学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

解图形题的钥匙

BOOK

内部资料 非卖品

解图形题的钥匙

开头的话

当你进入“ 几何王国 ”时，就可以看到千姿百态，形状各异的图形，使人眼花缭乱，正是这些地形形色色的图形题为不少小朋友带来了因惑和苦恼。“ 图形题千变万化，真有点‘ 丈二和尚——摸不着头脑 ’。解图形题，最重要的是什么呢？ ”一些小肥友这样问。

伟大科学家爱因斯坦说过：“ 最重要的知识是关于方法的知识。 ”著名的科学家杨振宁博士也说过：“ 学习什么？主要是学方法。知识那么多，哪能教完全部知识。 ”为了帮助小朋友们解答图形题，在这本书中向你介绍十种解图形题的分析思考方法。它们像十把钥匙，好让你打开“ 几何王国 ”的大门，伟大的科学家富兰克林又说过：“ 懒惰像生锈一样，比操劳更能消耗身体。经常用的钥匙总是亮闪闪的。 ”有了钥匙，就要经常用。基于此，这本书里介绍的每种分析思考方法后面，都附有思考性较强的例题和习题。请你先认真看懂例题，边看边想，掌握分析思考方法，然后再做练习，试一试你能不能用这把“ 钥匙 ”去“ 开门 ”。

“ 几何王国 ”既是一个神奇的世界，也是一个创造者的乐园。通过思考、解题、探索，你一定会领略到数学大花园的千姿百态，体味到数学思想的灵巧和美妙！

一　几何图形的基础知识

在我们生活的周围，可以看到各种各样的物体，有长有短，有大有小，形状各异，大小不同。例如：贺贺的太阳，弯弯的月牙，正方形的手帕，长方形的桌面，长方体形的箱柜，贺住体形的油桶等等。如果，只考虑这些物体的形状和大小，而不考虑其他性质，这就是这些物体的几何图形。所以，我们是生活在几何图形的世界里。几何图形多种多样，各具风采，千姿百态，真是一个万花筒。

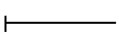
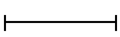
可是，你知道吗？这么庞大的“几何王国”，只分成“四大家族”，我们小学里学习的几何形体，都是这四大家族的成员。这四大家族是：

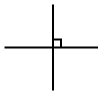
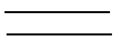
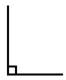
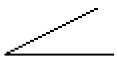
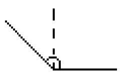
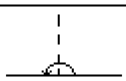
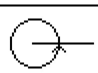
第一大家族是点。它是独苗苗，只有位置，没有大小，而且不能分割。

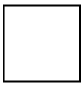
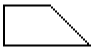
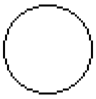
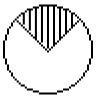
第二大家族是线。可以分成直线和曲线。小学里学过的直线、射线、线段，都是线的家族的成员。第三大家族是面。也可以分为平面和曲面。小学里学过的长方形、正方形、平行四边形、三角形、梯形、圆和扇形，都是平面图形。

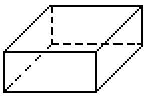
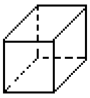
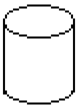
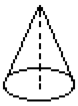
第四大家族是体。小学里学过的圆柱和圆锥都是立体图形。

要掌握解答几何图形题的方法，首先要认识：“几何王国”四大家族中这些成员的特征。为了帮助大家掌握好这方面的知识，现在把这些知识“串”起来，整理成下表。请大家看看下表，你都认识它们了吗？

	图形	名称	特征
		直线	没有端点，可以向两方无限延长，不可以度量
		射线	只有一个端点，可以向一方无限延长， 不可以度量。
		线段	有两个端点，可以度量。两 点间线段最短。

<table>
<tr><th></th><th>图形</th><th>名称</th><th colspan="2">特征</th></tr>
<tr><td rowspan="2">线</td><td></td><td>垂线</td><td>两条直线相交成直角时，其中一条直线叫做另一条直线的垂线 。</td><td rowspan="2">是表示两条直线之间的关系</td></tr>
<tr><td></td><td>平行线</td><td>在同一个平面内，不相交的 两条直线叫做平行线。</td></tr>
<tr><td rowspan="5">角</td><td></td><td>直角</td><td colspan="2">是90°的角</td></tr>
<tr><td></td><td>锐角</td><td colspan="2">大于0°而小于90° 的角</td></tr>
<tr><td></td><td>钝角</td><td colspan="2">大于90°而小于180° 的角</td></tr>
<tr><td></td><td>平角</td><td colspan="2">是180° 的角</td></tr>
<tr><td></td><td>周角</td><td colspan="2">是360°的角</td></tr>
</table>

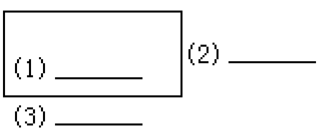
	图形	名称	特征
平面图形		长方形	对边相等，四个角都是直角
		正方形	四条边相等，四个角都是直角
		三角形	有三条边，有三个角，三个内角的和是180°
		平行四边形	两组对边分别平行，并且相等
		梯形	只有一组对边平行的四边形
		圆	在同一个圆里，所有的半径、直径都相等，直径等于半径的2倍。
		扇形	扇形由圆心角的两条径和圆心角所对的弧围成的图形。它是圆的一部分。

	图形	名称	特征
立体图形		长方体	有6个面，都是长方形（也可能有两个相对的面是正方形），相对的面的面积相等；有12条棱，相对的棱的长度相等，有8个顶点。
		正方体	有6个面，都是正方形，而且面积相等；12条棱的长度都相等；有8个顶点。
		圆柱	上下底面是相等的两个圆；侧面展开是一个长方形。
		圆锥	底面是圆，从圆锥的顶点到底面圆心的距离是圆锥的高。

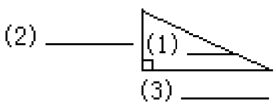
练习一

一、在下面的图形上注出它们的名称。

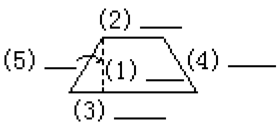
1



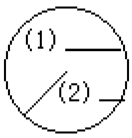
2



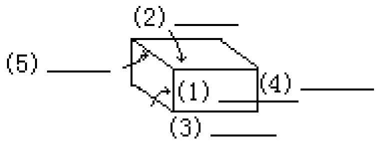
3



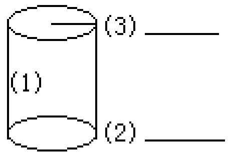
4



5

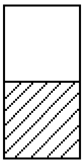


6



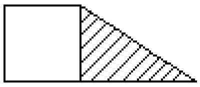
二、分别注出空白部分图形和阴影部分图形的名称。

1



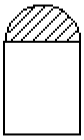
( )
( )

2



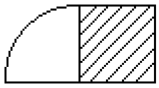
( )
( )

3



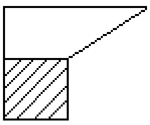
( )
( )

