 36 立方厘米，那么温度是 10℃ 时，气体的体积是多少立方厘米？

分析与解 温度上升 4℃，气体体积就增加 5 立方厘米。

温度的变化是： $34-10=24$ （℃），气体在 34℃ 时的体积比在 10℃ 时的体积则增加  $5 \times (24 \div 4) = 30$ （立方厘米）

温度在 10℃ 时气体的体积是： $36-30=6$ （立方厘米）

## 25. 三辆汽车何时再相会？

某货运场有三辆汽车运货物，甲汽车运送一次要 1 个半小时，乙汽车运送一次要  $1\frac{1}{4}$  小时，丙汽车运送一次要 2 小时。如果三辆汽车早 8:00 同时从货运场出发，那么它们再次相会时将是什么时间？

分析与解 从早 8:00 到三辆汽车在货场再次相会，所经过的时间必定是 90 分（1.5 小时）、75 分（ $1\frac{1}{4}$  小时）、120 分（2 小时）的最小公倍数。

$$[90, 75, 120] = 1800$$

$$1800 \div 60 = 30 \text{（小时）}$$

$$30 \div 24 = 1 \dots 6$$

三辆汽车将于第二天下午 2:00 在货运场再次相会。

## 26. 师徒情谊深

师徒二人共同加工 26 个零件，徒弟先到车间，就先拿了一些零件放在自己的机床边。师傅来了，一看徒弟拿去要加工的零件太多了，他除了拿了留给他的零件外，又从徒弟那里拿过来一半零件。徒弟觉得自己应该多干一点，又从师傅那里拿来一半。师傅不肯，徒弟只好再给师傅 5 个零件。最后还是师傅比徒弟多加工 2 个零件。问徒弟最初准备加工的零件是多少？

分析与解 要想求徒弟最初准备加工多少个零件，应先求出徒弟最后加工多少个零件。

师徒二人一共加工 26 个零件，最后师傅比徒弟多加工 2 个，那么徒弟最后加工零件：

$$(26 - 2) \div 2 = 12 \text{（个）}$$

下面可以用逆推的方法，推出徒弟最初准备加工的零件数。

徒弟没给师傅 5 个零件时，徒弟有零件： $12 + 5 = 17$ （个）

从 26 个零件中减去 17 个零件，就是师傅在徒弟拿走他手中零件的一半后剩下的零件个数：

$$26 - 17 = 9 \text{（个）}$$

徒弟没从师傅那里拿走一半之前，师傅有零件： $9 \times 2 = 18$ （个）而这时徒弟只有零件： $26 - 18 = 8$ （个）



这 8 个零件是师傅拿走徒弟手中零件的一半后剩下的，因此师傅没拿走徒弟手中零件的一半之前徒弟有零件：

$$8 \times 2 = 16 \text{ (个)}。$$

### 27. 由“相等”入手

和平里小学五年级四个班共买了 135 本图书，但不知道每班各买了多少本，只知道，如果五（1）班减少 3 本，五（2）班加上 3 本，五（3）班增加一倍，五（4）班减少一半，那么四个班所买的图书本数就相等了。请你帮助算一算，每个班各买了多少本？

分析与解 设五（3）班买了图书  $x$  本，那么根据题意，五（3）班所买图书本数的两倍，等于五（1）班所买图书本数减 3，所以五（1）班所买图书本数应为  $2x+3$ ；同理可推得，五（2）班所买图书本数应为  $2x-3$ ，五（4）班所买图书本数应为  $4x$ 。

列方程，得

$$(2x+3) + (2x-3) + x + 4x = 135$$

解方程，得

$$x = 15$$

五（1）班买图书  $2x+3=30+3=33$ （本）

五（2）班买图书  $2x-3=30-3=27$ （本）

五（3）班买图书  $x=15$ （本）

五（4）班买图书  $4x=4 \times 15=60$ （本）

### 28. 先锯后拼

把一个长 25 厘米、宽 10 厘米、高 4 厘米的长方体木块锯成若干个大小相等的正方体，然后拼成一个大的正方体，问这个正方体的表面积是多少平方厘米？

分析与解 原长方体的体积为： $25 \times 10 \times 4 = 1000$ （立方厘米），那么把这个长方体锯成若干个大小相等的正方体后所拼成的大正方体的棱长为：

$$1000 = 10 \times 10 \times 10$$

即正方体棱长为 10 厘米。

所以，所拼成的大正方体的表面积为：

$$10 \times 10 \times 6 = 600 \text{ (平方厘米)}$$

### 29. 其实并不难

$$1995 \times 1995 + 1994 \times 1994 - 1995 \times 1994 - 1994 \times 1993$$

分析与解

$$\text{原式} = (1994+1) \times 1995 + 1994 \times 1994 - 1995 \times 1994$$

$$- 1994 \times 1993$$

$$= 1994 \times 1995 + 1995 + 1994 \times 1994 - 1995 \times 1994$$

$$- 1994 \times 1993$$

$$= 1995 + 1994 \times 1994 - 1994 \times 1993$$

$$=1995+1994 \times (1993+1) - 1994 \times 1993$$

$$=3989$$

### 30 . 小数点移动的学问

甲、乙两数的和是 43 . 648。如果把甲数的小数点向右移动一位就等于乙数，甲、乙二数各是多少？

甲数减去乙数等于 36 . 63，甲数的小数点向左移动两位就等于乙数，甲、乙二数各是多少？

分析与解

根据题中条件：“甲数的小数点向右移动一位就等于乙数”说明乙数是甲数的 10 倍，那么 43 . 648 是甲数的 (10+1) 倍，所以，

$$\text{甲数为：} 43 . 648 \div (10+1) = 3 . 968$$

$$\text{乙数为：} 3 . 968 \times 10 = 39 . 68$$

根据题中条件：“甲数的小数点向左移动两位就等于乙数”，说明甲数缩小到百分之一后就等于乙数，即甲数是乙数的 100 倍，或甲数比乙数大 (100-1) 倍。这 (100-1) 倍正好是 36 . 63，所以

$$\text{乙数为：} 36 . 63 \div (100-1) = 0 . 37$$

$$\text{甲数为：} 0 . 37 \times 100 = 37$$

### 31 . 小华拿走多少个球？

把若干只小盒排成一行，每只盒子里都放上球。从第一只小盒开始，放入小球的个数依次是 1、2、3、4、……。小华从中拿走一只盒子里的球，剩下所有盒子里的球数总和为 200 个。小华拿走多少个球？

分析与解 当小华未拿走球时，所有盒子里球的总数一定大于 200，而这些球的总数一定是：

$1+2+3+\dots$ ，即若干个连续自然数的和。那么，从这个和中减去其中一个加数，其差应为 200。

设共有 19 只小盒，那么球的总数为

$$1+2+3+\dots+19 = (1+19) \times 19 \div 2 = 190$$

这个数小于 200，不符合题意。

设共有 20 只小盒，那么球的总数为

$$1+2+3+\dots+20 = (1+20) \times 20 \div 2 = 210$$

这个数比 200 大， $210-200=10$ 。若小华拿走 10 个球，就符合题意了。

设共有 21 只小盒，那么球的总数为

$$1+2+3+\dots+21 = (1+21) \times 21 \div 2 = 231$$

这个数比 200 大， $231-200=31$ ，不合题意，因为最后一个盒里才装 21 个球，小华取走 31 个不合理。

所以小华拿走的那一小盒，里面装有 10 个球。

### 32 . 求商

一个六位数 23 56 是 88 的倍数，这个数除以 88 的商是多少？

分析与解 设这个六位数为 $\overline{23A56B}$ 。因为这个六位数是88的倍数，所以必定是8和11的倍数。

根据能被8整除的数的特征：“一个数的末三位数能被8整除，这个数就能被8整除”，B可以取0或8。

如果B=0，那么，根据能被11整除的数的特征：“一个数，奇数位上数字和与偶数位上数字和的差被11整除，这个数就能被11整除”可以知道： $2+A+6-(3+5+0)=A$ 是0或11的倍数。显然，A不可能是11的倍数，因为A必须小于10。因此得到

$$A=0$$

所以六位数为：230560

除以88的商为： $230560 \div 88=2620$

如果B=8，那么根据能被11整除的特征，可求得A=8，于是六位数为238568。这个数与88的商为：

$$238568 \div 88=2711$$

### 33. 按要求组数

用0、1、2、3、7、8六个数字可以组成多少个能被9整除的、没有重复数字的四位数。

分析与解 能被9整除的数的特征是：“一个数各个数位上的数字和能被9整除，这个数就能被9整除。”

在0、1、2、3、7、8这六个数字中，1、2、7、8与0、3、7、8这两组数字的数字和都是9的倍数。因此，用这两组数字组成的四位数必然能被9整除。

用1、2、7、8能组成24个四位数。

用0、3、7、8能组成18个四位数。

所以一共可以组成 $24+18=42$ （个）能被9整除、又没有重复数字的四位数。

### 34. 分解凑整

$$145 \frac{1}{11} \times \frac{1}{12}$$

$$1995 \times 199419941994 - 1994 \times 199519951995$$

分析与解

$$\begin{aligned} & 145 \frac{1}{11} \times \frac{1}{12} \\ &= 144 \frac{12}{11} \times \frac{1}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left( 144 + \frac{12}{11} \right) \times \frac{1}{12} \\
&= 144 \times \frac{1}{12} + \frac{12}{11} \times \frac{1}{12} \\
&= 12 \frac{1}{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&1995 \times 199419941994 - 1994 \times 199519951995 \\
&= 1995 \times 1994 \times 100010001 - 1994 \times 1995 \times 100010001 \\
&= 0
\end{aligned}$$

### 35 . 以除代乘

$$48 \times 25$$

$$568 \times 125$$

$$3.44 \times 0.05$$

分析与解  $48 \times 25$

$$= 48 \times (25 \times 4) \div 4$$

$$= 4800 \div 4$$

$$= 1200$$

$$568 \times 125$$

$$= 568 \times (125 \times 8) \div 8$$

$$= 568000 \div 8$$

$$= 71000$$

$$344 \times 0.05$$

$$= 344 \times 5 \times 0.0001$$

$$= 344 \times 10 \div 2 \times 0.001$$

$$= 0.0172$$

一分数分别与 5、25、125 相乘，可以先把这个数分别扩大 10 倍、100 倍、1000 倍，然后再分别除以 2、除以 4、除以 8，这种方法叫做以除代乘法。

### 36 . 聪明的会计

光华小学的体育老师带一些钱到体育商店买了 72 个小足球。当他拿着发票到会计处报销时，不小心把两点墨水滴在发票上了，正好滴在总钱数的两个数字上，使总钱数变成了 67.9 元。同学们，你能根据这些条件算出每个小足球的单价吗？聪明的会计很快就算出来了。

分析与解 67.9 元 = 679 分

因为 679 分是 72 个小足球的总价钱，所以它能被 72 整除，同时也能被 8 和 9 整除。

根据能被 8 整除的数的特征，这个数的末三位数应能被 8 整除，可以断定末三位数为 792，即末位数字为 2。根据能被 9 整除的数的特征，这个数的各位数字之和必为 9 的倍数。当这个数首位数字为 3 时，就能满足要求。（因为  $3+6+7+9+2$  之和能被 9 整除）

总价钱为 36792 分 = 367.92 元，每个小足球单价为

$$367.92 \div 72 = 5.11 \text{ (元)}$$

### 37. 雪后步测圆周长

大雪过后，欧可和老师共同步测一个圆形花坛的周长，他俩的起点和走的方向完全相同，欧可每步长 48 厘米，老师每步长 60 厘米。由于两人脚印有重合，所以雪地上只留下 80 个脚印，求花坛的周长。

分析与解欧可和老师从起点到第一次脚印重合所走过的距离为 48 和 60 的最小公倍数 240 (厘米)。

$240 \div 48 = 5$  (步)，即欧可有 5 个脚印。

$240 \div 60 = 4$  (步)，即老师有 4 个脚印。

因为他俩有一个脚印是重合的，所以 240 厘米长的这段距离共有

$5 + 4 - 1 = 8$  (个脚印)

又因为一周共留下 80 个脚印， $80 \div 8 = 10$ ，即一周内共含 10 个 240 厘米的距离。

$$\begin{aligned} \text{所以花坛周长为：} & 240 \times 10 = 2400 \text{ (厘米)} \\ & = 24 \text{ (米)} \end{aligned}$$

### 38. 不用通分

求 (1)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$  的和。

(2)  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{1993 \times 1995}$  的和。

分析与解

$$\begin{aligned} \text{(1) 原式} &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} \\ &= 1 - \frac{1}{9} \\ &= \frac{8}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \frac{1}{2} \\ &\quad \times \left(\frac{1}{1993} - \frac{1}{1995}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{1993} - \frac{1}{1995}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{1995}\right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1994}{1995}$$

$$= \frac{997}{1995}$$

以上解法叫做“拆分”。有关“拆分”的知识，这里不能一一列讲，请同学们自己学点“拆分”的知识，对提高自己的计算能力是有很大好处的。

### 39. 多少雁？多少雀？

有一群雁向南飞，迎面飞来一群雀。两雀对一雁，还多一雁；两雁对三雀，还多二雀。问有多少雁？多少雀？

分析与解 根据题中条件“两雀对一雁，还多一雁”可知，假如再飞来两只雀的话，就恰好是“两雀对一雁”了，这就是说，雀数恰好是雁数的2倍了。实际上，雀数是雁数的2倍少2，即

$$\text{雀数} = \text{雁数} \times 2 - 2 \quad (1)$$

又根据题中条件“两雁对三雀还多二雀”可知，假如飞走两只雀的话，就恰好是“两雁对三雀”了，也就是说，雀数就是雁数的1.5倍了，实际上雀数是雁数的1.5倍多2，即

$$\text{雀数} = \text{雁数} \times 1.5 + 2 \quad (2)$$

比较(1)、(2)两式可知，4只雀相当于雁数的 $2 - 1.5 = 0.5$ (倍)，由此不难求出：

$$\text{有雁} : 4 \div 0.5 = 8 \text{ (只)}$$

$$\text{有雀} : 8 \times 2 - 2 = 14 \text{ (只)}$$

### 40. 有趣的算式

请你先算出下面三算式的结果

$$11 \times 11 =$$

$$111 \times 111 =$$

$$1111 \times 1111 =$$

再根据这些算式的积的规律，写出 $\underbrace{11112 \cdot 431}_{9\text{个}1} \times \underbrace{11112 \cdot 431}_{9\text{个}1}$ 的结果，

并计算出这个积的数字和。

分析与解 通过计算得出，下列3个算式的积为

$$11 \times 11 = 121$$

$$(2\text{个}1) (2\text{个}1)$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$(3\text{个}1) (3\text{个}1)$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$(4\text{个}1) (4\text{个}1)$$