4



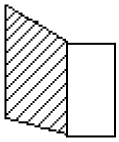
( )
( )

5



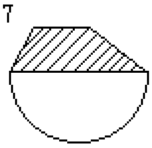
( )
( )

6



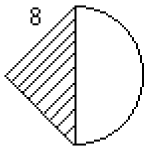
( )
( )

7



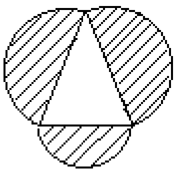
( )
( )

8



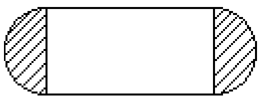
( )
( )

9



( )
( )

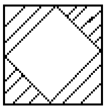
10



( )
( )

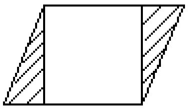
三、先注出外面图形的名称，再注出里面图形（空白部分图形）的名称。

1



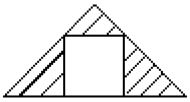
(   )
(   )

2



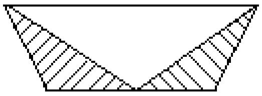
(   )
(   )

3



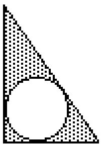
(   )
(   )

4



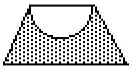
(   )
(   )

5



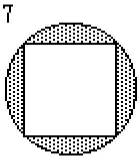
(   )
(   )

6



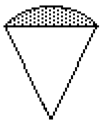
(   )
(   )

7



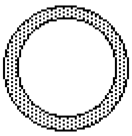
(   )
(   )

8



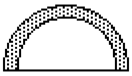
(   )
(   )

9



(   )
(   )

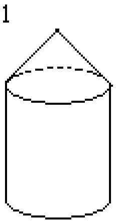
10



(   )
(   )

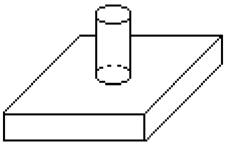
四、下面两个组合体、各由什么组成？

1



(   )
(   )

2



(   )
(   )

二　解图形题的分析思考方法

解图形题有十种分析思考方法，它们好比十把钥匙。下面逐一向介绍。

1.看一看——观察

观察是发现的基础，认识事物离不开观察。侦察员是根据对作案现场蛛丝马迹的观察去寻找罪犯的踪迹；作家从日常生活的观察中发现写作材料；科学家凭观察一些细小平常的现象去发现新的事物和真理。离开了观察必然一事无成，甚至寸步难行。英国著名的生物学家达尔文这样说过：“我既没有突出的理解力，也没有过人的机智，只是在觉察那些稍纵即逝的事物，并对其进行精细观察的能力上，可能在他人之上。”俄国杰出的生理学家巴甫洛夫，在他的实验大楼的正面写着：“观察、观察、再观察。”

因此，要解图形题，就先得好好地观察。

（1）怎样看图形？

解图形题在小学数学中是一个难点，特别是组合图形，又变化无穷。因此，要解图形题，必须运用观察的方法，看好图。学会看图，善于看图，是发现解题思路的先导。

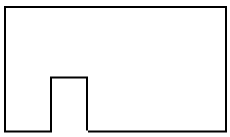
怎样看图形？

观察图形的基本方法是：

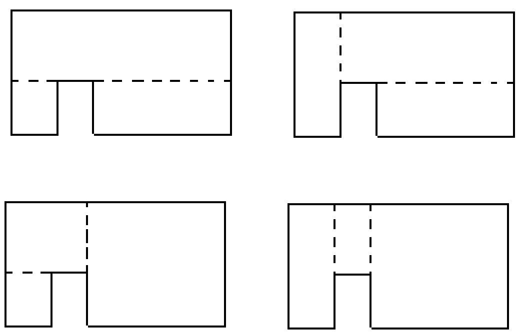
第一，看清图形的基本结构。

有的组合图形比较复杂，如果按常规解法比较繁琐。所以，求组合图形面积时，要对几何图形从整体到部分，由表及里地仔细观察，分析图形的基本结构，在变形不变积的原则下，采用不同的方法进行重新组拼，从而找到合理的简便的解答方法。

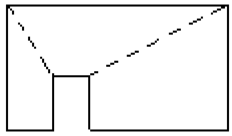
例如，同样下面这样一个图形。



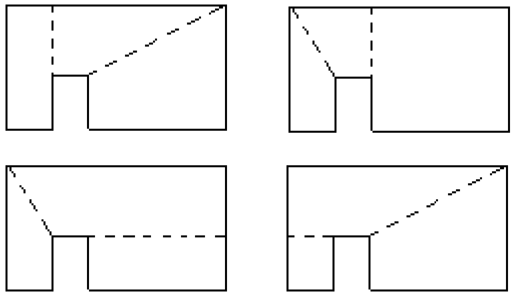
可以看成它是由 3 个长方形组合而成的：



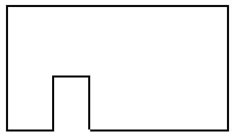
又可以看成它是由 3 个梯形组合而成的：（或 1 个正方形）



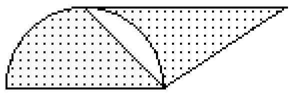
还可以看成它是由 2 个梯形与 1 个长方形组合而成的：



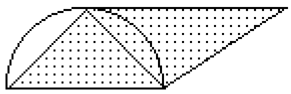
如果，通过观察，看出求这个图形的面积，实际只将大长方形的面积减去小长方形的面积，计算就简便了。



再如，求下面这个图形的阴影面积时：



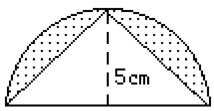
如果你掌握了观察的方法，有了一双“ 火眼金晴 ”，在变形不变积的原则下，将上面这个图形，看成下面这个图形，只要求出平行四边形的面积，就巧妙地求出了这个组合图形的阴影面积：



第二，找出图形的必要数据。

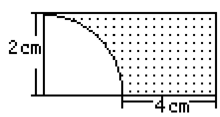
数据是解图形题的依据。看清了图形的基本结构后，还要会找出图形计算的必要数据。在组合图形中，往往有的是一数多用的，有的是几数合用的，有的数据是比较隐蔽的，有时还要排险不必要数据的干扰。

例如：

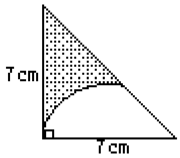


看起来，这个图形上只有一个数据，实际这“ 5㎝ ”，既是圆的半径，又是三角形的高，（5×2）㎝ 则是三角形的底。

再如：



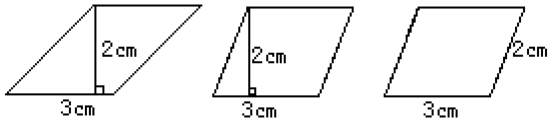
图中的“ 2㎝ ”，既是长方形的宽得正方形的边长，又是圆的半径，(4+2)㎝ 则是长方形的长。又如：



这个图形中，扇形的圆心角的度数，这个数据隐蔽着。你要通过观察，看出这个上图形是等腰直角三角形，断定这个扇形的圆心角是 45°，才可求出这个图形的阴影面积。

还如：

请你仔细观察，下面三个平行四边形的面积都是 6 平方厘米吗？



通过观察，我们才知道只有中间这个平行四边形的面积是 6 平方厘米。这是因为，要知道平行四边形面积的大小，发泄须知道它的“底”和“高”，这两者缺一不可，而与斜边无直接关系，这个干扰数据要排除。

综上所述，通过观察分析，图形的结构清楚了，发泄要的数据明白了，解题思路才理清了，就可以解图形题了。

（2）怎样数图形？

如果我问同学们，你们会数数吗？你们一定会说，我们的在幼儿园就会数数了，现在哪一个不会数。今天我们是要数几何图形的个数，那就不一定都能数准确。但是只要我们仔细观察图形，学会数的方法，找到它的计数规律，数时做到不遗漏、不重复，并且有次序、有条理地进行，是能够数出来的。

A.数线段和角。

例 1　下图中共有多少条线段？

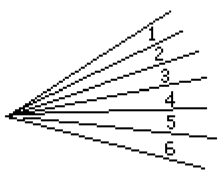
分析：如果我们一段一段地灵敏，有 4 条线段；两段两段地数有 3 条线段；三段三段地数有 2 条线段；由四段线段合成的有 1 条线段。

一共有：$4+3+2+1=\frac{(4+1)\times}{2}=10$(条)

如果我们有 n 代表基本线段的条数，那么就可以用下面这个公式很快求出线段总数：

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

例 2　一天，河岸上迷迷鸭和牛牛鸭正在进行比赛。比赛的内容是：下面这个图形一共有多少角？



结果，牛牛鸭在一个角、一个角地数，迷迷鸭早算出一共有 21 个角。

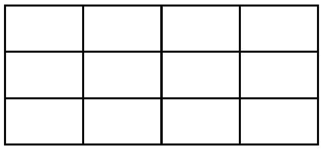
牛牛鸭是这样数的：含一个基本角的有 6 个角；含两个基本角的有 5 个角；含三个基本角的有 4 个角；……

迷迷鸭是这样算的：$\frac{6\times(6+1)}{2}=21$（个）

显然，算比数好。原来，如果用 n 表示基本角的个数，同样可以用前面的公式算出角的总个数。

B.数平面图形。

例 3　下面一共有多少长方形？



解法 1：数

含一个基本长方形的有：4×3=12（个）；

含二个基本长方形的有：4×2+3×2=17（个）；

含三个基本长方形的有：4×1+2×3=10（个）；

含四个基本长方形的有：3×2+1×3=9（个）；

含六个基本长方形的有：3×1+2×2=7（个）；

含八个基本长方形的有：1×2=2（个）；

含九个基本长方形的有：2×1=2（个）；

含十二个基本长方形的有：1 个

一共有：12+17+10+9+7+2+2+1=60（个）

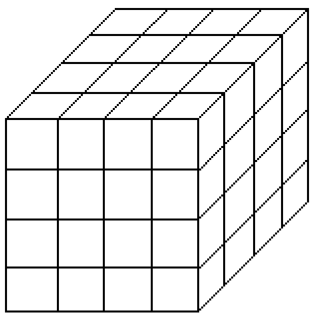
解法 2：算

根据前面的公式，可以很快算出长方形的总个数。图中横数有 44 个基本长方形，可以求出长方形个数是：$\frac{4\times(4+1)}{2}=10$（个）；竖着数有3个基本长方形，可以求出长方形个数是：$\frac{3\times(3+1)}{2}=6$（个）；横竖相乘，积即为长方形总个数：10×6=60（个）。

看，是不是算比数好？

C.数立体图形。

例 4　下面是由大小一样的小正方体木块堆成的一个大正方体。它一共有长方体多少？有正方体多少个？



解：如果把正方体也看作长方体，这样，这个正方体的长、宽、高上的

线段数都为：$\frac{4\times(4+1)}{2}=10$（条）。长方体（包括正方体）的总个数为：10×10×10=1000（个）。

而真正的正方体的个数：

含 1 个基本正方体的有：4×4×4=64（个）；

含 8 个基本正方体的有：3×3×3=27（个）；

含 27 个基本正方体的有：2×2×2=8（个）；

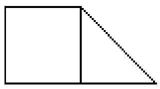
含 64 个基本正方体的有：1 个。

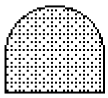
正方体的总个数为：64+27+8+1=100（个）。

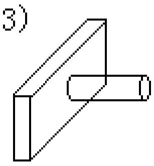
长方体的总个数为：1000-100=900（个）。

练习二

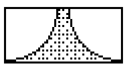
1.看一看，想一想，下面这些图形各由哪些简单图形组成？

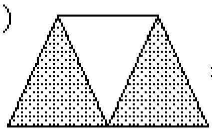
(1)  = +

(2)  = +

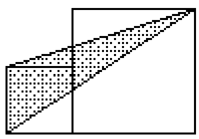
(3)  = +

2.看一看，想一想，什么图形与什么图形相减，可求出各图中阴影部分的面积？

(1)  = −

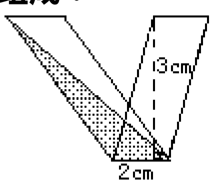
(2)  = −

3.下面，大正方形的边长为 15 厘米，小正方形的边长为 8 厘米。



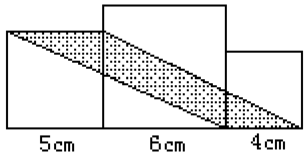
通过仔细观察，图中的阴影部分是______形，高是______，底是______。

4.下图由两个平行四边形组成：



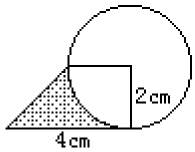
通过仔细观察，图中的阴影部分是______形，高是______，底是______。

5.如图，由三个正方形并排在一起：



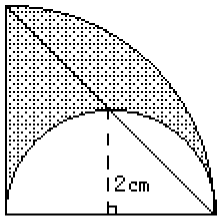
通过仔细观察，图中的阴影部分是______形，上底是______，下底是______，高是______。

6.通过仔细观察，再填空。

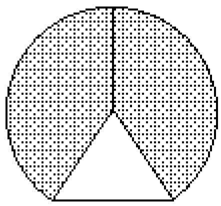


上图中，“2cm”既是______，又是______和______。

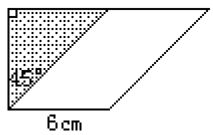
7.看一看，想一想，再求出图形中的隐蔽条件。



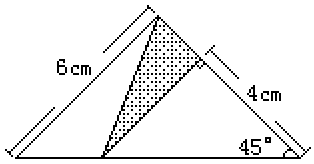
从图中可看出：小的半圆形直径是______，大的扇形半径是______，大的扇形的圆心角是______。



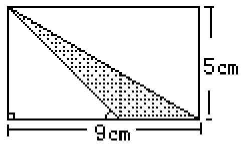
上图中,空白部分是等边三角形,边长是 2 厘米,那么,阴影部分是______形，半径是______，圆心角是______。