根据上面三个算式的积的规律，不难看出

$$\underbrace{11112 \cdot 431}_{9\text{个}1} \times \underbrace{11112 \cdot 431}_{9\text{个}1} = 12345678987654321$$

$$9\text{个}1 \quad 9\text{个}1$$

所以，积的数字和为： $(1+2+3+\dots+8) \times 2+9=81$ 。

#### 41. 射击比赛

甲、乙二人进行射击比赛。规定每中一发记 20 分，脱靶一发扣去 12 分。两人各打了 10 发子弹，共得 208 分，其中甲比乙多得 64 分，甲、乙二人各中了多少发？

分析与解 根据题中条件，可以求出：

$$\text{甲得：} (208+64) \div 2=136 \text{ (分)}$$

$$\text{乙得：} (208-64) \div 2=72 \text{ (分)}$$

又知甲、乙二人各打了 10 发子弹，假设甲打的 10 发子弹完全打中，应该得  $20 \times 10=200$  (分)，比实际多得  $200 - 136=64$  (分)，这是因为每脱靶一发比打中一发少得  $20+12=32$  (分) 的缘故。多出的 64 分里有几个 32 分，就是脱靶几发。由此可得，甲脱靶了  $64 \div 32=2$  (发)

$$\text{所以甲打中 } 10-2=8 \text{ (发)}$$

列出综合算式如下：

$$10 - [20 \times 10 - (208+64) \div 2] \div (20+12) = 8 \text{ (发)}$$

同理，乙打中：

$$10 - [20 \times 10 - (208 - 64) \div 2] \div (20+12) = 6 \text{ (发)}$$

#### 42. 观察排列规律

观察下列各数排列规律：

$$\frac{0}{1} \text{ ' } \frac{1}{2} \text{ ' } \frac{2}{1} \text{ ' } \frac{1}{4} \text{ ' } \frac{2}{3} \text{ ' } \frac{3}{2} \text{ ' } \frac{4}{1} \text{ ' } \frac{2}{6} \text{ ' } \frac{3}{5} \text{ ' } \frac{4}{4} \text{ ' } \frac{5}{3} \text{ ' } \frac{6}{2} \text{ ' } \frac{1}{1} \text{ ' } \dots\dots$$

问  $\frac{11}{16}$  排在第几个位置上？

分析与解 观察分子排列规律：

$$0, 1, 2; 1, 2, 3, 4; 1, 2, 3, 4, 5, 6; \dots\dots$$

分子、分母之和规律如下：

$$1, 3, 3; 5, 5, 5, 5; 7, 7, 7, 7, 7, 7; \dots\dots$$

如果按分子，分母之和是否相同分组，第一组为 1；第二组为 3；第 3 组为 5；第四组为 7；……即分子、分母之和为奇数。假设一个分数在第  $n$  组，那么分子、分母之和为  $2n - 1$ 。

$\frac{11}{16}$  的分子分母之和是 27。

$$27 = 2 \times 14 - 1 \text{ 所以 } \frac{11}{16} \text{ 排在第 14 组中。}$$

由观察可知，一个分数排在某组的第几个数上，与分子的数值一致（除第一组外），所以  $\frac{11}{16}$  排在第 14 组第 11 个数。

$$\begin{aligned} \text{前 13 组共有：} & 1+2+4+6+\dots+2(13-1) \\ & = 1+2 \times (1+2+3+\dots+12) \\ & = 157 \end{aligned}$$

$$157+11=168$$

所以  $\frac{11}{16}$  排在第168个位置上。

#### 43. 两种取法一样吗？

一个筐里有 6 个苹果、5 个桃、7 个梨。

(1) 小华从筐里任取一个水果，有多少种不同的取法？

(2) 小华从这三种水果各取一个，有多少种不同的取法？

分析与解

(1) 只取苹果，有 6 种取法；只取桃，有 5 种取法；只取梨，有 7 种取法。根据加法原理，一共有  $6+5+7=18$  种不同取法。

(2) 分三步进行，第一步取一个苹果，有 6 种取法；第二步取一个桃，有 5 种取法；第三步取一个梨，有 7 种取法。根据乘法原理，要取三种不同类型的水果，共有

$$6 \times 5 \times 7 = 210 \text{ 种不同取法。}$$

#### 44. 十个数互不相同

如果十个互不相同的两位奇数之和等于 898，那么这十个数中最小的一个数是多少？

分析与解 要想使十个数中最小的那个两位奇数尽量小，必须使其它 9 个两位奇数尽量大，而且它们互不相同，那么，这九个数应取 83、85、87、89、91、93、95、97、99，它们的和是：

$$\begin{aligned} & (83+99) \times 9 \div 2 \\ & = 819 \end{aligned}$$

因此，最小的一个奇数为

$$898 - 819 = 79$$

#### 45. 判断数的奇偶性

在 20 ~ 100 中所有 3 的倍数的和是奇数还是偶数？

分析与解 从 20 ~ 100 中，所有 3 的倍数按从小到大的顺序排列是：

21、24、27、30、33、36、39、……、93、96、99

其中奇数为：21、27、33、39、……、93、99

这些奇数的个数为： $(99 - 21) \div 6 + 1$

$$\begin{aligned} & = 13 + 1 \\ & = 14 \end{aligned}$$

这就是说，在 20 ~ 100 中，所有 3 的倍数之和是由 14 个奇数和若干个偶数相加而得到的。14 个奇数的和为偶数，若干个偶数的和也为偶数，偶数加偶数仍为偶数。

所以，从 20 ~ 100 中，所有 3 的倍数的和为偶数。

46. 求 A、B 各是几



在  $\frac{1}{24} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$  中，A、B各是几？

分析与解 这类题，可以分步解答：

先找出 24 的约数：1、2、3、4、6、8、12、24

扩分：即把  $\frac{1}{24}$  的分子、分母同时乘以两个约数的和，如

$$\frac{1}{24} = \frac{3+8}{24 \times (3+8)}$$

拆分：即把扩分后所得的分数拆成两个分数之和，使两个约数恰为两个分数的分子：

$$\frac{1}{24} = \frac{3+8}{24 \times (3+8)} = \frac{3}{24 \times (3+8)} + \frac{8}{24 \times (3+8)}$$

约分：把所得的两个分数约分，便得到要求的结果：

$$\frac{1}{24} = \frac{3}{24 \times 11} + \frac{8}{24 \times 11} = \frac{1}{88} + \frac{1}{33}$$

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{88} + \frac{1}{33}$$

是不是就这一组答案呢？不是的，还有几组其他答案。请你再做出一组或几组答案来。

#### 47. 找等积三角形

右图平行四边形 ABCD 中 EF ⊥ AC，连结 BE、AE、CF、BF，与 BCE 等积的三角形有几个？

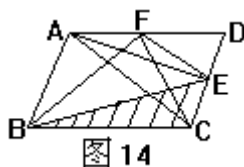


图 14

分析与解 在 ACE 与 BCE 中

$$CE = CE$$

$$AB \parallel DC$$

平行线间垂线相等，

$$S_{ACE} = S_{BCE} \text{ (同底等高)}$$

在 ACE 与 ACF 中，

$$AC = AC$$

$$AC \perp EF$$

平行线间垂线相等

$$S_{ACF} = S_{ACE}$$

同样道理，

$$S_{ABF} = S_{ACE}$$

与 BCE 等积的三角形有三个，它们是

ACE、ACF、ABF。

#### 48. 求三角形 ABC 的面积

在  $\triangle ABC$  中，AD 是 AC 的四分之一，AE 是 AB 的五分之二。若  $S_{\triangle AED} = 2$  平方厘米，求  $\triangle ABC$  的面积。

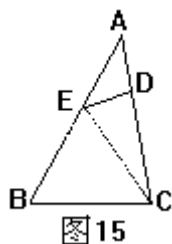


图 15

分析与解 连结 EC。

$$AC = 4AD$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle AEC} &= 4 \times S_{\triangle AED} \\ &= 4 \times 2 \\ &= 8 \text{ (平方厘米)} \end{aligned}$$

在  $\triangle ABC$  与  $\triangle AEC$  中

$$AE = \frac{2}{5} AB$$

$$S_{\triangle AEC} = S_{\triangle ABC}$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= S_{\triangle AEC} \div \frac{2}{5} \\ &= 8 \div \frac{2}{5} \\ &= 20 \text{ (平方厘米)} \end{aligned}$$

#### 49. 小朋友喝糖水

桌子上有一杯凉开水，里面放了 5 克糖。一个孩子跑来把糖水倒出一半喝掉，添上 3 克糖，加满水，和匀，走了。第二个孩子跑来，也把糖水倒出一半喝掉，添上 3 克糖，加满水，和匀，走了。……这样来过 1995 个孩子之后，杯子里的糖能增加到 10 克吗？

分析与解 原来杯子里有糖 5 克，即  $(6-1)$  克。

第一个孩子来过之后，杯子里有糖：

$$(6-1) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{11}{2} = \frac{12-1}{2} = \left(6 - \frac{1}{2^1}\right) \text{ 克。}$$

第二个孩子来过之后，杯子里有糖

$$\left(6 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{23}{4} = \frac{24-1}{4} = \left(6 - \frac{1}{2^2}\right) \text{ 克。}$$

第三个孩子来过之后，杯子里有糖

$$\left(6 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{47}{8} = \frac{48-1}{8} = \left(6 - \frac{1}{2^3}\right) \text{ 克。}$$

同理，第 1995 个孩子来过之后，杯子里有糖  $\left(6 - \frac{1}{2^{1995}}\right)$  克。

显然， $6 - \frac{1}{2^{1995}} < 6$ ，所以杯子里的水永远达不到 6 克，当然就更不可能增加到 10 克了。

## 50. 一个正方形里一个字

请你仔细观察右面的图形，把它分成五个正方形，使每个正方形包含一个字，应该怎样分？



图16

分析与解 具体分法如下图：



图17

## 51. 红花献给英雄

和平里小学五(1)班有学生40名，他们在一起做纸花，每人手中的纸从7张到46张不等，没有二人拿相同的张数。今规定用3张或4张纸做一朵花，并要求每人必须把分给自己的纸全部用光，并尽可能地要多做一些花，问最后用4张纸做的花共有多少朵？

分析与解 为了多做一些花，就需要尽量用3张纸做1朵花。我们采用列表的方法找出用4张纸做1朵花的规律。

	7	8	9	10	11	12	13	14	15	.....
用3张纸	1	0	3	2	1	4	3	2	5	.....
用4张纸	1	2	0	1	2	0	1	2	0	.....

从上表不难看出，用4张纸做花的朵数的规律是：1、2、0、1、2、0、1、2、0、.....

$$40 \div 3 = 13 \dots 1$$

$$(1+2) \times 13 + 1 = 40 \text{ (朵)}$$

## 52. 要求尽可能地小

有4个不同的自然数，它们当中任意两个数的和是2的倍数，任意三个数的和都是3的倍数。为了使这4个数尽可能地小，这4个数的和是多少？

分析与解 要满足“任意两个数的和都是2的倍数”这个条件，这4个数的奇偶性必须相同，要么都是奇数，要么都是偶数。

要满足“任意三个数的和是3的倍数”这个条件，要求这4个数中的每

个数要么都是 3 的倍数，要么都是被 3 除余 1 的数，要么都是被 3 除余 2 的数。但又要求“这 4 个数尽可能地小”，经试验，只有每个数都是被 3 除余 1 的数才行。

所以，这 4 个数为：1、7、13、19

这 4 个数的和是： $1 + 7 + 13 + 19 = 40$

### 53. 把苹果分成偶数堆

筐中有 72 个苹果，将它们全部取出来，分成偶数堆，使得每堆中苹果的个数相同。一共有多少种分法？

分析与解 72 的约数有：

1、2、3、4、6、12、18、24、36、72

在这些约数中一共有 8 个偶约数，即可分为：2 堆、4 堆、6 堆、12 堆、18 堆、24 堆、36 堆和 72 堆，一共有 8 种分法。

### 54. 化成有限小数

写出所有分母是两位数，分子是 1，而且能够化成有限小数的分数。

分析与解 当一个最简分数的分母只含 2 和 5 质因数时，这个分数就能化成有限小数。

所以，当分母是 16、32、64、25、10、20、40、80、50 时，这样的分数都能化成有限小数。

所要求的分数为： $\frac{1}{16}$ 、 $\frac{1}{32}$ 、 $\frac{1}{64}$ 、 $\frac{1}{25}$ 、 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{20}$ 、 $\frac{1}{40}$ 、 $\frac{1}{80}$ 、 $\frac{1}{50}$ 。

### 55. 速算

$$(1) 0.618 \times 999.9 + 0.0618$$

$$(2) \frac{1993 \times 1993 - 1994 \times 1992}{1994 \times 1994 - 1995 \times 1993}$$

分析与解

$$\begin{aligned} (1) \text{原式} &= 0.0618 \times 9999 + 0.0618 \\ &= 0.0618 \times (9999 + 1) \\ &= 0.0618 \times 10000 \\ &= 618 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{或 原式} &= 0.618 \times 999.9 + 0.618 \times 0.1 \\ &= 0.618 \times (999.9 + 0.1) \\ &= 0.618 \times 1000 \\ &= 618 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= \frac{(1992 + 1) \times 1993 - (1993 + 1) \times 1992}{(1993 + 1) \times 1994 - (1994 + 1) \times 1993} \\ &= \frac{1992 \times 1993 + 1993 - 1993 \times 1992 - 1992}{1993 \times 1994 + 1994 - 1994 \times 1993 - 1993} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{1}$$

$$= 1$$

### 56. 求正方形的面积

右图中 ABCD 是一个正方形，E、F、N、H 分别是 AB、BC、CD、AD 的中点。已知 A'B'C'D'（图中阴影部分）的面积是 4 平方厘米，求正方形 ABCD 的面积。

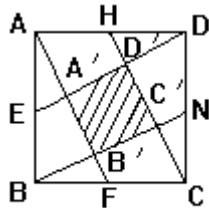


图18

分析与解 如果想用“边长×边长”去求正方形面积，那是办不到的。我们用“割补”的办法把原来的正方形转化成图 19，这时，很快就可发现，割补后的图形面积正好是阴影部分面积的 5 倍，也就是说，正方形 ABCD 的面积是阴影部分面积的 5 倍。

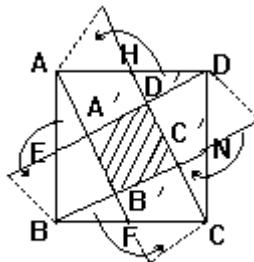


图19

所以正方形 ABCD 的面积为：

$$4 \times 5 = 20 \text{ (平方厘米)}$$

### 57. 现场出题

五(1)班学生到英雄笔厂包装车间参观。参观中，张老师根据包装台上的自动铅笔数，现场出了一道数学题，请同学们思考：

有 99 支合格的英雄牌自动铅笔需要装盒出厂。盒子有两种规格：一种可以装 12 支，另一种可以装 5 支。现在要把 99 支全部分装在两种盒子里，而且每一盒都装满，应该怎么装？

分析与解 设每盒装 12 支的用  $x$  盒，每盒装 5 支的用  $y$  盒，于是有  $12x + 5y = 99$

$$y = \frac{99 - 12x}{5}$$

把几种装笔情况列成下表

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	17.4	15	12.6	10.2	7.8	5.4	3	0.6
判断	×		×	×	×	×		×

从上表可以看出，一种装法是：12支的盒装2个，5支的盒装15个；另一种装法是：12支的盒装7盒，5支的盒装3盒。

### 58. 求 m 的最小值

1512 乘以一个整数 m，得到一个完全平方数，m 最小是几？

分析与解  $1512 = 2^3 \times 3^3 \times 7$ 。根据“若干个完全平方数的积必然是完全平方数”这一道理，我们只要在  $2^2 \times 3^2 \times 2 \times 3 \times 7$  的算式中，至少再乘以一个 2，一个 3，一个 7，使其成为  $2^2 \times 3^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 7^2$ ，这个积必然是完全平方数。

所以 m 的最小值为  $= 2 \times 3 \times 7 = 42$

### 59. 对号入座

洪波、陈荣、张润田 3 人分别在甲、乙、丙 3 个工厂工作，他们分别是钳工、车工和木工。现在知道，洪波不在甲厂，陈荣不在乙厂，在甲厂的不是车工，在乙厂的是钳工，陈荣不是木工，你知道张润田在哪个工厂，干的是何种工种吗？

分析与解 题中告诉我们，在乙厂的是钳工，在甲厂的不是车工，那么在甲厂的一定是木工。又知道洪波不在甲厂，陈荣不是木工，也就是说陈荣也不在甲厂，那么张润田一定在甲厂，是木工。

### 60. 合理分配

某种商品的价格是：每 1 个 1 角钱；每 5 个 4 角钱；每 9 个 7 角钱。小赵的钱至少能买 50 个，小李的钱至多能买 500 个，小李的钱比小赵的钱多多少？

分析与解 每 5 个 4 角钱，单价为  $\frac{4}{5}$  角。

每 9 个 7 角钱，单价为  $\frac{7}{9}$  角。

因为  $1 > \frac{4}{5} > \frac{7}{9}$ ，所以每 9 个 7 角钱的最便宜，其次是每 5 个 4 角

钱的。小李、小赵在购买这种商品时，一定采用最经济的买法。由于小赵最多能买 50 个，他 9 个 9 个地买，买 5 次，共买  $9 \times 5 = 45$ （个），再买 5 个，这样正好买 50 个，即

$$50 = 9 \times 5 + 5 \times 1$$

所以，小赵花的钱为  $7 \times 5 + 4 \times 1 = 39$ （角）

同样道理，小李最经济的买法是：

$$500 = 55 \times 9 + 5 \times 1$$

所以，小李花的钱为： $7 \times 55 + 4 \times 1 = 389$ （角）

小李的钱比小赵的钱多： $389 - 39 = 350$ （角） $= 35$ （元）

### 61. 余数相同求除数

有一个不等于 1 的整数，用它去除 967、1000、2001，得到的余数相同，这个整数是多少？

分析与解 如果一个整数分别去除几个整数，所得到的余数相同，那么这个数一定能整除这几个数两两的差，即所求整数能整除 967、1000、2001 两两的差。967、1000、2001 这三个数两两的差为：

$$1000 - 967 = 33 = 3 \times 11$$

$$2001 - 967 = 1034 = 2 \times 11 \times 47$$

$$2001 - 1000 = 1001 = 7 \times 11 \times 13$$

所求整数一定是 33、1034、1001 的公约数，33、1034、1001 的公约数是 11，所以 11 就是所要求的数。

### 62. 互赠图书

新年快到了，五年级三个班决定互相赠送一些图书，三个班原有的图书数量各不相同。如果五（1）班把本班的一部分图书赠给五（2）班和五（3）班，那么这两个班的图书数量各增加一倍；然后五（2）班也把本班的一部分图书赠给五（1）班和五（3）班，这两个班的图书数量也各增加一倍；接着五（3）班又把本班的图书一部分赠给五（1）班和五（2）班，这两个班的图书又各增加一倍。这时，三个班的图书数量都是 72 本，问原来各班各有图书多少本？

分析与解 我们采用逆推与列表的方法进行分析推理。在每次重新变化后，三个班的图书总数是不会改变的。由此，可以从最后三个班的图书数量都是 72 本出发进行逆推。（1）班、（2）班的图书各增加 1 倍后是 72 本，（1）班、（2）班的图书数量，在没有增加一倍时都是  $72 \div 2 = 36$ （本）。现在把（1）班、（2）班增加的本数（各 36 本）还给（3）班，（3）班应是  $72 + 36 + 36 = 144$ （本）。依此类推，求出三个班原来各有的本数。

为了使逆推过程看得更清楚，我们采用列表的方式进行。

	五（1）班	五（2）班	五（3）班
最后本数	72	72	72
前次本数	$72 \div 2 = 36$	$72 \div 2 = 36$	$72 + 36 \times 2 = 144$
再前次本数	$36 \div 2 = 18$	$36 + 18 + 72 = 126$	$144 \div 2 = 72$
原来本数	$18 + 63 + 36 = 117$	$126 \div 2 = 63$	$72 \div 2 = 36$

通过上表可以看出：五（1）班原有图书 117 本，五（2）班原有图书 63 本，五（3）原有图书 36 本。

为了保证解答正确，可根据题意，从最后求出的各班原有图书数量出发，按题目中三次分配办法进行计算，看看每班的图书是否最终都是 72 本。这样

通过顺、逆两方面推导，可确保解题正确。

### 63. 变幻无穷的彩灯

少年宫游乐厅内悬挂着 200 个彩色灯泡，这些灯或亮或暗，变幻无穷。200 个灯泡按 1~200 编号。灯泡的亮暗规则是：第 1 秒，全部灯泡变亮；第 2 秒，凡编号为 2 的倍数的灯泡由亮变暗；第 3 秒，凡编号为 3 的倍数的灯泡改变原来的亮暗状态（即亮的变暗，暗的变亮）；第 4 秒，凡编号为 4 的倍数的灯泡改变原来亮暗状态。这样继续下去，……200 秒为一周期。当第 200 秒时，哪些灯是亮着的？

**分析与解** 在解答这个问题时，我们要用到这样一个知识：任何一个非平方数，它的全体约数的个数是偶数；任何一个平方数，它的全体约数的个数是奇数。例如，6 和 18 都是非平方数，6 的约数有：1、2、3、6，共 4 个；18 的约数有 1、2、3、6、9、18，共 6 个。它们的约数的个数都是偶数。又例如，16 和 25 都是平方数，16 的约数有：1、2、4、8、16，共 5 个；25 的约数有 1、5、25，共 3 个。它们的约数的个数都是奇数。

回到本题。本题中，最初这些灯泡都是暗的。第一秒，所有灯都变亮了；第 2 秒，编号为 2 的倍数（即偶数）的灯由亮变暗；第 3 秒，编号为 3 的倍数的灯改变原来的亮暗状态，就是说，3 号灯由亮变暗，可是 6 号灯则由暗变亮，而 9 号灯却由亮变暗……。这样推下去，很难理出个头绪来。

正确的解题思路应该是这样的：凡是亮暗变化是偶数次的灯，一定回到最初状态，即是暗着的。只有亮暗变化是奇数次的灯，才是亮着的。因此，只要考虑从第 1 秒到第 200 秒这段时间，每盏灯变化次数的奇偶性就可判断灯的亮暗状态。

一个号码为  $a$  的灯，如果有 7 个约数，那么它的亮暗变化就是 7 次，所以每盏灯在第 200 秒时是亮还是暗决定于每盏灯的编号的约数是奇数还是偶数。我们已知道，只有平方数的全部约数的个数是奇数。这样 1~200 之间，只有 1、4、9、16、25、36、49、64、81、100、121、144、169、196 这 14 个数是平方数，因而这些号码的灯是亮着的，而其余各盏灯则都是暗着的。

用奇偶性分析解题，是我们经常用的一种解题方法，既灵活又有趣。

### 64. 求减数

在一道减法算式中，被减数加减数再加差的和是 674，又知减数比差的 3 倍多 17，求减数。

**分析与解** 根据题中条件，被减数 + 减数 + 差 = 674。可以推出：减数 + 差 =  $674 \div 2 = 337$ （因为被减数 = 减数 + 差）。

又知，减数比差的 3 倍多 17，就是说，减数 = 差  $\times$  3 + 17，将其代入：减数 + 差 = 337，得出：

$$\begin{aligned} \text{差} \times 3 + 17 + \text{差} &= 337 \\ \text{差} \times 4 &= 320 \\ \text{差} &= 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{于是，减数} &= 80 \times 3 + 17 \\ &= 257 \end{aligned}$$



### 65. $a \times b \times c = ?$

有三个整数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，已知  $a \times b = 480$ ， $a \times c = 360$ ， $b \times c = 432$ ，那么  $a \times b \times c = ?$

分析与解 从题中看到， $a$ 、 $b$ 、 $c$  这三个数中，任意两个数的积都是已知的。因此，只要求出这三个数中任何一个数，这三个数的积就可以知道了。

$$\frac{(a \times b) \times (a \times c)}{b \times c} = \frac{480 \times 360}{432}$$

$$\frac{a \times b \times a \times c}{b \times c} = 400$$

$$a^2 = 400$$

$$a = 20$$

$$a \times (b \times c) = 20 \times 432$$

$$a \times b \times c = 8640$$

还可以这样解答：

$$a \times b \times a \times c \times b \times c = 480 \times 360 \times 432$$

$$a^2 \times b^2 \times c^2 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$(a \times b \times c)^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5)^2$$

$$a \times b \times c = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 8640$$

### 66. 两位朋友的家相隔几个门？

甲、乙二人是朋友，他们都住在同一条胡同的同一侧，甲住 11 号，乙住 189 号。甲、乙二人的住处相隔几个门？

分析与解 甲、乙二人的家之间所有的门牌号组成了一个等差数列：11、13、15、17、……、189。

它的首项  $a_1 = 11$ ，公差  $d = 2$ ，末项  $a_n = 189$ 。这串数列的项数，可由等差数列通项公式的变形公式求出：

$$\begin{aligned} n &= (a_n - a_1) \div d + 1 \\ &= (189 - 11) \div 2 + 1 \\ &= 89 + 1 \\ &= 90 \end{aligned}$$

由此可知，从门牌 11 号到 189 号共有 90 个门牌号，所以甲、乙二人住处相隔  $90 - 2 = 88$  个门。

### 67. 不知长宽高求体积

有一个长方体，正面和上面两个面积的和为 209 平方厘米，并且长、宽、

高都是质数。求它的体积。

分析与解 设长方体的长、宽、高为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 。

根据题意：

$$a \times b + a \times c = 209$$

$$a \times (b + c) = 209 = 11 \times 19$$

11 不能分成两个质数的和，而 19 可分成 17 与 2 的和。因此，长方体体积为：

$$a \times b \times c = 11 \times 17 \times 2 = 374 \text{ (立方厘米)}$$

### 68 . 从一点看三面

有一个正方体，棱长是 13，它是由  $13 \times 13 \times 13 = 2197$  个单位小立方体粘在一起构成的。从正方体的一个顶点望去，最多能看到多少个单位立方体？

分析与解 从正方体的一个顶点最多能看到正方体相邻的三个面，每个面含有  $13 \times 13 = 169$  个小立方体的面。三个面共看到  $169 \times 3 = 507$  个小立方体的面。三个面相交成三条棱，三条棱上共有  $13 \times 3 - 2 = 37$  个小立方体，其中有一个小立方体在顶点上。显然，顶点上的这个小立方体，我们能看到它的三个面；其余 36 个棱上的小立方体，我们能看到它们每个两个面；至于其他能看到的小立方体。我们只能看到它们每个一个面。由此不难推出，能看到的小立方体的个数为

$$507 - 2 - 36 = 469 \text{ (个)}$$

### 69 . 一半真一半假

A、B、C、D 四人赛跑，三名观众对赛跑成绩做如下估计：

王晨说：“B 得第二名，C 得第一名。”

张旭说：“C 得第二名，D 得第三名。”

李光说：“A 得第二名，D 得第四名。”

实际上，每人都说对了一半。同学们，你能说出 A、B、C、D 各是第几名吗？

分析与解 先假设王晨说的“B 得第二名是”正确的。因为只能有一个人是第二名，所以“C 得第二名”，与“A 得第二名”就都是错误的。这样张旭与李光说的后半句话：“D 得第三名”和“D 得第四名”就应该是正确的了。然而这两句话自相矛盾，从而可以认定原始的假设是不成立的，应全部推翻。

再假设王晨说的：“C 得第一名”是正确的，从而推出“C 得第二名”是错误，而“D 得第三名”是正确的，而“D 得第四名”则又是错误的，因而“A 得第二名”则是正确的。在推导过程中没有出现矛盾，说明假设成立。

总之，推导的结论为：

A 得第二名，B 得第四名，C 得第一名，D 得第三名。

这题还可以用列表的方式来解答。这种方法比较直观，学生更容易接受。

	第一名	第二名	第三名	第四名
A				
B				
C				
D				

这里提供的只是一种列表方式，把三位观众的原始估计显示在表内，再根据题中条件进行推理、判断，最后推出正确结果。

### 70 . 汽油、机油和柴油

油库里有 6 桶油，分别装着汽油、柴油和机油。油桶上只标明 15 公升、16 公升、18 公升、19 公升、20 公升和 31 公升，却没有注明是哪一种油。只知道柴油是机油的 2 倍，汽油只有一桶。请你分析一下，各个油桶里装的是什么油？

**分析与解** 根据“柴油是机油的 2 倍”这一条件可知，这两种油之和一定是 3 的倍数。而六桶油的和为  $15 + 16 + 18 + 19 + 20 + 31 = 119$ （公升），119 除以 3 得到的余数为 2，说明汽油量是 3 的倍数还多 2 公升。又知“汽油只有一桶”，在油桶上标明的六个数中，只有 20 是 3 的倍数多 2 的数，所以标明 20 公升这一桶装的是汽油。从而可求出机油量为  $(15 + 16 + 18 + 19 + 31) \div 3 = 33$ （公升），柴油量为  $33 \times 2 = 66$ （公升）