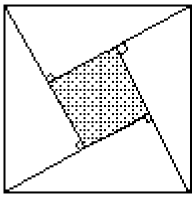
上图空白部分是平行四边形，面积为 30 平厘米。如果要求阴影部分面积，根据已知条件，可求出这个平行四边形的高是______，即求出阴影部分这个三解形的高是______，底是______。



从上图可看出：阴影部分是______形，底是______，高是______。



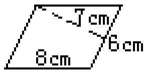
从上图可看出：阴影部分是______形，底是______，高是______。



上图是由 4 块直角边分别为 5 厘米和 9 厘米的直角三角形，拼成一个中间有一方孔的正方表。从图中可看出：小方孔的边长是______厘米。

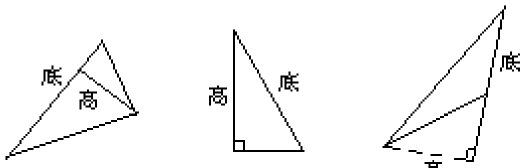
8.选择。

（1）仔细观察后想一想：要求下图的面积应选择的两个数据是：(　　)



A．7 和 6　　B．8 和 6　　C．8 和 7

（2）哪条高，不是指定边上的高？请在图形下的（　）里打上“×”。

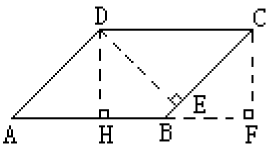


（　　）　　（　　）　　（　　）

（3）在下面平行四边形中，BC 边上的高是（　）。

A．线段 CF　　B．线段 DE

C．线段 DH　　D．线段 BF



（4）判断下面每个三角形中（阴影部分）AB 边上的高。以下判断，第（　）种是错误的。

A.只有图 2 的高不是大正方形的边长。

B.图 2 和图 3 的高是相等的。

C.图 4 和图 5 的高是相等的。

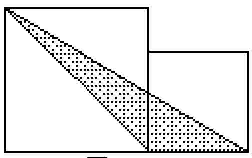


图1

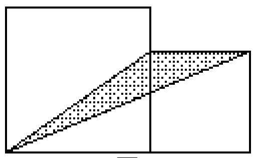


图2

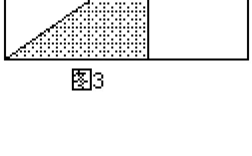


图3

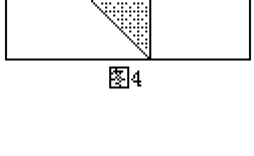


图4

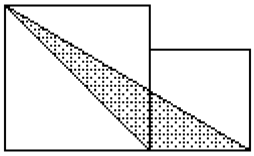
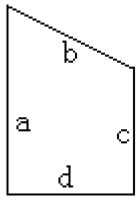


图5

（5）下图是一个梯形，上底和下底分别是（　）。

A．a 和 b　　B．b 和 d

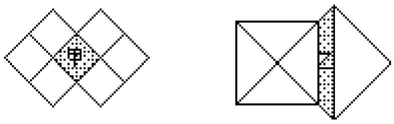
C．b 和 c　　D．a 和 c



（6）将两个边长相等的正方形叠成下面形状，比较甲、乙面积的大小是：（　）。

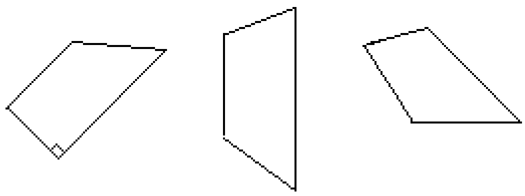
A.甲＞乙　　　B.乙＞甲

C.甲=乙　　　D.不能比较

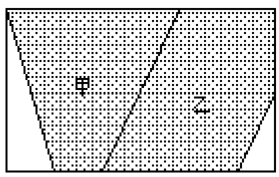


9.判断。

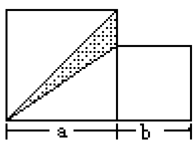
（1）下图中，没有不是梯形的。……（　）



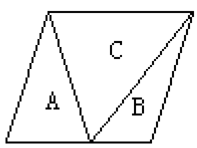
（2）下图长方形中的两个阴影部分都是梯形。……（　）



（3）下图是大小两个正方形拼成的，阴影部分是一个钝角三角形，它的高是 a，底是 a-b。……（　）

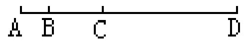


（4）下图平行四边形中有三个三角形，它们的面积关系是：A+B=C。……（　）。

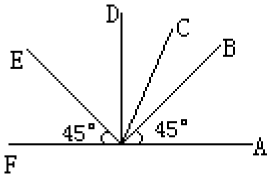


10.数图形。

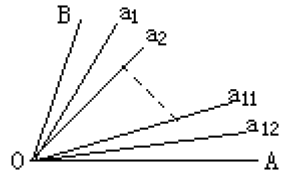
（1）下图中有多少条线段？



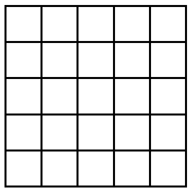
（2）下图中锐角、直角、钝角各多少个？



（3）下图中，有几个角？



（4）下图中，有多少个正方形？



（5）下面各图中有多少个小正方体组成，仔细观察一下，至少各再添上几个同样大小的正方体，就能拼成一个大正方体。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0033_3.bmp}

C.

2.比一比——比较

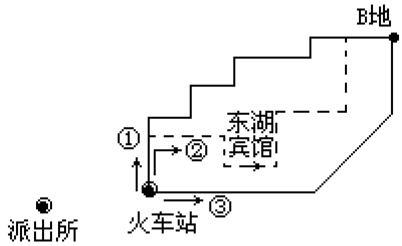
（1）哪条线长？

同学们都喜欢听故事吧！下面，先给大家讲个故事：

夜很深了，侦察科长郑叔叔还在翻阅案卷。一份通报说：有一个逃犯，已由外地流窜到本市，要求公安机关在本市将他抓起来。但眼前的线索还很少，郑叔叔在考虑破案的方案。

突然，电话铃声响了，是侦察员刘叔叔打来的电话："郑科长吗？火车站出口处发现一个可疑的人，面部特征与通报上说的一样。据情况分析，他先要去东湖宾馆，再到 B 地。我把他盯住了，你快派人抢先在 B 地截住他。"

郑科长打开地图一看，通往 B 地的路有 3 条，而逃犯走的是最远的一条，他当即用报话机通知潜伏在火车站另外三个侦察员叔叔抄近路赶到 B 地，争取地亮前在 B 地将逃犯抓住。



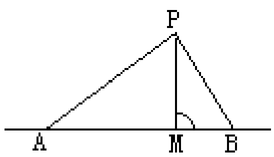
追捕逃犯的战斗打响了！结果，侦察员叔叔在 B 地截住了逃犯。

请你指出：侦察员叔叔是从哪一条路线超上去的？

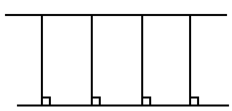
从这个故事可看出，在日常生活中经常碰到线的长短的比较。要比较线的长短，必须掌握下面这些知识：