通过观察可知，标明 15 公升与 18 公升的两桶装的是机油，标明 16 公升、19 公升与 31 公升的三桶装的是柴油。

### 71 . 有趣的“魔术数”

你知道“魔术数”吗？

将自然数 N 接写在另一个自然数的右边（例如，将 2 接着写在 34 的右边就是 342），如果得到的新数都能被 N 整除，那么自然数 N 就叫做魔术数。

小朋友，在小于 100 的自然数中，你能找到多少个这样的魔术数，它们各是几？

**分析与解** 我们首先发现 1 就是一个魔术数。因为不管把 1 写在哪一个自然数右边，所得的新数都能被 1 整除。在剩下的八个自然数中，可以断定 3、4、6、7、8、9 这六个自然数不是魔术数。这只要把这六个数分别接着写在 1 后面就可以明白了。那么剩下的 2 和 5 是不是魔术数呢？回答是肯定的。因为把 2 接写在任何一个自然数的右边，所得的新数的个位上的数字总是 2，这些新数一定能被 2 整除，所以 2 是魔术数。同样道理，5 也是魔术数，这样我们就找到了三个一位魔术数：1、2、5。

我们再寻找两位魔术数。两位数从 10 到 99 为止，一共是 90 个。我们先把每一个两位数接写在 1 后面，很快就能发现，除了 10、20、25、50 以外，其余的两位数都不能整除被接在 1 后面所得的新数，当然就肯定不是魔术数了。那么 10、20、25、50 这四个数是不是魔术数呢？10 是魔术数很容易确定。20 也是魔术数，因为把 20 接写在自然数 a 后面，新数就是  $(100a + 20)$ ，而  $100a + 20 = 20 \times (5a + 1)$ ，显然能被 20 整除。用上述办法同样可以证明：

25、50 也是魔术数。这样，我们就找到了四个二位魔术数 10、20、25、50。细心的小朋友从上面找魔术数的过程中一定会发现，一位魔术数 1、2、5 恰好是 10 的约数中所有的一位数；二位魔术数 10、20、25、50 恰好是 100 ( $10^2$ ) 的约数中的所有的二位数。那么，三位魔术数是不是 1000 ( $10^3$ ) 的约数中的所有的三位数？四位魔术数是不是  $10^4$  的约数中的所有四位数？进而  $n$  位魔术数是不是  $10^n$  的约数中的所有  $n$  位数？是的。不信你试试看。顺便告诉你，三位魔术数和三位以上的魔术数都是五个。这又是为什么？请你想想看。

## 72 . 求前 1995 个算式的和

有这样一串算式： $1+2+3$ ， $2+4+6$ ， $3+6+9$ ， $4+8+12$ ， $5+10+15$ ，……  
问这串算式的前 1995 个算式的和是多少？

分析与解 观察这串算式排列规律不难发现：

每个算式的第一个加数是几，那么这个算式就是这串算式的第几个算式。

每个算式中的第二个加数和第三个加数分别是第一个加数的 2 倍和 3 倍。依照这个规律，第 1995 个算式的和为： $1995+1995 \times 2+1995 \times 3=11970$ 。

再观察每个算式的和：

$$1+2+3=6, 2+4+6=12, 3+6+9=18$$

$4+8+12=24, 5+10+15=30, \dots$ 把这些算式的和排列起来，原来是一个首项是 6、公差是 6、末项是 11970 的等差数列，所以前 1995 个算式的和为：

$$\frac{(6+11970) \times 1995}{2} = 11946060$$

## 73 . 三位老师三个学校

王老师、李老师、张老师这三位老师中，一位是小学教师，一位是中学教师，一位是大学教师。这三位教师的情况是：

- (1) 张老师比大学教师年龄大；
- (2) 王教师和中学教师不同岁；
- (3) 中学教师比李老师年龄小。

请你判断谁是小学教师？谁是中学教师？谁是大学教师？

分析与解 从条件 (1) 可知，张老师不是大学教师。

从条件 (2) 可知，王老师不是中学教师。

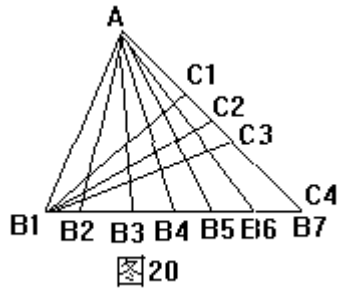
从条件 (3) 可知，李老师不是中学教师。

综合条件 (2)、(3) 可以得出：张老师是中学教师。

再根据条件 (1)，张老师的年龄大于大学教师，而张老师又是中学教师，可以推出：中学教师的年龄大于大学教师；根据条件 (3)，中学教师比李老师年龄小，说明大学教师的年龄更小于李老师，因而推出：李老师不是大学教师，而只能是小学教师，于是王老师只能是大学教师了。

## 74 . 不能数只能计算

右图中一共有多少个三角形？



分析与解  $AB_1B_7$  的底边一共有 6 个基本线段，所以，以  $B_1B_7$  为底边的三角形，一共有

$$1+2+3+4+5+6 = \frac{(1+6) \times 6}{2}$$

=21 (个)

这样三角形共有 4 层，共有三角形  $21 \times 4 = 84$  (个)

在  $AC_1$  为底边上共有 4 条基本线段，但以  $AC_4$  为底边的三角形在上式中已计算过。所以只能计算的  $C_1C_4$  为底边的三角形的个数就行了。 $C_1C_4$  上有 3 条基本线段，所以，以  $C_1C_4$  为底边的三角形共有：

$$1+2+3=6 \text{ (个)}$$

这样的三角形一共有 6 层 ( $AB_2$ 、 $AB_3$ 、 $AB_4$ 、 $AB_5$ 、 $AB_6$ 、 $AB_7$ )，共有

$$6 \times 6 = 36 \text{ (个)}$$

因此共有三角形

$$84 + 36 = 120 \text{ (个)}$$

75. 把一个正方体展开把一个正方体展开，有多少个不同的展开图？

分析与解

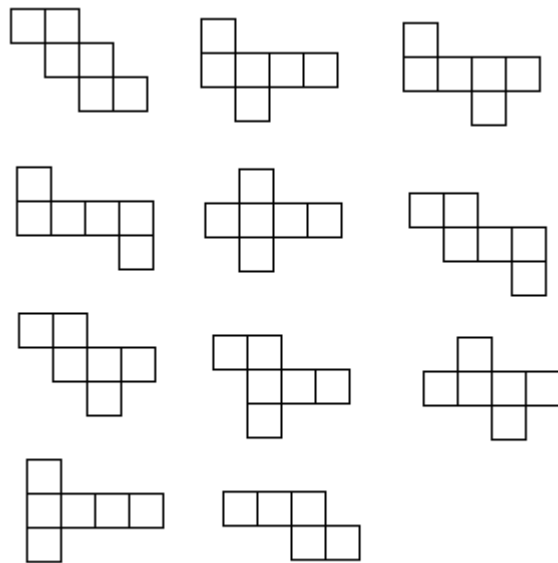


图21

共 11 种

## 76 . 判断奇、偶性

某校举行数学竞赛，共有 20 道题。评分标准规定，答对一题给 3 分，不答给 1 分。答错一题倒扣 1 分，全校学生都参加了数学竞赛，请你判断，所有参赛学生得分的总和是奇数还是偶数？

分析与解 以一个学生得分情况为例。如果他有  $m$  题答对，就得  $3m$  分，有  $n$  题答错，则扣  $n$  分，那么，这个学生未答的题就有  $(20-m-n)$  道，即还应得  $(20-m-n)$  分。

所以，这个学生得分总数为：

$$\begin{aligned} & 3m-n+(20-m-n) \\ & =3m-n+20-m-n \\ & =2m-2n+20 \\ & =2(m-n+10) \end{aligned}$$

不管  $(m-n+10)$  是奇数还是偶数，则  $2(m-n+10)$  必然是偶数，即一个学生得分为偶数。由此可见，不管有多少学生参赛，得分总和一定是偶数。

## 77 . 排队照相的学问

7 位老朋友相约在公园聚会，想照一张照片留念。如果他们站成一排，共有多少种站法？

分析与解 可以这样考虑：最左边的位置 7 个人都可以站，有 7 种站法；当这个人确定后，第二个位置就有 6 种站法；再确定之后，第三个位置就有 5 种站法；再确定之后，第四个位置就有 4 种站法；依此类推，到最后最后一个位置就只有一种站法了。因此，7 个人站队，一共有：

$$\begin{aligned} & 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ & =5040 \text{ 种不同站法} \end{aligned}$$

## 78 . 解题的关键是要先找“规律”

下面这串数是按一定规律排列的：

6、3、2、4、7、8、……

那么这串数的前 1995 个数的和是多少？第 1995 个数除以 5 余几？

分析与解 观察这串数的排列规律，不难发现：从第二个数起，每个数都比它前面那个数与后面那个数的和小 5，因此，这串数继续排下去为：

6、3、2、4、7、8、6、3、2、4、7、8、6、3、……

又发现 6、3、2、4、7、8 为一循环排列。

$$1995 \div 6 = 332 \dots 3$$

$$(6+3+2+4+7+8) \times 332 + (6+3+2)$$

$$= 30 \times 332 + 11$$

$$= 9971$$

前 1995 个数的和为 9971

第 1995 个数为：2

$$2 \div 5 = 0 \dots 2$$

第 1995 个数除以 5 余 2

### 79. 分数居第三位的同学至少得多少分？

某次数学考试，满分是 100 分。6 位同学的平均分是 91 分。这 6 人成绩各不相同，其中有一人得 65 分，那么，分数居第三位的同学至少得多少分？

分析与解 其他 5 位学生得分总和为：

$$91 \times 6 - 65 = 481 \text{ (分)}$$

要想使第三位学生得“至少”分数，就要使比他分数高的两位同学的分数尽量高，也就是得 100 分和 99 分；同时又要使分数比他低的两位同学的分数也尽量高（分数尽可能与他接近，即他的分数要尽量接近后三人的平均分）。

$$(481 - 100 - 99) \div 3 = 94$$

分数居第四位和第五位的两位同学至多得 94 分和 93 分，分数居第三位的同学至少得 95 分

### 80. 巧推六位数

有一个六位数： $\overline{ABCD56}$ ，把它的末两位数移到前面，得到一个新的六位数 $\overline{56ABCD}$ ，新六位数比原六位数少 303435，求原来六位数。

分析与解 根据题意，可得到下面算式：

$$\begin{array}{r} 56ABCD \\ +303435 \\ \hline ABCD56 \end{array}$$

观察上面算式，得：

$$D + 5 = 6 \quad D = 1$$

$$C + 3 = 5 \quad C = 2$$

$B + 4 = D$ ，即 B 与 4 和的个位数字为 1，只有当  $B = 7$  时才能满足要求，所以  $B = 7$

A 加 3 再加上从  $B + 4$  进位而来的 1，所得和的个位数字应为 C (=2)，由此推得： $A = 8$ 。

所以原六位数 $\overline{ABCD56}$ 为 872156

### 81. 架电线

光明乡一共有 30 个村，每 3 个村都不在一条直线上，每两村之间架一条电线，一共要架多少条电线？

分析与解 共有 30 个村，每 3 个村都不在一直线上，所以任意一村都与其他 29 个村架一条电线，30 村一共可以架  $29 \times 30 = 870$  (条)，但是这样算，把每条电线都计算了两次，因此，最多可以架电线：

$$29 \times 30 \div 2 = 435 \text{ (条)}$$

## 82. 从反面去想

1~100 中所有不能被 9 整除的数的和是多少？

分析与解 能被 9 整除的数，就是 9 的倍数。解答时只要把不是 9 的倍数的数挑出来，再相加求和就可以了。但 1~100 中不是 9 的倍数的数很多，计算起来很麻烦，我们不妨从另一个角度来考虑。先把 9 的倍数找出来，从 1~100 所有数的和中减去所有 9 的倍数的和，就是所要求的和。

能被 9 整除的数的和是：

$$9 \times (1+2+3+\dots+11) = 9 \times \frac{(1+11) \times 11}{2} = 594$$

1~100 所有数的和是

$$1+2+3+\dots+100 = \frac{(1+100) \times 100}{2} = 5050$$

1~100 所有不能被 9 整除的数的和是

$$5050 - 594 = 4456$$

## 83. 要求尽量小

有四个不同的自然数，它们当中任意两个数的和都是 2 的倍数，任意三个数的和都是 3 的倍数。为了使这四个数尽量小，这四个数分别是多少？

分析与解 四个数中的任意两个数的和都是 2 的倍数，说明四个数的奇偶性相同：要么都是奇数，要么都是偶数。

任意三个数的和都是 3 的倍数，说明四个数要么都是 3 的倍数，要么都是被 3 除余 1 的数，要么都是被 3 除余 2 的数。

如果四个数都是 3 的倍数，那么这四个数最小是：3、9、15、21（四个数都是奇数），其和为 48；或 6、12、18、24（四个数都是偶数），其和为 60。

如果四个数都是被 3 除余 1 的数，那么这四个数最小是 1、7、13、19，其和为 40。

如果四个数都是被 3 除余 2 的数，那么这四个数最小是 2、8、14、20，其和为 44。

40 小于 44、48 和 60，所以这四个数为：

$$1、7、13、19$$

## 84. 按要求写数

你能写出比 1 大，比 100 小，用 5 除余 2，用 6 除余 5 的所有整数来吗？

分析与解 用 5 除余 2 的最小自然数是 2，用 2 依次加上 5 的倍数，得到 7、12、17、……这些都是用 5 除余 2 的数。其中 17 这个数也能满足用 6 除余 5 这个条件，而且是最小的数。

17 加 5 和 6 的公倍数：30、60、90、……，得到的数都能满足用 5 除余 2、用 6 除余 5 的条件；在这些数中有两个数是小于 100 的，即  $17+30=47$ ，



17+60=77，所以满足条件的只有 17、47、77。

### 85 . 两条直角边为互质数

直角三角形的面积是 996 平方厘米，其直角边为整厘米数，并且为互质数。符合这些条件的三角形共有多少个？它们中两条直角边之和最小是多少厘米？

分析与解 与这个三角形等底等高的长方形面积为：

$996 \times 2 = 1992$  (平方厘米)  $1992 = 2^3 \times 3 \times 83$  即两条直角边的积为 1992，那么这两条直角边可能为：1 和 1992；2 和 996；3 和 664；4 和 498；6 和 332；8 和 249；24 和 83；12 和 166。其中两数互质的有 1 和 1992；3 和 664；8 和 249；24 和 83。因此，这样的三角形共有 4 个，其中两条直角边之和最小的是：

$$24 + 83 = 107 \text{ (厘米)}$$

### 86 . 多少不同车票？多少不同票价？

某次列车从甲站到乙站，中途要停靠 6 个车站，铁路部门要为这次列车准备多少种不同的车票？这些车票中有多少种不同的票价？

分析与解 从甲站到乙站一共有 8 个车站（包括起始站与终点站）。

从甲站到乙站这个方向上，任何一个站都要和其他各前方车站准备一种车票，甲站要准备 7 种车票，下一站要准备 6 种车票，依此类推可以得出：从甲站到乙站这个方向上一共要准备：

$$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28 \text{ (种)}$$

同样，从乙站到甲站这个方向上也要准备同样多的车票，即 28 种。

所以，往返一共需要准备  $28 \times 2 = 56$  (种)

每两站之间往返车票的价钱是一样的，因此有  $56 \div 2 = 28$  (种) 票价。

### 87 . 想通后很简单

甲、乙两车同时从 A 地出发去 B 地，甲车每小时行 50 千米，乙车每小时行 45 千米，途中甲车停车 3 小时，结果甲车比乙车晚一小时到达 B 地。A、B 两地之间的距离是多少千米？

分析与解 要想求 A、B 两地之间的距离，就需要用甲车速度乘以甲车行驶的时间，或用乙车的速度乘以乙车行驶的时间。依题意，“甲车在途中停留 3 小时，比乙车晚一小时到达 B 地”，说明行驶这段路甲车比乙车少用 (3-1) 小时，这可以理解为：乙车比甲车先行 2 小时，甲车去追乙车，甲车追上乙车的时间就是甲车行完全程所用的时间：

$$45 \times (3-1) = 90 \text{ (千米)}$$

$$90 \div (50-45) = 18 \text{ (小时)}$$

$$50 \times 18 = 900 \text{ (千米)}$$

$$\text{或 } 45 \times (18+2) = 900 \text{ (千米)}$$

$$\text{综合算式：} 50 \times [45 \times (3-1) \div (50-45)] = 900 \text{ (千米)}$$

$$\text{或 } 45 \times [45 \times (3-1) \div (50-45) + (3-1)]$$

=900 (千米)

### 88. 求甲车行的路程

A、B 两站相距 28 千米，甲车每小时行 33 千米，乙车每小时行 37 千米。甲、乙两车分别从 A、B 两站同时相对开出，往返于两站之间，那么，当两车第三次相遇时（迎头相遇），甲车行了多少千米？

分析与解 要想求出“两车第三次相遇时，甲车行了多少千米？”就应先求出两车第三次相遇时，甲车行了多长时间。为此，可先求出第三次相遇时两车共同走的路程。

第一次相遇两车走了一个全程。

第二次相遇两车走了三个全程。

第三次相遇两车走了五个全程。这时两车相遇时间为：

$$28 \times 5 \div (33+37) = 2 \text{ (小时)}$$

第三次相遇时，甲车行了：

$$33 \times 2 = 66 \text{ (千米)}$$

### 89. 不能重也不能漏

有 2 张伍元币、3 张贰元币、7 张壹元币。要拿出 12 元，可以有几种拿法？

分析与解 如果随便取 12 元，是很容易的，难就难在把所有情况都考虑全，既不重复也不遗漏。要做到这一点，可以采取列表的方法把各种情况一一列举出来。

列表时，应先排伍元币，再排贰元币，最后排壹元币，这样可以保证做到不重不漏。

	5 元币	2 元币	1 元币
取 的 张 数	2	1	0
	2	0	2
	1	3	1
	1	2	3
	1	1	5
	0	0	7
	0	3	6

共有 7 种取法。

### 90. 按要求植树

植树节时，五年级少先队员栽种的树苗组成一个每边 2 层的空心方阵，已知最外一层每边栽种树苗 15 棵，五年级少先队员共栽树苗多少棵？

分析与解

解法 1：先分别算出每层所栽树苗的棵数，再算出总棵数。

$$15 \times 4 - 44 + (15 - 2) \times 4 - 4$$

$$= 104 \text{ (棵)}$$

解法 2 :

$$(15 - 2) \times 4 + 4 + (15 - 2 - 2) \times 4 + 4$$

$$= 104 \text{ (棵)}$$

解法 3 : 把空心方阵看成实心方阵, 计算它的棵数, 再减去空心部分的棵数 :

$$15 \times 15 - (15 - 2 - 2)^2$$

$$= 104 \text{ (棵)}$$

同学们, 还有没有其他解法? 你能想出来吗?

### 91 . 按规定计算

规定  $A - B = 3A - 5B$ 。其中 A、B 为自然数。

求 : (1)  $10 - 0.8$  的值 ;

(2)  $1.7 - 0.9$  的值。

分析与解 题中的  $A - B$  表示 A 的 3 倍减去 B 的 5 倍的差。把表示 A、B 的数值代入等式右边的  $3A - 5B$  中, 再计算出结果。

$$(1) A - B = 3A - 5B$$

$$10 - 0.8 = 3 \times 10 - 5 \times 0.8$$

$$= 30 - 4$$

$$= 26$$

$$(2) 1.7 - 0.9 = 3 \times 1.7 - 5 \times 0.9$$

$$= 5.1 - 4.5$$

$$= 0.6$$

### 92 . 积极参加体育运动

五 (1) 班有 45 人, 其中有 20 人参加了球类运动, 10 人参加了田径运动, 只有 3 人既参加了球类运动又参加了田径运动, 那么没有参加这两种运动的有多少人?

分析与解 请看右图。长方形表示全班人数。影阴部分表示两种运动都未参加的人数。



图22

由图中不难看出, 只参加球类运动的有 :

$$20 - 3 = 17 \text{ (人)}$$

只参加田径运动的有 :  $10 - 3 = 7 \text{ (人)}$

那么两种运动都没有参加的有 :

$$45 - (17 + 7 + 3) = 18 \text{ (人)}$$

### 93 . 先求出因数再求积

三个相邻的偶数的乘积是一个六位数 2 2 , 求这个六位数。

分析与解 偶数的末位数字是 0、2、4、6、8, 因此相邻三个偶数的末位数字只能是: (0, 2, 4)、(2, 4, 6)、(4, 6, 8)、(6, 8, 0)、(8, 0, 2) 五种情况。只有当三个相邻偶数末位数字是 (4, 6, 8) 时, 其积的个位数才是 2。

为确定十位数字先进行估算:

$$50 \times 50 \times 50 = 125000$$

$$60 \times 60 \times 60 = 216000$$

$$70 \times 70 \times 70 = 343000$$

通过上面三个算式, 可以推出, 三个相邻偶数一定是在 60 ~ 70 之间。所以三个相邻偶数是 64、66、68, 将它们相乘得到的六位数为 287232。

### 94 . 对折对折再对折

在右图的 16 个方格中分别填入数字, 并按下列顺序对折四次。

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

- (1) 将上半张对折盖住下半张;
- (2) 将下半截对折盖住上半截;
- (3) 将右半截对折盖住左半截;
- (4) 将左半截对折盖住右半截。

这样对折四次后, 最上面方格中的数字是几?

分析与解

(1) 将上半张对折盖住下半张后, 上面的数字为: 1、2、5、6、9、10、13、14;

(2) 第二次对折后, 上面数字为: 3、7、11、15;

(3) 第三次对折后, 上面数字为: 8、4;

(4) 第四次对折后, 上面数字为: 16。

同学们, 如果你实在推断不出正确答案, 不妨动手演示一下。

### 95 . 防止考试时作弊

某礼堂有 20 排座位, 其中第一排有 10 个座位, 后面每一排都比它前面的一排多一个座位。如果允许参加考试的学生坐在任意一行, 但是在同一行中不能与其他同学挨着, 那么在考试时, 这个礼堂最多能安排多少名学生就试?

分析与解

根据要求, 第一排有 10 个座位, 可以坐 5 个学生; 第二排有 11 个座位,

可以坐 6 个学生；第三排有 12 个座位也可以坐 6 个学生；第四排可以坐 7 个，第五排可以坐 7 个；第六、七排都可以坐 8 个；第八、九排都可以坐 9 个；……第 20 排可以坐 15 个。这样一共可以坐学生：

$$\begin{aligned} & 5+6+6+7+7+8+8+\dots+14+14+15 \\ & =5+(6+7+8+\dots+14) \times 2+15 \\ & =5+\frac{(6+14) \times 9}{2} \times 2+15 \\ & =200(\text{人}) \end{aligned}$$

### 96. 特殊数的排列

把只有三个约数的数从小到大排列，第十五个数是多少？

分析与解 只有质数的平方数才是只有三个约数的数。将质数由小到大排列，第 15 个质数为 47。

所求数为： $47^2=2029$

### 97. 先找规律，后填数

请你仔细观察下面每串分数的排列规律，根据排列规律填出（）里的数。

$$(1) \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, (\quad), \frac{1}{42}, \frac{1}{56}$$

$$(2) \frac{1}{5}, \frac{5}{30}, (\quad), \frac{13}{104}, \frac{17}{153}$$

分析与解

(1) 仔细观察这串数的特征，不难发现：

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3}, \frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5}$$

$$\frac{1}{42} = \frac{1}{6 \times 7}$$

$$\frac{1}{56} = \frac{1}{7 \times 8}$$

所以，（）里的数应是  $\frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{30}$

(2) 观察这 5 个分数，发现  $\frac{5}{30}$ 、 $\frac{13}{104}$  和  $\frac{17}{153}$  不是最简分数。把这

几个分数约分，化成最简分数是  $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{8}$  和  $\frac{1}{9}$ 。这样排列的有规律的分数是

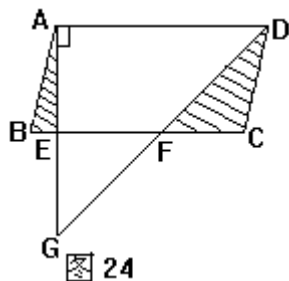
$\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{x}{y}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{9}$ ，再仔细观察，就不难发现  $\frac{x}{y} = \frac{1}{7}$ 。

$\frac{1}{7}$  是不是题目要求的答案呢？

我们再来看看原来排好的5个分数是 $\frac{1}{5}$ ， $\frac{5}{30}$ ， $\frac{x}{y}$ ， $\frac{13}{104}$ ， $\frac{17}{153}$ 。这几个分数的分子是1，5， $x'$ ，13，17。其中 $5-1=4$ ， $17-13=4$ ，这就是相邻的两个分数的分子相差4，那么 $x'-5=4$ 或 $13-x'=4$ ，这样就求出 $x'=9$ ，再把 $\frac{1}{7}$ 化成分子是9的分数，那么分母 $y'$ 一定是63。这样我们就找到了题中要求填出的分数是 $\frac{9}{63}$ 了。

### 98．求平行四边形的高

平行四边形 ABCD 的边 AD 长 10 厘米，直角三角形 AGD 的直角边 AG 长 8 厘米，已知阴影部分的面积比三角形 EFG 的面积大 10 平方厘米，求 AE 长多少厘米？



分析与解

$$S_{\triangle AGD} = 10 \times 8 \div 2 = 40 \text{ (平方厘米)}$$

$$S_{\square ABCD} = \text{阴影部分面积} + S_{\text{四边形 AEFD}}$$

$$= S_{\triangle EFG} + 10 \text{ 平方厘米} + S_{\text{四边形 AEFD}}$$

$$= S_{\triangle AGD} + 10 \text{ 平方厘米}$$

$$= 40 \text{ 平方厘米} + 10 \text{ 平方厘米}$$

$$= 50 \text{ 平方厘米}$$

$$AE = \frac{50}{10} = 5 \text{ (厘米)}$$

### 99．页码的学问

一本书的页码需要 1995 个数字，问这本书一共有多少页？

分析与解 从第 1 页到第 9 页，用 9 个数字；

从第 10 页到第 99 页，用 180 个数字；

从第 100 页开始，每页将用 3 个数字。

$$1995 - (9 + 180) = 1806 \text{ (个数字)}$$

$$1806 \div 3 = 602 \text{ (页)}$$

$$602 + 99 = 701 \text{ (页)}$$

### 100．学者的生与死

有一位学者，在几年前去世了。他去世的年龄正好是他出生年数的  $1/31$ 。又知道这位学者于 1965 年获得博士学位。这位学者是哪一年去世的？去世时是多少岁？

分析与解 这位学者去世时的年龄是他出生年数的  $1/31$ ，也就是说，他出生年数是他年龄的 31 倍。

这位学者于 1965 年获博士学位，在小于 1965 年的整数中，1953、1922、1891、……都是 31 的倍数。

假如这位学者生于 1953 年，那么获得博士学位时才  $1965 - 1953 = 12$ （岁），这是不可能的。

又假如这位学者出生于 1891 年或更早些，那么他的年龄是  $1891 \div 31 = 61$ （岁），再看看他获得博士学位时的年龄是  $1965 - 1891 = 74$ （岁），这也是不可能的，因为到 1965 年时他早已去世了。由此可推出他生于 1922 年，去世时是  $1922 \div 31 = 62$ （岁）。他去世的年数是  $1922 + 62 = 1984$  年。

### 三、百 练

#### 练习题

1. 一艘轮船发生漏水事故，立即安装两部抽水机向外抽水。当时已漏进水 600 桶。一部抽水机每分钟抽水 20 桶，另一部抽水机每分钟抽水 16 桶。50 分钟把水抽完，每分钟漏进多少桶水？

2. 将 1~8 填入图中的 内，使每一圆周和每一直线上的四数之和都相等。

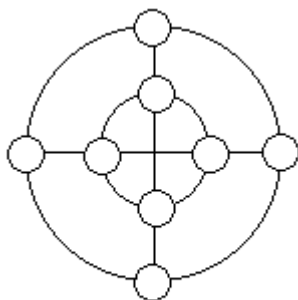


图 25

3. 两组架线工人共同架设一段电话线。第一组每小时架设 900 米，第二组每小时架设 750 米。两组同时各从线路的一端架设，结果第一组比第二组早 2 小时架设到线路的中点。这段电话线有多长？

4. 某学院的数学系要从 280 名学生中选一名学生去参加电视台举办的联欢活动。选举的方法是：让 280 名学生排成一排，由第一名开始报数，报奇数的同学落选并退出队列，报偶数的同学站在原位置不动。然后再从头报数，报奇数的同学也是落选并退出队列。如此继续下去，最后剩下的一名学生当选。方华非常想去，他在第一次排队时应该站在队列的什么位置上才能被选中？

5. 一个人骑摩托车从甲地到乙地，要行 288 公里。开始以每小时 32 公里的速度行驶，途中因故停驶 2 小时。为了按时到达乙地，他必须把以后的速度每小时增加 16 公里。问他是在离甲地多远的地方停车的？

6. 小明家有一对兔子。假如年初这对兔子经过一个月就能长成大兔子，大兔子经过一个月就能生出另一对小兔子，而且每个月生一对小兔子。小兔子过一个月长成大兔子，再过一个月又能生小兔子。问一年后小明家共有多少只兔子（假设一只不死）？