线段有两个端点，线段的长度可以度量。两点间的距离指的是两点间的线段长。

从直线外一点向直线作垂线，从这点垂足之间的线段的长叫做这点到直线的距离。在直线外一点向这条直线所画的各条线中，以垂直线段（即距离）为最短。如下图，线段 PA，PM，PB 中，PM 最短。



两条平行线之间的距离处处相等。（如图）



封闭的平面图形边界一周的总长度叫做周长。小学阶段学到的计算周长的公式有：

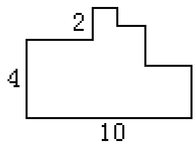
长方形周长=（长+宽）×2

正方形的周长=边长×4

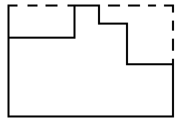
圆周长=直径×圆周率

=半径×2×圆周率

例 1　求下图的周长（单位：厘米）。

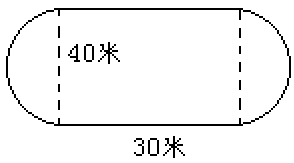


分析：看起来上图是不规则多边形，但是它的边都是互相垂直或平行的，通过把其中的一些边平移以后，可以看作是求长方的周长（如下图）。



解：它的周长是：（10+4+2）×2=32（厘米）

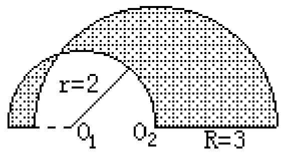
例 2　有一个环形跑道（如下图），两头是半圆形，中间是长 80 米，宽 40 米的长方形。求这个环形跑道的一周有多少米？



分析：求环形跑道一周的长，不应包括中间长方形的两个宽。

解：它的周长是：40×3.14÷2×2+80×2=285.6（米）

例 3　求图中阴影部分的周长（单位：厘米）。



分析：阴影部分的周长，由四条由线段和两条直线段组成，其中四条曲线段之和，恰好是大小两圆的两个半圆周长，而两条直线段，一段是大圆半径，一段是小圆直径与大圆半径之差。

解：C=3×3.14+2×3.14+3×（2×2-3）=19.7（厘米）

从这个例子可知，求图形周长，要根据周长的含义，并运用移动位置、拼接等方法。

（2）哪个面积大？

又有这样一个故事：

从前有一个国王，要奖励有功的将领。他对四位功劳最大的将领说：“我给你们每人准备了一匹骏马，你们明在太阳一上山就分别从东西南北四个城门跑出，到太阳刚下山回城里。你们跑过的范围内的土地，都封赏给你们。”

四位将军非常高兴，第二天太阳一上山就冲出城门。从东门跑出的将军一直向东跑去，中午就调头跑回，他跑的是一个狭长的长方形；从南门跑出的将军先向南跑，再转向西，最后转身跑回南门，他跑的是一个正三角形；从西门跑出的将军先向西跑，下午日斜半空就转向北跑回西门，他路的是一个正方形；从北门跑邮的将军，跑了一个大圆圈，回北门太阳刚好下山。

每一位大臣向国王呈上他们跑的路线图。国王看后，对从北门跑出的将军说：“你有勇有谋！”请你想一想：国王为什么说从北门跑出的将军有勇有谋呢？原来，尽管这四位将军一天跑的路程一，可是，从北门跑出的将军所围的面积最大。

为什么从北门跑出的将军所围的面积最大呢？只要算出各人所围的面积，就能比较了。

图形求积的知识基础，是一整套的求积公式，现整理如下：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0040.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0041.bmp}

运用这些求积公式，我们就能进行图形面积的比较了：

假设这四们将军，这一天都跑了 180 千米，而从东门跑出的将军只跑了：

80×10＝800（平方千米）

从南门跑出的将军只跑了：

$\frac{1}{2}\times 60\times 52=1560$（平方千米）

从西门跑出的将军只跑了：

45×45＝2025（平方千米）

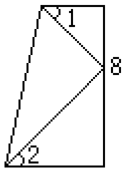
从北门跑出的将军只跑了：

$3.14\times 28.65^2\approx 2577.4$（平方千米）

同样都跑 180 千米路，从北门跑出的将军所围的土地面积大得多，所以国王说他有勇有谋。

在图形求积的计算中，综合运用几何图形的基础知识，能帮助我们巧解图形求题。例如：

下图中，梯形的高是 8 厘米，∠1＝∠2＝45°，求梯形的面积。



分析：初看，这题觉得无法解答，因为求梯形面积缺少了上底和下底这两个条件。但是从另两个条件∠＝∠2＝45°，就可以得到上底和下底的和是 8 厘米，问题就得到巧解。

解：梯形面积＝8×8÷2＝32（平方厘米）

（3）哪个体积大？

还有一个故事：

古代有个国王，派四个儿子领兵征战，经过几年征战，统一了全国。国王非常高兴，封大儿子为东平王，二儿子为南平王，三儿子为西平王，四儿子为北平王。并召老丞相进见，命他给四个平王各铸造一个金印，要求每个金印的棱长相差 1 厘米，并使最大的金印的体积等于其余三个金印的体积的和。

老丞相找来一位懂几何的学者，请问他应该怎样铸造。这位学者说：“这很简单，铸造的四个金印，只要铸成棱长分别是 6 厘米、5 厘米、4 厘米、3 厘米就好了。”丞相依照学者讲的去铸造。

金印铸成后，丞相送给国王。国王看见这四颗金的金印，每颗棱长依次相差 1 厘米，算了一下，正好是：$3^3+4^3+5^3=6^3$。国王大喜，要嘉奖这位学

者，还要封他为大学士。可是，这位学者说：“谢谢国王，我不要嘉奖，也不要大学士，我要几何。”说毕，就离开了王宫。

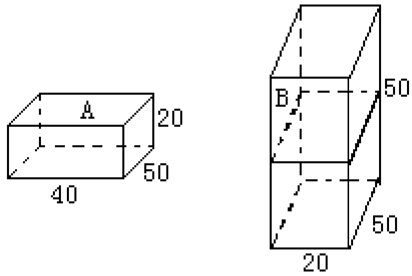
从这个故事看出，立体图形的计算也是很有趣的。

要进行立体图形的体积比较，就得掌握下面的求体积的公式：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0044.bmp}

掌握了立体图形求体积的公式，就能进行立体图形的有关计算。例如：

如图，有两个长方体的容器，在容器 B 中盛有深 24 厘米的水。现将容器 B 中的水倒入容器 A 中，直至两上容器中的水一样深为止。这时水的深度是多少（单位：厘米）