7. 一批石油，用第一种油槽车装载，要用 45 辆；如果用第二种油槽车装载，只要用 36 辆。已知第二种油槽车比第一种油槽车每辆多装石油 4 吨，求这批石油的重量。

8. 某工厂制做铁箱子，箱子是由一个铁框和两块铁板合成的。这项任务由李师傅和小张承担，他们的技术情况是：李师傅每小时生产 9 个铁框或 12 块铁板，小张只能生产铁板，每小时生产 10 块。要使两种半成品能够配套（一个框恰配两张铁板），师徒二人如何配合才能使八小时内生产出最多的箱子？

9. 两个数相除，商 3 余 10，被除数、除数、商与余数的和是 163。求被除数和除数。

10. 有风景树若干棵。若排成中实方阵，则余 15 棵；如在最外层增加一



层，则缺 17 棵。这种树原有多少棵？

11. 一组学生用一条绳子量一块地段的长。量 12 次，还余 80 米；量 14 次，就超出地段 20 米。求绳长和地段长。

12. 有 10 个连续的自然数，第八个数的 7 倍与第二个数的 9 倍相等。求这 10 个数的和。

13. 甲站原有车 52 辆，乙站原有车 32 辆。如果每天从甲站开往乙站 28 辆，从乙站开往甲站 24 辆，几天后乙站的车辆是甲站车辆的 2 倍？

14. 一本书的页码由 7641 个数码组成，这本书共有多少页？

15. 一列火车通过 530 米的桥需 40 秒钟，以同样的速度穿过 380 米的山洞需 30 秒钟。这列火车的速度和车身高各是多少？

16. 老师在黑板上写了十三个自然数，让小明计算平均数（保留两位小数），小明计算出的答案是 12.43。老师说：“最后一位数字错了，其他的数字都对。”请问正确答案是什么？

17. 某科学考察团进行科学考察，要越过一座山。上午 8 时上山，每小时行 3 公里，到达山顶时休息 1 小时，下山时比上山时每小时多行 2 公里，下午 2 时到达山底。全程共行了 19 公里，上山、下山各行了多少公里？

18. 比较下面两个分数的大小

$$\frac{235861}{235862} \text{ 和 } \frac{652971}{652974}$$

19. 甲乙二人共同生产零件，甲先生产 2 小时，然后共同生产了 18 小时，一共生产了 1032 个零件。已知甲比乙每小时多生产 6 个零件，甲比乙一共多生产多少个零件？

20. 求  $\frac{1}{\frac{1}{1991} + \frac{1}{1992} + \dots + \frac{1}{2000}}$  的整数部分。

21. 一块正方形铁板，一边截去 15 厘米，另一边截去 10 厘米，剩下的长方形铁板比原来的面积减少 1725 平方厘米。这块正方形铁板每边长多少厘米？

22. 计算  $\frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{60}}$ 。

23. 某新华书店运进科技书是连环画的 2 倍。每天卖出 30 本连环画，40 本科技书，几天以后，连环画全部卖完，科技书还剩 160 本。这个新华书店共运进科技书和连环画各多少本？

24. 用六条直线最多能将一个圆面分成几部分？用 100 条直线呢？

25. 甲 8 天的工作量与乙 7 天的工作量相等，他们在同一时间内共同生产零件 60 个。甲比乙少做几个？

26. 甲、乙二人同时从两地出发，相向而行，距离是 100 公里，甲每小时走 6 公里，乙每小时走 4 公里。甲带着一条狗，狗每小时走 15 公里。这只狗同甲一道出发，碰到乙的时候，它就掉头朝甲这边走，碰到甲时又再掉头往乙那边走。这只狗来回地走，直到两人相遇。问这只狗一共走了多少公里？

27. 某人要做 252 道数学题，已做过的题数的  $\frac{5}{7}$  等于未做过题数的  $2\frac{1}{2}$

倍，他做了多少题？

28. 在一条公路上，每隔 100 千米有一座仓库，共有五座，图中数字表示各仓库库存货物的重量。现在要把所有的货物集中存放在一个仓库里，如果每吨货物运输 1 千米需运费 0.5 元，那么为了使运费最少，应把货物集中到哪个仓库？需多少钱？

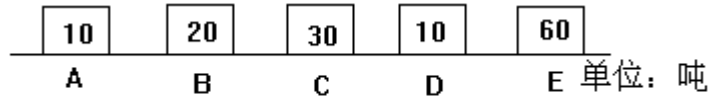


图 26

29. 有五个粮仓，位置如右图所示。图中圆圈内的数字表示每个粮仓的存粮数，现在想将五个粮仓的粮食调整为一样多，怎样调动最简便？

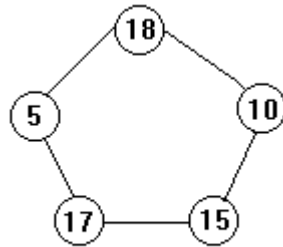


图 27

30. 两个书架一共有书 168 本，从第一个书架中取出全部书的  $\frac{3}{4}$ ，从第二个书架上取出全部书的  $\frac{2}{3}$ ，两书架上余下的书相等。问两书架原来有书各多少本？

31. 甲、乙二人比赛爬楼梯，甲跑到四层时，乙恰好跑到三层。照这样计算，甲跑到十六层时，乙跑到几层？

32. 将 360 元人民币存入银行，其中 5 元币的张数是 2 元币的张数的  $\frac{4}{5}$ ，两种人民币各有多少张？

33. 两次投掷一枚骰子，两次出现的数字之和为偶数的情况有多少种？

34.  $41 \cdot 2 \times 8 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \times 92 \cdot 5 + 5 \cdot 37 \times 19$

35. 如下图，象棋盘上一名小兵过河后沿最短的路走到对方“将”处，小兵有多少种不同的走法？

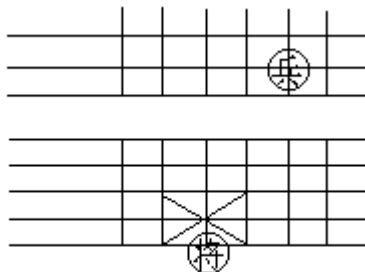


图 28

36. 从图 29 所示的一块正方形草坪中，在中心处划出一块边长为 2 米的正方形，剩下的草坪可以分成 4 个相同的长方形，已知它们每个面积是 11.25 平方米。求原来正方形草坪的边长和划分的长方形土地的长和宽。

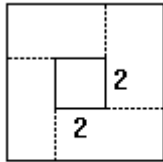


图 29

37. 一个正三角形 ABC 的边长为 10 厘米。从每边上的顶点开始每隔 2 厘米取一点，过这点作两条直线分别和其他两边平行。问 (1) 图中共有多少个正三角形？(2) 所作平行线的总长度是多少？

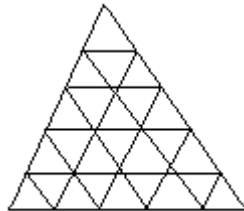
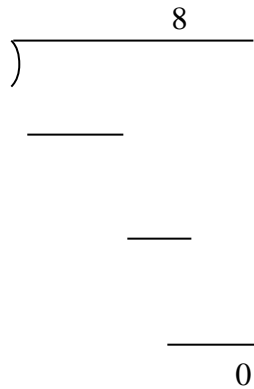


图 30

38. 在下面除式中，只知道一个数字 8，把所有残缺的数字补上。



39.  $\quad \div \quad = \quad - \quad = \quad - 7$

40. 如图 31，已知四条线段的长度，并且有两个角是直角，求四边形 ABCD (阴影部分) 的面积。

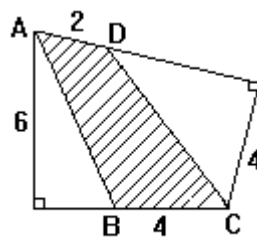


图 31

41. 如果在边长为 12 厘米的正方形中有任一点 P，将 P 和 AD、BC 的三等分点，AB、CD 的二等分点以及 A、C 两点分别连结起来 (如下图)，求图中阴影部分的面积。

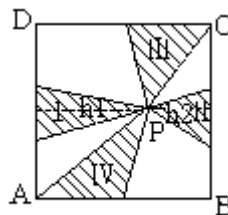


图 32

42. 奶糖 35 千克与水果糖 65 千克配成售价为每千克 9 元的什锦糖, 奶糖每千克比水果糖每千克贵 2 元, 那么 80 千克奶糖、120 千克水果糖配成什锦糖后, 每千克售价是多少元?

43. 有一楼梯共 10 级。如规定每步跨上一级或两级, 要登上第 10 级, 共有多少种不同走法。

44. 某自然数是 3 和 4 的倍数, 且这个自然数共有 10 个约数, 这个数最小是几?

45. 徐、王、陈、赵四位师傅分别是工厂的木工、车工、电工、钳工, 他们都是象棋迷。

(1) 木工只和车工下棋, 而且总是输给车工;

(2) 王、陈两位师傅是邻居;

(3) 陈师傅与电工下棋互有胜负;

(4) 徐师傅比赵师傅下得好;

(5) 木工的家离工厂最远。

徐、王、陈、赵四位师傅各干的是什么工种?

46.  $1142 \cdot 431$  被 13 除得到的余数是几? 商的各位数字之和是多少?

1995个1

47. 一位法官审理一起珍宝盗窃案, 有甲、乙、丙、丁四名嫌疑犯, 他们的供词如下:

甲: 罪犯在乙、丙、丁三人之中;

乙: 我没有作案, 是丙偷的;

丙: 在甲和乙中间有一人是罪犯;

丁: 乙说的是事实。

经过调查, 证实这四人中有两人说的是真话, 另外两人说的是假话。这四个人中有一名罪犯, 你知道谁是罪犯呢?

48. 一个四位数除以 9 余 8, 除以 7 余 1, 除以 5 余 3, 这样的四位数中, 最小的是几?

49. 甲、乙、丙、丁四个学生坐在同一排的相邻座位上, 座号是 1 号至 4 号。一个专说谎话的人说: “乙坐在丙的旁边, 甲坐在乙和丙的中间, 乙的座位不是 3 号”。问坐在 2 号座位上的是谁?

50. 某班 18 位同学骑车去郊游, 车长 2 米, 速度为每小时 12 千米。开始时三人并肩行驶, 前后两辆车都相隔 2.4 米, 后来他们又分成三组, 每组 6 人成一列长队, 前后两辆车都相隔 2 米, 组与组相隔 7 米。途中要经过一座桥, 问改变队形后, 通过这座桥比按原来队形要多花多少时间?

51. 大房间有 8 个床位, 小房间有 5 个床位。现有 106 位客人, 问至少需要大小房间各多少间, 才能使客人有住处且没有空床位?

52. 有一串数排成一行, 其中第一个数是 15, 第三个数是 40。从第三个数起, 每个数恰好是前两个数的和, 那么在这串数中, 第 1986 个数被 3 除所得的余数是多少?

53. 已知一个数含有 15 个约数, 另一个数含有 14 个约数, 两个数的质因数均不超过 10, 且两数最大公约数是 18, 求这两个数。

54. A、B 两城相距 60 千米, 甲、乙两辆汽车分别从 A、B 两城同时出发, 在两城之间往返行走(到达另一城后就马上返回)。在出发后 40 分钟两车第一次相遇, 在离 A 城两千米的地方两车第二次相遇。问甲、乙两车的速度各

是多少？

55. 某人上山每小时行 2 千米。到达山顶后由原地返回，下山每小时行 3 千米，求这个人上山再下山的平均速度？

56. 长 120 米的列车，以 72 千米 / 小时的速度往东行驶，长 330 米的货车往西行驶。它们在长 130 米的铁桥西端碰上，在桥的东端离开，求货车每小时行驶多少千米？

57. 150 名学生选举一名大队长，有甲、乙、丙三位候选人，每位同学只能投三人中一人的票。前 130 票中，甲得 55 票，乙得 45 票，丙得 30 票。规定谁的票最多，谁将当选。甲要当选，至少还需要多少张投他的票？

58. 甲、乙、丙三个小朋友都有一些糖果。如甲给乙一块糖，则两人的糖就同样多。如乙给丙一块糖，则丙比乙多 5 块。甲和丙相比较，谁的糖多？多几块？

59. 明明计算从 1 开始到某个自然数的和是 1932，在检查时，他发现少加了一个数，这个数是几？

60. 在环形跑道上，如果两人在某一点同时同向而行，每 12 分钟相遇一次。同时反向而行，每隔 4 分钟相遇一次。问两人各行一圈需要几分钟？

61. 从甲地到乙地有 4 条不同的道路，从乙地到丙地有两条不同的道路，从丙地到丁地有 5 条不同的道路，从甲直接到丁也有一条道路。问从甲地到丁地有多少种不同的走法？

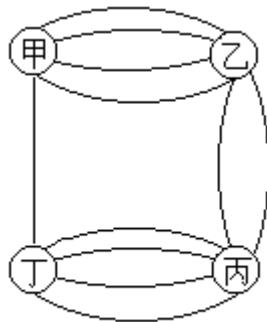


图 33

62. 某河上下两港相距 120 千米，每天定时有甲、乙两艘船速相同的客轮从两港同时出发相向而行。一天，甲从上港出发时放下一只小舢板，小舢板速度为每小时 5 千米，顺水而下，2 分钟后，与甲船相距 1 千米。问乙船出发后几小时与小舢板相遇？

63. 有一个桶装着 10 千克的水，另外还有 8 千克和 3 千克的空瓶各 1 个，用这三个容器至少需要倒多少次才能将 10 千克的水分成相等的两份？

64. 在第一次数学竞赛中，一班得奖人数是二班的 2.5 倍。在第二次数学竞赛中，二班得奖人数增加 6 人，一班减少 1 人，结果二班的得奖人数反而是一班得奖人数的 2 倍。问第一次竞赛时，两个班各有多少人得奖？

65. 有 5 个人同时到某理发馆去理发。甲理好发需 20 分钟，乙理好发需 18 分钟，丙理好发需 25 分钟，丁理好发需 30 分钟，戊理好发需 23 分钟。理发馆有两位理发师傅，如何安排这五个人，使他们理发的时间总和最少？