解：设这时水的深度为 x 厘米。

根据题意得

$$40\times50\times x+20\times50\times x=20\times50\times24$$

$$3000x=24000$$

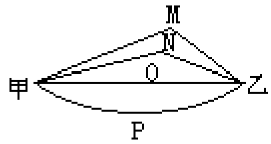
$$x=8$$

答：这时水的深度为 8 厘米。

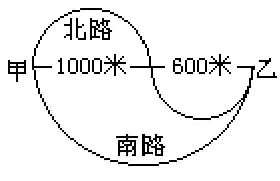
练习三

一、比一比

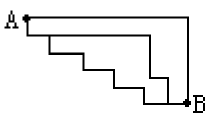
1.甲、乙两点间有 M、N、O、P 砗条线相连，这四条线中，哪条最短？



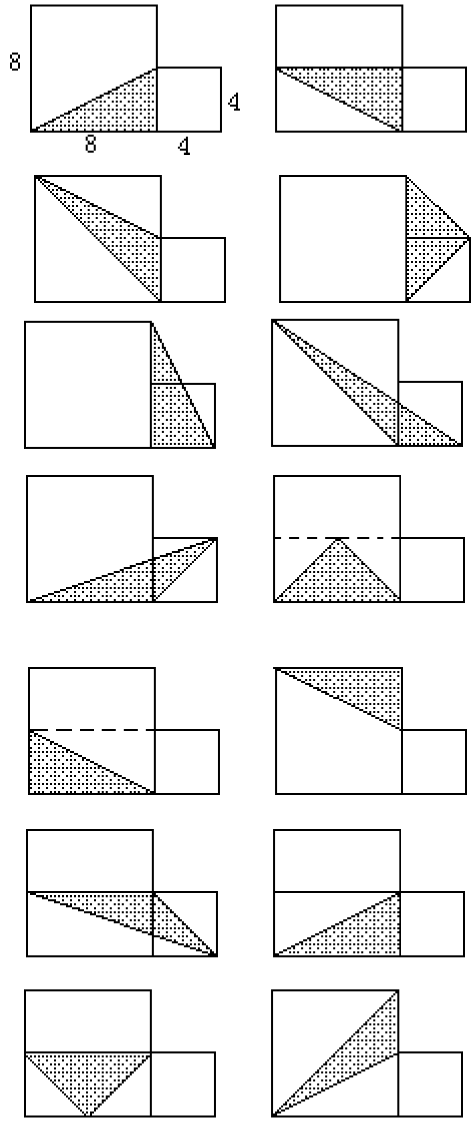
2.从甲地到乙地有两条路，如下图所示，请你想一想，走南路近，还是走北路近？



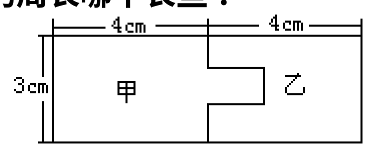
3.从 A 到 B 有三条路可走，如图（转弯处均为直角）。哪条路最近？



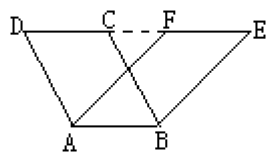
4.下面各图都是由边长分别是 8 厘米和 4 厘米的两个正方形并排而成，图中的阴影部分都是三角形。这些三角形的形状、方向、位置都在变化，请比一比它们的面积是不是全部一样？



5.下图中，甲与乙的周长哪个长些？

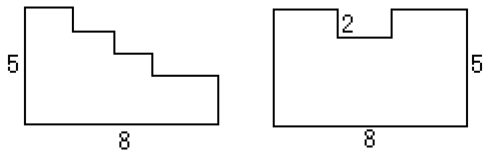


6.下图中，平行四边形 ABCD 和 ABEF 的面积相等吗？

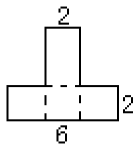


二、算一算。

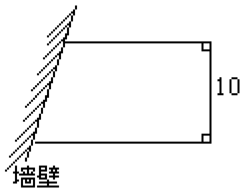
1.求下列图形的周长（单位：厘米）。



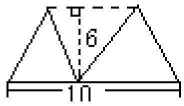
2.有两个相同的长方形，长 6 厘米、宽 2 厘米，如图重叠，求它们的周长。



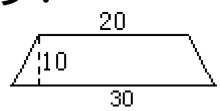
3.用总长 40 米的铁丝网靠墙围成一个梯形养鸡场（如下图），已知梯形的高为 10 米，求养鸡场的面积。



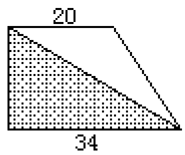
4.求下岬中阴影部分的面积（单位：米）。



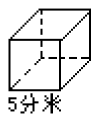
5.在下图的梯形中剪去一个最大的三解形（单位：厘米），剩下的是什么图形？剩下图形的面积是多少？



6.已知下图（单位：厘米），梯形中的阴影部分面积是 340 平方厘米。求这个梯形的面积。



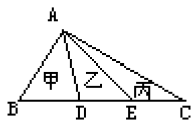
7.下图是一个正方体，它的一个面的周长是多少？它的一个面的面积是多少？它的体积是多少？



三、选一选

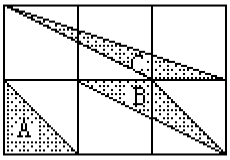
1.已知：BD＝DE＝EC，那么下图中，甲、乙、丙三个三角形的面积相比是：　（　　）

A.一样大　　B.甲最大　　C.无法比较



2.在下图 6 个边长相等的小正方形中，A、B、C 三个涂有阴影的三解形

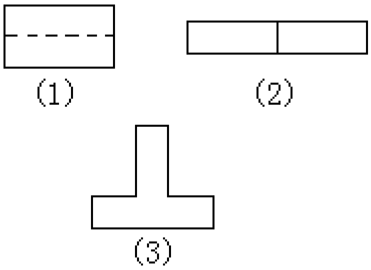
的面积相比是：（　　）



（1）A＞B＞C　　　　（2）B＞C＞A

（3）B＝A＝C　　　　（4）C＞A＞B

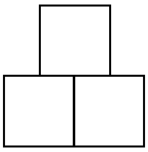
3.有两上完全一样的长方形，把它们分别拼成下面三种情况：



第（　　）种情况的图形周长最短；第（　　）种情况的图形周长最长。

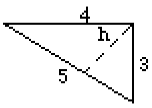
4.用三个边长是 5 分米的正方形，拼成一个“品”字图形（如下图）。这个图形的周长是（　　）分米。

A.60　　B．20C．40　　D．无法计算



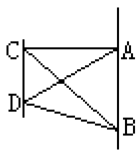
5.下图是一个直角三角形，图中的 h 长是：（　　）。

A.1.2　　B.2.4　　C.1.5　　D.无法计算



6.下图中 AB 和 CD 是两条平行线。有（　　）对三角形的面积相等。

A.2　　B.3　　C.4



3.分一分——分析
（求组合图形方法之一）

先给你说个“狐狸骗工钱”的故事。

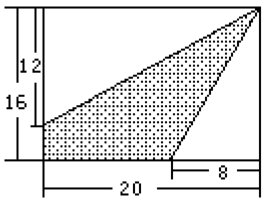
狐狸也承包了一片果园，不过他自己是不会劳动的，他又请别人帮他干活。

这天，老猴来到狐狸家，说自己愿意帮狐狸种好这片果园。狐狸太高兴了，因为老猴是培育果园的能手。他对老猴说：“你种好这片果园，到年终我给你工钱。”

老猴早出晚归，辛勤地干了一年。快过年了，他向狐狸要工钱。谁知，狐狸说：“行！不过，我要根据这片果园的面积大小来算工钱，你来给我算算，如果算对了，我就给工钱；如果算不出来，就不给工钱！”

老猴只会干活，不会算面积，再说这果园的形状很怪（如下图），更不能算了。

只见狐狸仰了仰头说：“那就不能怪我了，对不起，请回去吧！”老猴一听，狠狠地唾了一口，垂头丧气地回到家。



（图中，阴影部分就是老猴种的这片果园的示意图，单位是米。）

老猴回到家，老猴的两个儿子高兴地迎上去，问拿到多少工钱。老猴吧了口气，一五一十地说了经过。老猴的两个儿子——大猴和小猴都很聪明，他俩说：“这不难，我可以教你。”

大猴说：果园两旁空着的地方是直角三角形，面积分别是：20×12÷2＝120（平方米，16×8÷2＝64（平方米），整块地的面积是：20×16＝320（平方米），果园的面积是 320－（120＋64）＝136（平方米）。小猴说：其实果，果园与右边的空地合起来是梯形，用梯形面积减去直角三角形面积，不就是果园的面积了吗？他是这样算的：

（16－12＋16）×20÷2－16×8÷2＝200－64＝136（平方米）。

第二年，老猴又去帮狐狸种果园。狐狸很得意。快过年了，算工钱前，老猴说：“我如果能算出这片果园的面积，你得给我双倍工钱。”狐狸哪能想到老猴这下会算了，就一口答应。

结果，老猴用两种不同的方法算出了这片果园的面积。“对了吧！请给工钱！”

狐狸张大嘴巴，说不出话来，只好把双倍工钱给了老猴。

听了这个故事，你懂得了什么？

这故事说了解组合图形题的第一种思考方法：“分一分——分析法。下面就具体地给大家说说。首先，你要知道，什么叫组合图形。这很好说：由两个以上简单图形组合而成的图形，叫做组合图形。

组合图形组合的方式是各种各样的，因此看起来组合图形变化无穷。解组合图形的方法也很多。这本书将各种各样的方法，归纳成八种方法。这一节，先说第一种方法：分一分——分析法。正因为组合图形是由两个以上简

单图形组合而成的，那么，我们就可以用“分一分——分析法”，将组合图形分解成两个或两个以上简单的图形，再来求积。

用这个方法解组合图形题的一般步骤是：

1.先通过“分一分”，将组合图形分解成几个简单的图形。

2.分别算出各个简单图形的面积。

3.根据图形的组合方式，把各个简单图形的面积进行相加，或相减，或相加又相减。

用这个方法解，要注意：

1.分解成的图形，必须是已学过的基本图形，而且还要注意分解的个数越少越好。

2.分解成的图形，必须具有计算面积所需的数据（通过计算能得到的也可以）。

3.等于用不同角度观察图形，从中选择较佳的解法，提高自己分析问题的能力。

分一分——加一加

例 1　求下面这个组合图形的面积（单位：米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0057.bmp}

1.通过分析思考，将组合图形分一分，分解成一个长方形和一个直角三角形。

2.　S_1＝5×4＝20（平方米）

　S_2＝（5＋2）×3÷2＝10.5（平方米）

3.根据图形的组合方式，可知此组合图形的面积：

$S＝S_1＋S_2$＝20＋10.5＝30.5（平方米）

分一分——减一减

例 2　求下图阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0058.bmp}

1.通过分析思考，将组合图形分一分，分解成一个梯形、一个扇形和一个直角三角形。

2.梯形面积＝（30＋10×2）×10÷2

＝260（平方厘米）

扇形面积＝$3.14\times10^2\times\frac{1}{4}=78.5$（平方厘米）

等腰直角三解形面积＝10×10÷2

=50（平方厘米）

3.根据图形的组合方式，可知阴影部分的面积：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0059_1.bmp}

＝260－50－78.5＝131.5（平方厘米）

分一分——又加又减

例 3　求下图中阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0059_2.bmp}

1.通过分析思考，将组合图形分一分，分解成一个大半圆形，一个长方形和两个小半圆形。

2.大半圆形面积＝$3.14\times(\frac{4}{2})^2\times\frac{1}{2}$

＝6.28（平方分米）

长方形面积＝4×2＝8（平方分米）

小圆面积（两个小半圆合成）

＝$3.14\times(\frac{2}{2})^2$

＝3.14（平方分米）

3.根据图形的组合方式，可知阴影部分的面积：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0060_1.bmp}

＝6.28＋8－3.14＝11.14（平方分米）

合理选择方法

例 4　求下图中阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0060_2.bmp}

解法 1：

$S_{正}-(S_1+S_2)$

$=4\times4-[(4\times4-3.14\times4^2\times\frac{1}{4})+4\times2\div2]$

＝16－[3.44＋4]＝8.56（平方分米）

解法 2：

$S_{扇}-S_1=3.14\times4^2\times\frac{1}{4}-4\times2\div2$

＝12.56－4＝8.56（平方分米）

解法 1 较繁，而解法 2 比较容易。

组合体图形的解法

现实生活中所见到的物体，有好多是由基本体组合而成的，要计算组合体的体积，就像计算组合图形的面积一样，用“分一分”分析的思考方法，把组合体分解成几个基本体，再求它的体积。

例 5　如图是角钢，求它的体积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0061.bmp}

1.通过分析思考，将组合体图形分一分，分解成两个长方体。

2．竖着的长方体的体积：

20×20×2＝800（立方厘米）

横着的长方体的体积：

（10－2）×20×2＝320（立方厘米）

3.根据这个组合体的组合方式，它的体积：

800＋320＝1120（立方厘米）

例 6　计算下面图形的体积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0062.bmp}

解：$40\times30\times32-3.14\times\left(\frac{20}{2}\right)2\times\frac{1}{2}\times32$

＝38400－5024＝33376（立方厘米）

练习四

一、用“分一分——加一加”的方法解。

1.求下面组合图形的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0063_1.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0063_2.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0063_3.bmp}

2.求下面组合图形的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0063_4.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0064_1.bmp}

3.用不同的分解方法，求下面这个图形的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0064_2.bmp}

二、用“分一分——减一减”的方法解。

1.求下面这些图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0064_3.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0065.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0066.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0067_1.bmp}

2.求下面这些图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0067_2.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0068_1.bmp}

三、用“分一分——又加又减”的方法解。

1.求下图中阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0068_2.bmp}

2.求下图中阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0068_3.bmp}

3.下图是直角梯形，上底是 10 厘米，上底是下底长的一半，图中四边形 ABCD 是正方形，求阴影部分的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0069_1.bmp}