66. 爷爷现在的年龄是小华年龄的 6 倍，再过 8 年后，爷爷的年龄是小华的 4 倍，爷爷、小华现在各多少岁？

67. 如下图， $1 + 4 = 2 + 3$ ，当  $\angle AOB$  是多少度时，图中所有角的和等于  $360^\circ$ ？

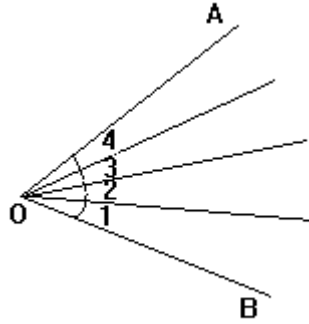


图34

68.  $1 = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$

69. 360 的全部约数之和是多少？

70. 把 33、91、105、143、55、25、231、221、119、39 分成两组，使两组数的乘积相等？

71. 把 17 分成几个自然数的和，再求出这几个自然数的积，要使得到的积尽可能大。这个乘积是多少？你是怎么分的？

72. 商店有六箱货物，分别重 15、16、18、19、20、31 千克，两个顾客买走了其中五箱。已知一个顾客买的货物重量是另一个顾客的 2 倍。问商店剩下的一箱货物重多少千克？

73. 有一个游戏，它的规则如下：在黑板上写上 3 个自然数，然后任意擦去一个数，换上未擦去的两个数的和，这样继续多次后，黑板上变成 41，538，496 这样三个数。问原来的 3 个数可以为 1、2、3 吗？

74. 把只有三个约数的数从小到大排列，第 10 个数是多少？

75. 某次数学竞赛的评分标准是：基础分 15 分，答对一道加 5 分，不答加 1 分，答错一道减 1 分，总共 30 题。试说明，如有 247 名学生参赛，则所有参赛学生得分总数一定是奇数。

76. 某村把一块三角形地（如下图）平均分给五户农民承包，怎样分才能使他们五户分到的田地一样多。

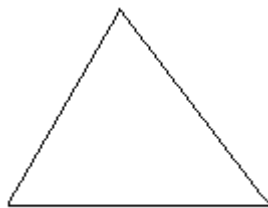


图 35

77.  $84^{11} + 45^{39} + 55^{77}$  除以 11 余几？

78. 在乘积  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100$  中末尾有多少个零？

79. 在毕业典礼后，同学们互赠礼物，（接受礼物的同学必须回赠礼物）请你说明，至少有两名同学得到的礼物一样多。

80. 有甲、乙两辆汽车，在 A、B 两城之间往返行驶。甲车去时速度为 60 千米/小时，回来时速度是 45 千米/小时。乙车往返的速度都是 50 千米/小时。问乙车往返一次所需时间是甲车往返的一次所需时间的几倍？

81. 在一次运动会中，某学生用 34 步跑完了 60 米，试说明：必有一段 30 米的路程，他至少跑了 8 步。

82. 某校数学组的张老师、王老师、李老师、赵老师和韩老师的年龄正好是由小到大排列的五个连续自然数，又知他们五人年龄的乘积是 ABABAB 的 120 倍。请你算一下，这五位老师的年龄各是多少？

83. 边长为 1 的正方形内，任意给出 13 个点。试说明：必有 4 个点，以它们为顶点的四边形的面积不超过  $\frac{1}{4}$ 。

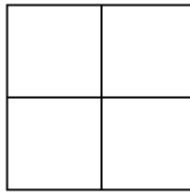


图 36

84. 烤烧饼需要两面烤，烤熟每面都要用 2 分钟。一个锅中每次只能放入 2 个烧饼。如果要烤 3 个烧饼，那么最少需要多少时间？

85. 试说明：世界上任意六个人，都有三个人彼此认识或三个人彼此不认识。

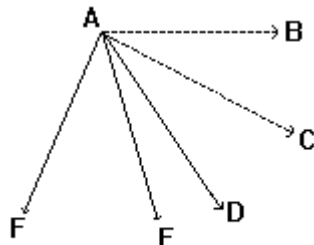


图 37

86. 桌上放着七只杯子，有三只杯口朝上，四只杯口朝下。每个人任意将杯子翻动五次。问：若干人翻动后，能否将七只杯子全变成杯口朝下？如能，至少需要几个人来翻动？

87. 一个药水瓶，它的瓶身是圆柱形（不包括瓶颈），如下图。已知它的容积为 30 立方厘米，当瓶子正放时，瓶内的药水的液面高 8 厘米；瓶子倒放时，空余部分的高为 2 厘米。问瓶内装有药水的体积是多少立方厘米？

88. 小明听见有两人谈话：“我们俩一共 63 岁，当您是我现在年龄的一半时，我当时的年龄是您现在的年龄。”“我”和“您”各有多少岁？请你帮小明想想？

89. 一个表面涂满红颜色的立方体，要想切出 53 块仅有一面涂有红色的小方块，至少应在各面切几刀？

90. 编号为 1、2、3、4、5 的五个同学进行乒乓球比赛，每两个人都要比赛一盘。现在编号为 1、2、3、4 的同学已经赛过的盘数恰好分别等于他们的编号数，那么编号为 5 的同学已经赛了多少盘？

91. 设牧马营地在 M（如下图），每天牧马人要赶着马群先到河边饮水，再到草地吃草，然后回营地，试问怎样的放牧路线最短？

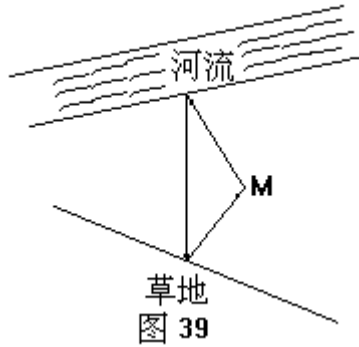


图 39

92. 某年级的课外学科小组分为数学、语文、外语三个小组。参加数学小组的有 23 人，参加语文小组的有 27 人，参加外语小组的有 18 人，同时参加数学、语文两个小组的有 4 人，同时参加数学、外语小组的有 7 人，同时参加语文、外语两个小组的有 5 人，三个小组都参加的有 2 人。问这个年级参加课外小组的共多少人？



图 40

93. 有 8 个村庄  $A_1$ 、 $A_2$ 、……、 $A_8$ ，分布在公路两侧，由一些小路与公路相连。要在公路上设一个汽车站，使汽车站到各村庄的距离之和最小，车站应设在哪里？如再加一个 P 村，则车站应设在哪里？（见下图）

94. 某乡有 6 块麦地，每块地的产量如下图所示，试问打麦场设在何处最好？

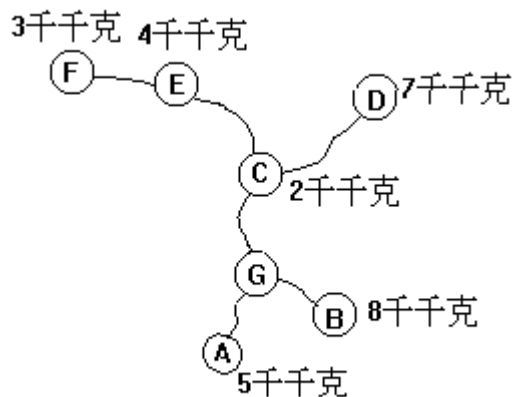


图 42

95. 有 4 个小朋友，他们年龄是四个连续偶数，他们年龄相乘的积是 13440。他们中最大的是几岁？

96. 有钱若干元，平均分给 3 人，余 2 元；平均分给 4 人，余 1 元；如果把这些钱平均分给 12 人，那么余几元呢？

97. 一箱鸡蛋有 1000 个左右。如果 5 个一数，余 3 个；6 个一数，余 4 个；8 个一数，余 6 个；9 个一数，余 7 个；这箱鸡蛋有多少个？



98. 体育课上,李老师说:“这些等腰直角三角形小旗的面积都是8平方分米,用这些小旗可以拼成一个正方形,这个正方形的周长正好是我区上届中学生运动会跳远的最高记录。你们算一算,上届中学生运动会跳远的最高记录是多少?”

99. 请你在下面的长方形纸上,沿直线剪一刀把它分成两片,用这两片纸可以拼成三角形、平方四边形、梯形,想一想,该怎么剪?试一试,怎么拼?



图43

100. 263947 乘以 24 再除以 13, 余数是几?

百练答案

1. 法1  $20+16-600 \div 50=24$  (桶)

法2  $[(20+16) \times 50-600] \div 50=24$  (桶)

2. 此题答案不唯一, 其中一个答案如下图:

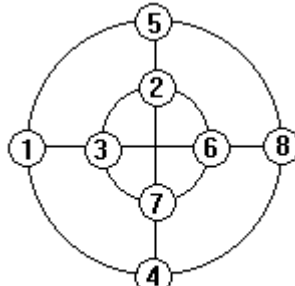


图44

3.  $750 \times 2 \div (900-750) = 10$  (小时)

$(900+750) \times 10 = 16500$  (米)

$16500+750 \times 2 = 18000$  (米)

4. 看小于 280 的 2 的最高次方是多少, 这个数的位置就是方华应站的位置。

$2^8=256$  所以应该站在第 256 个位置上。

5.  $288 - (32+16) \times (32 \times 2 \div 16) = 96$  (公里)

6. 用符号  $F_n$  表示某月 1 日共有的兔子数,  $n \geq 3$  时,

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

月数 1 2 3 4 5 6 7 8

大兔子数 (对) 0 1 1 2 3 5 8 13

小兔子数 (对) 1 0 1 1 2 3 5 8

兔子数 (对) 1 1 2 3 5 8 13 21

由此推出, 一年后有 144 对兔子

7.  $4 \times 36 \div (45-36) = 16$  (吨)

$16 \times 45 = 720$  (吨)

8. 解: 设师傅用  $x$  小时生产铁框

$$9x \times 2 = 12 \times (8-x) + 10 \times 8$$

$$x = 5\frac{13}{15}$$

即师傅用 5 小时 52 分钟生产铁框，其余的时间生产铁板。

$$9. (163-3-10-10) \div (3+1) = 35$$
$$35 \times 3 + 10 = 115$$

$$10. (15+17) \div 4 + 1 = 9 \text{ (棵)}$$
$$9 \times 9 - 17 = 64 \text{ (棵)}$$

$$11. (80+20) \div (14-12) = 50 \text{ (米)}$$
$$50 \times 12 + 80 = 680 \text{ (米)}$$

$$12. \text{解: 设第二个数是 } x$$
$$9x = 7(x+6)$$
$$x = 21$$

所以 10 个数分别是 20、21、……、29

$$20+21+\dots+29$$
$$= (20+29) \times 10 \div 2$$
$$= 245$$

$$13. (52+32) \div (2+1) = 28 \text{ (辆)}$$
$$(52-28) \div (28-24) = 6 \text{ (天)}$$

$$14. 1 \sim 9 \text{ 页, 9 个数字}$$
$$10 \sim 99 \text{ 页, } 90 \times 2 = 180 \text{ (个)}$$
$$100 \sim 999 \text{ 页, } 900 \times 3 = 2700 \text{ (个)}$$
$$9+180+2700 = 2889 \text{ (个)}$$
$$(7641-2889) \div 4 = 1188 \text{ (页)}$$
$$999+1188 = 2187 \text{ (页)}$$

$$15. (530-380) \div (40-30) = 15 \text{ (米)}$$
$$15 \times 40 - 530 = 70 \text{ (米)}$$

$$16. 12.395 \times 13 = 161.135$$
$$12.495 \times 13 = 162.435$$
$$162 \div 13 = 12.46$$

$$17. 19-3 \times 5 = 4 \text{ (公里)}$$
$$4 \div 2 = 2 \text{ (小时)}$$
$$(3+2) \times 2 = 10 \text{ (公里)}$$
$$19-10 = 9 \text{ (公里)}$$

$$18. \frac{235861}{235862} > \frac{652971}{652974}$$

$$19. 6 \times 18 + [1032 + (6 \times 18)] \div (18 \times 2 + 2) \times 2$$
$$= 168 \text{ (个)}$$

$$20. \frac{1}{1991} \times 10 = \frac{10}{1991}$$
$$1 \div \frac{10}{1991} = 199.1$$
$$\frac{1}{2000} \times 10 = \frac{1}{200}$$

$$1 \div \frac{1}{200} = 200$$

所以原式的整数部是 199。

$$21. (1725 + 15 \times 10) \div (10 + 15) = 75 \text{ (厘米)}$$

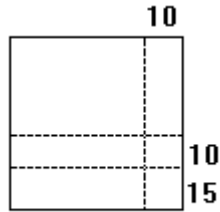


图 45

$$22. \text{原式} = \frac{13}{8}$$

$$23. 160 \div (30 \times 2 - 40) = 8 \text{ (天)}$$

$$30 \times (160 \div 40) = 120 \text{ (本)}$$

$$40 \times 8 + 160 = 480 \text{ (本) (科技书)}$$

$$480 \div 2 = 240 \text{ (本) (连环画)}$$

$$24. a_n = 1 + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$n = 6 \text{ 时}, a_6 = 1 + \frac{6(6+1)}{2} = 22$$

$$n = 100 \text{ 时}, a_{100} = 1 + \frac{100 \times (100+1)}{2} = 5051$$

$$25. 60 \div \left(1 + \frac{7}{8}\right) \times \left(1 - \frac{7}{8}\right) = 4 \text{ (个)}$$

$$26. 100 \div (6+4) = 10 \text{ (小时)}$$

$$15 \times 10 = 150 \text{ (公里)}$$

$$27. 252 \div \left(\frac{5}{7} \div 2\frac{1}{2} + 1\right) = 196 \text{ (题)}$$

28. 都集中到 D 仓库中

$$10 \times 300 + 20 \times 200 + 30 \times 100 + 60 \times 100 = 16000$$

$$0.5 \times 16000 = 8000 \text{ (元)}$$

29.