4.求下图中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0069_2.bmp}

5.求下图中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0069_3.bmp}

6.求下面图中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0070_1.bmp}

7.求下面图中阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0070_2.bmp}

8.求下面图中阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0070_3.bmp}

四、下面三个图形中，大、小正方形的边长分别为 8 厘米和 4 厘米，求各图形中阴影部分的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0070_4.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0071_1.bmp}

五、求下面组合体的体积。

1.下图是一个中空的长方体机器零件，求它的体积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0071_2.bmp}

2.高都是 1 米,底面半径分别是 2 米和 4 米的二个圆柱组成如下图物体，求这个物体的体积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0072_1.bmp}

3.求下面这个机器零件的体积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0072_2.bmp}

4.计算下面图形的体积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0072_3.bmp}

4.移一移——转化
（求组合图形方法之二）

再给大家说个“火眼金眼”的故事：

今天是猴妈妈的生日，小熊、小鹿、小马都带着礼物到她家祝贺。猴妈妈热情地招待他们，先端出一盒蛋糕，用刀切了一大块请大家吃。这时顽皮的小猴不知往哪儿去了，就给他留着（蛋糕上层表面如下图）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0073.bmp}

一会儿小猴回来了，看见桌上放着的蛋糕，就伸手去拿来吃。猴哥哥说：“慢！今天是妈妈的生日，家里来了好多客人，你不好好招待却到处乱跑。现在，你想吃蛋糕，得算出留下的蛋糕的表面的面积。”猴哥哥是想难难小猴：这样两块蛋糕，样子怪怪的，看他怎么算？

哪知，小猴认真地看了看留下的蛋糕，眨了眨眼忽然说：“我看出来了！只要量出原来这块蛋糕的宽，就可算了。”

“什么，会这样简单？”猴哥哥不相信地反问。

只见小猴把留下的右边那一点蛋糕。向左边一移，两块蛋糕刚巧合成一个上面的面是正方形的蛋糕。原来这块蛋糕的宽，就是这个正方形面的边长，不是只要量出它的数据，就可算出它的面积了吗（如图）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0074.bmp}

小熊、小鹿、小马看了都说小猴聪明，剩下的蛋糕都该给他吃。

“小猴的眼，真是火眼金睛！”猴哥哥也不由得夸起小猴来。

小猴听了，大口大口地吃着蛋糕，心里乐滋滋的。

小猴用的方法，就是接着要给大家说的解组合图形题的第二种思考方法：移一移——转化法。

这里的“移一移”，指的是平移。平移，就是把阴影部分（有时是空白部分）按水平方向移动拼接，正好形成一个基本图形，使计算简便。这里，通过平移，把要解决的问题，转化为熟悉的、容易解决的问题。这既是常用的解题的策略，也是需要着重培养的数学能力。

例 1　下图是一块长方形土地，十字形的道路把它划为四部分，就是图上的阴影部分。求阴影部分的面积（单位：米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0075_1.bmp}

如果用“分一分”的方法来解，得：

在长方形面积一狭长的长方形面积－狭长的平行四边形面积＋中间重叠多减了的一小平行四边形的面积。即

　　20×16－20×2－16×2＋2×2

　＝320－40－32＋4

　＝252（平方米）

用“移一移——转化”的方法来解，就简便多了。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0075_2.bmp}

通过平移，将四块被道路割裂开的土地的图形，拼接成一个长方形，把难解决的问题，转化成很容易解决的问题。只要这样算，就求出了阴影部分的面积：

（20－2）×（16－2）＝18×14＝252（平方米）

例 2　求下面这个图形中的阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0076.bmp}

初看，图中的阴影部分是不规则图形，无法计算它的面积。可是，你如果能从整体上观察、分析，就能发现运用平移的方法，会使你找到巧妙的解题方法。这题，有趣的是，它与众不同，是移动空白部分图形。将空白部分的图形平移，刚巧拼成一个正方形。因此，阴影部分的面积是一个长方形的面积，减去一个正方形面积，列成算式是：

（2＋2＋2）×4－4×4＝24－16＝8（平方厘米）

练习五

1.有一块平行四边形的菜地，一条水渠从菜地穿过（如图）。实地测量后，把量出的数据标在图上。你能算出这块菜地的面积吗？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0077_1.bmp}

2.一块正方形的瓜地，中间有一条小路通过，你能算出这块瓜地的面积吗？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0077_2.bmp}

3.在一块梯形的草坪中，有两条人行小道把草坪分为四块（如下图）。计算出草坪的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0078_1.bmp}

4.在一块边长 11 米的正方形花圃里有一条 1 米宽的小道（如下图）。计算这花圃种花的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0078_2.bmp}

5.求下面各图形影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0078_3.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0079.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0080.bmp}

5.拼一拼——归纳

（求组合图形方法之三）

大家听说过“国王与木匠”的故事吗？相信你们一定喜欢听吧！

从前，有一个国家里住着一位聪明的木匠，他不但做的东西坚实，而且很漂亮，在方圆百里很有名气。

后来，消息传到国王那儿。国王恼怒了：“竟会有比我还聪明的人？”他当即决定，要考考木匠。

第二天，国王召见木匠，宫廷内外站满了官员和百姓。国王对木匠说：“这里有两块中间空的椭圆形木板（如下图），你把它拼成一张圆桌面。拼的时候不准留下一小块锯断的或砍下的木板，也不许另外添上一点木板。这件活做成了，我就赏你一百两黄金；如果你做不成，你要坐一辈子牢！”

木匠知道国王的诡计。国王的难题，并没有难倒聪明的木匠，木匠想了想，就胸有成竹地拿起国王给的两块木板锯了起来。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0082_1.bmp}

木匠把锯好的木板一拼，圆桌面拼出来了。原来，他是这样锯、这样拼的：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0082_2.bmp}

国王一看，目瞪口呆。他在众人面前不好反悔，只好赏给木匠一百两黄金。木匠把这些黄金全分给在场的老百姓，从此木匠的名气就更大了。

木匠用的方法，就是“拼一拼”的方法，这个方法可以用到解组合图形题上来。

不说别的，就说如果要你算：这两块中间空的椭圆形木板的面积。这就很难算了。可是，用“拼一拼”的方法，把这两块木板归纳成一个圆形，只要量出这个圆的半径，不是很容易算出它们的面积了吗？

“拼一拼——归纳法”，是解组合图形题又一个思考分析方法。用“拼一拼——归纳法”解组合图形题时，要求先对组合图形进行整体观察，分析思考，再将各自单独的图形，巧妙地运用“拼一拼”的方法，归纳成一个简单的图形，这样使我们很简便地计算出这个组合图形的面积。

例 1　下图是以一个三角形的三个顶点作圆心，1 厘米长作半径画的三个圆。求三个阴影部分面积的和。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0083.bmp}

许多同学面对这道题会束手无策，认为是道怪题。理由是只知半径是 1 厘米一个条件，怎么解？

真是怪题吗？我们先对整个图形进行全面细致的观察，进而找出部分与整体的联系。这样，往往能比较顺利地找到解题的突破口。

实际上，仔细看图，我们发现：阴影部分是三个扇形，它们的