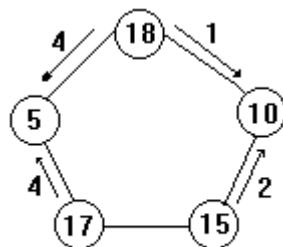


图 46

$$30. 1 \div \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 4$$

$$168 \div (4+3) = 24 \text{ (本)}$$

$$24 \times 4 = 96 \text{ (本)}$$

$$24 \times 3 = 72 \text{ (本)}$$

$$31. 15 \div 3 \times 2 = 10$$

$$10 + 1 = 11 \text{ (层)}$$

$$32. 360 \div \left(5 \times \frac{4}{5} + 2\right) = 60 \text{ (张) (2元)}$$

$$60 \times \frac{4}{5} = 48 \text{ (张) (5元)}$$

33. 18 种

34. 原式=537.5

35. 有 15 种

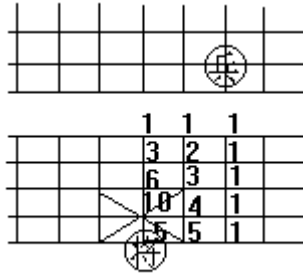


图 47

$$36. 11.25 \times 4 + 2 \times 2 = 49 \text{ (平方米)},$$

所以正方形的边长是 7 米；

$$\text{长方形的长} = (7 + 2) \div 2 = 4.5 \text{ (米)};$$

$$\text{长方形的宽} = 4.5 - 2 = 2.5 \text{ (米)}。$$

37. (1) 共有 48 个。

顶点向上的：共 35 个。

由 1 个三角形组成的：15 个；

由 4 个三角形组成的：10 个；

由 9 个三角形组成的：6 个；

由 16 个三角形组成的：3 个；

由 25 个三角形组成的：1 个。

顶点向下的共 13 个。

由一个三角形组成的：10 个；

由 4 个三角形组成的：3 个。

所以：15+10+6+3+1+10+3=48 个

$$(2) (2+4+6+8) \times 3 = 60 \text{ (厘米)}$$

38.

$$\begin{array}{r}
 \boxed{90809} \\
 \boxed{12} \overline{) \boxed{1089708}} \\
 \underline{\boxed{108}} \\
 \boxed{97} \\
 \underline{\boxed{96}} \\
 \boxed{108} \\
 \underline{\boxed{108}} \\
 \boxed{0}
 \end{array}$$

突破口：由于商的第三位是8，从8乘以一个两位数还得两位数可知，除数是11或12。又由商的第一位乘以两位数得三位数，可以确定除数是12，商的第一位是9。由此可推出其他方格中应填的数。

$$39. 128 \div 64 = 5 - 3 = 9 - 7$$

$$164 \div 82 = 5 - 3 = 9 - 7$$

$$40. 2 \times 4 \div 2 + 6 \times 4 \div 2 = 16$$

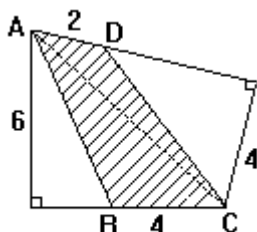


图48

$$\begin{aligned}
 41. S + S &= \frac{1}{2} \times \left(12 \times \frac{1}{3}\right) \times h_1 \\
 &+ \frac{1}{2} \times \left(12 \times \frac{1}{3}\right) \times h_2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times (h_1 + h_2) \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 12 \\
 &= 24 \text{ (厘米}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

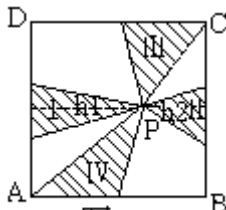


图49

$$S + S = \frac{1}{2} \times 6 \times 12$$

$$= 36 \text{ (厘米}^2\text{)}$$

$$24 + 36 = 60 \text{ (厘米}^2\text{)}$$

$$42. [9 \times (35 + 65) - 35 \times 2] \div (35 +$$

$$65) = 8.3 \text{ (元)}$$

$$[(8.3+2) \times 80 + 8.3 \times 120] \div (80+120) \\ = 9.1 \text{ (元)}$$

43. 不难看出：登上一级有 1 种走法，登上二级有 2 种走法，登上三级有 3 种走法，登上四级有 5 种走法，由此可推出规律是：1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、……

所以登上第 10 级，共有 89 种走法。

$$44. 10=1 \times 10=2 \times 5=(1+1) \times (4+1)$$

$$n=a^1 \times b^4=3^1 \times 2^4=3 \times 4 \times 4=48$$

这个数最小是 48。

45. 由 (1)、(4) 可知，徐是车工，赵是木工；由 (3) 可知，陈师傅不是电工，他只能是钳工，那么王师傅就是电工了。

46. 余数是 7，商的各位数字之和是 7976

$$111111 \div 13=8547$$

$$1995 \div 6=332 \dots 3$$

$$111 \div 13=8 \dots 7 \text{ (余数)} \text{ 又 } (8+5+4+7) \times 332+8=7976$$

47. 乙是罪犯

$$48. [9, 7, 5]=315$$

$$315 \times 4+8=1268$$

49. 由于是一个专说谎话的人说的话，因此他的每一句话都与实际情况恰好相反。由此可知，四个人的座位安排情况是丙、丁、乙、甲，所以 2 号座位是丁。

50. 开始时全队长度：

$$2 \times (18 \div 3) + 2.4 \times (18 \div 3 - 1) = 24 \text{ (米)}$$

改变后全队长度：

$$[2 \times 6 + 2 \times (6 - 1)] \times 3 + 7 \times (3 - 1) = 80 \text{ (米)}$$

过桥行进时间相差

$$(80 - 24) \div (12 \times 1000 \div 60) = \frac{7}{25} \text{ (分)}$$

51. 由于住的房间要求尽可能少，所以尽量安排住在大房间中，所以大房间要 12 间，小房间要 2 间，共 14 间。

52. 这串数被 3 除的余数依次是：

0、1、1、2、0、2、2、1、0、1、……

1986  $\div$  8=248……2 所以余数是 1。

$$53. 18=2 \times 3^2$$

$$15=3 \times 5=(2+1)(4+1)$$

$$14=2 \times 7=(1+1)(6+1)$$

$$a=2^4 \times 3^2=144$$

$$b=2^1 \times 3^6=1458$$

$$54. 40 \times 3 \div 60=2 \text{ (小时)}$$

$$60 \times 2 - 20=100 \text{ (千米)}$$

$$60+20=80 \text{ (千米)}$$

$$100 \div 2=50 \text{ (千米) (甲)}$$

$$80 \div 2=40 \text{ (千米) (乙)}$$

$$55. \text{取}[2, 3]=6$$

$$6 \times 2 \div (6 \div 3 + 6 \div 2) = 2.4 \text{ (千米)}$$

$$56. (120+130) \div [(72 \times 1000) \div (60 \times 60)] = 12.5 \text{ (秒)}$$

$$(330-130) \div 12.5 = 16 \text{ (米/秒)}$$

$$16 \times 60 \times 60 \div 1000 = 57.6 \text{ (千米/小时)}$$

$$57. (150-130) \div 3 = 6 \dots 2$$

所以甲要当选，至少还需要 6 张投他的票。

58.

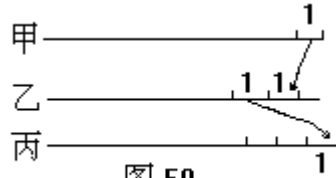


图 50

由图可知，甲比乙多 2 块；

丙比乙多 3 块；

所以丙比甲多 1 块。

$$59. \text{因 } n \times (n+1) \div 2 > 1932,$$

所以  $n$  是 62。

$$\text{于是 } 62 \times (62+1) \div 2 = 1953$$

$$1953 - 1932 = 21$$

所以少加的那个数是 21。

$$60. 12 \div 4 = 3$$

$$(3+1) \div (3-1) = 2$$

$$\text{慢者行一周的时间} = \frac{\text{周长}}{\text{慢速}} = \frac{\text{周长}}{2 \times \text{慢速} - \text{慢速}}$$

$$= \frac{\text{周长}}{\text{快速} - \text{慢速}} = 12 \text{ (分钟)}$$

$$\text{快者行-用的时间} = 12 \div 2 = 6 \text{ (分钟)}$$

61.

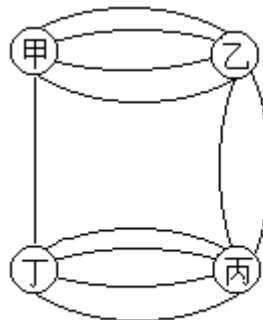


图 51

$$4 \times 2 \times 5 + 1 = 41 \text{ (种)}$$

$$62. 1 \div (2 \div 60) = 30 \text{ (千米)}$$

$$120 \div (35+5) = 3 \text{ (小时)}$$

$$63. 6 \text{ 次}$$

$$64. (6+1 \times 2) \div (5-1) = 2 \text{ (人)}$$

$$2 \times 2.5 = 5 \text{ (人)}$$

65. 理发师傅 A182330

理发师傅 B2025

$$18 \times 3 + 23 \times 2 + 30 + 20 \times 2 + 25 = 195 \text{ (分钟)}$$

$$66. (8 \times 6 - 8) \div (6 - 4) = 20 \text{ (岁)}$$

$$20 - 8 = 12 \text{ (岁) 小华}$$

$$12 \times 6 = 72 \text{ (岁) 爷爷}$$

$$67. 4(1 + 4) + 6(2 + 3)$$

$$= 10(1 + 4) \times 36^\circ$$

$$\text{所以 } 1 + 4 = 36^\circ$$

$$\text{所以 } \angle AOB = 36^\circ \times 2 = 72^\circ$$

$$68. 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$$

$$69. 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$(1+2+4+8) \times (1+3+9) \times (1+5) = 1170$$

70.

	3	5	7	11	13	17	组号
$33 = 3 \times 11$	1	0	0	1	0	0	1
$91 = 7 \times 13$	0	0	1	0	1	0	1
$105 = 3 \times 5 \times 7$	1	1	1	0	0	0	2
$143 = 11 \times 13$	0	0	0	1	1	0	2
$55 = 5 \times 11$	0	1	0	1	0	0	2
$25 = 5^2$	0	2	0	0	0	0	1
$231 = 3 \times 7 \times 11$	1	0	1	1	0	0	1
$221 = 13 \times 17$	0	0	0	0	1	1	1
$119 = 7 \times 17$	0	0	1	0	0	1	2
$39 = 3 \times 13$	1	0	0	0	1	0	2

所以分成的两组是：33, 91, 25, 231, 221;

105, 143, 55, 119, 39

$$71. 17 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 2$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 486$$

72. 从已知可得，两个顾客买走的货物的和是 3 的倍数，而六箱货物的总和除以 3 余 2，所以找出除以 3 余 2 的那一箱的货物即可，

$$20 \div 3 = 6 \dots 2$$

所以剩下的那箱货物重 20 千克。

73. 设原来的三个数是 1、2、3，按照规则做可发现：

1 2 3

5 2 3

5 8 3

5 8 13

5 8 13

无论如何进行下去所得的结果都是两奇一偶，而得不出两偶一奇来，所以原来的数不可能是 1、2、3。



74 . 只有质数的平方数有三个约数。由小到大排列的第 10 个质数是 29。

所求数为  $29^2=841$

75 .  $5 \times 30+15=165$  (分)

因为不答减 4 分, 所以不答几道题都减偶数分。

因为答错 1 题减 6 分, 所以答错几道题都是减偶数分。

$165-$ 偶数 $-$ 偶数 $=$ 奇数

参赛学生共 247 人, 也是奇数人, 247 个奇数和相加还是奇数。

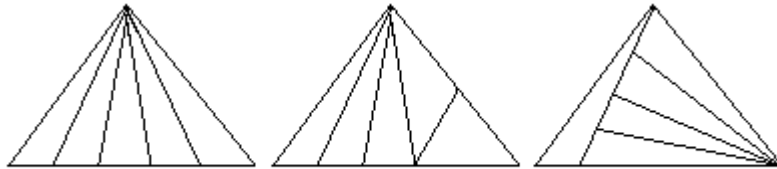


图 52

76 .

此题的答案不唯一。

77 .  $84^{11} \equiv 7^{11} \pmod{11}$

$7^{3 \times 3+2} \pmod{11}$

$343^3 \times 49 \pmod{11}$

$2^3 \times 5 \pmod{11}$

$7 \pmod{11}$

$45^{39} \equiv 1^{39} \equiv 1 \pmod{11}$

$55^{77} \equiv 0 \pmod{11}$

$84^{11}+45^{39}+55^{77} \equiv 7+1+0 \pmod{11}$

$8 \pmod{11}$

所以余数是 8。

78 . 有 24 个零。

79 . 证明略。

80 . 取  $[45, 60]=180$

$$(180 \div 50 \times 2) \div (180 \div 45 + 180 \div 60) = \frac{36}{35}$$

81 .  $\{0 \sim 30\}$ 、 $\{10 \sim 40\}$ 、 $\{20 \sim 50\}$ 、 $\{30 \sim 60\}$

把 60 米分成 4 段当做 4 个抽屉。

$34 \div 4=8 \dots 2$

所以他必有一段 30 米的路程至少跑了 8 步。

82 .  $ABABAB \times 120$

$$=[(100000 \times A+1000A+10A) + (10000B+100B+B)] \times 120$$

$$=(101010A+10101B) \times 120$$

$$=[10101 \times (10A+B)] \times 120$$

$$=AB \times 10101 \times 120$$

$$=AB \times 3 \times 7 \times 13 \times 37 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$=AB \times 35 \times 37 \times 39 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

此题已有 35、37、39, 还缺 36、38, 这里缺 3 和 19,

$$AB=3 \times 19=57$$

83 .  $13=4 \times 3+1$



$$\begin{aligned}
 13440 &= 2^7 \times 3 \times 5 \times 7 \\
 &= 2^3 \times (2 \times 5) \times (2^2 \times 3) \times (2 \times 7) \\
 &= 8 \times 10 \times 12 \times 14
 \end{aligned}$$

这四位小朋友的年龄依次是 8 岁、10 岁、12 岁、14 岁，所以他们中大哥哥的年龄是 14 岁。

96. 除以 3 余 2 的数有：2、5、8、11、14、17、20、……这些数除以 12 的余数是 2、5、8、11。

除以 4 余 1 的数有：1、5、9、13、17、21、……这些数除以 12 的余数是 1、5、9。

只有除以 12 余 5 的数能满足除以 3 余 2，除以 4 余 1，除以 12 余数又相同的条件，所以，要把这些钱平均分给 12 人，余下 5 元。

$$97. [5, 6, 8, 9] = 360$$

$$360 \times 3 - 2 = 1078$$

98. 拼得的正方形面积是  $8 \times 32 = 256$  (平方分米)

因为  $256 = 16^2$ ，所以正方形的边长为 16 分米，正方形的周长是  $16 \times 4$  (分米) = 64 米。

上届中学生运动会跳远最高记录是 64 米。

99. 先取长方形任意长边长的中点，连辅助线，然后沿辅助线剪开，把长方形分割为 1、2 两部分如图 (1)，拼合成图 (2)、(3)、(4) 三种几何图形。

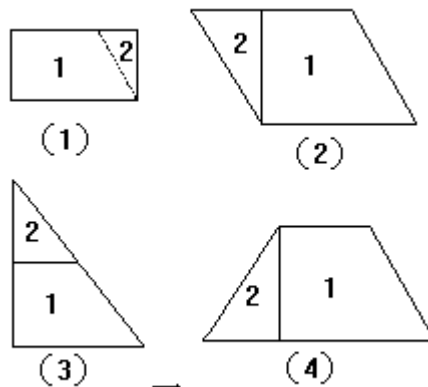


图57

$$100. \text{ 因为 } 263947 \equiv 8 \pmod{13}$$

$$24 \equiv 11 \pmod{13}$$

$$\text{所以 } 263947 \times 24 \equiv 8 \times 11 \pmod{13}$$

$$10 \pmod{13}$$

263947 乘以 24 再除以 13，所得余数为 10。

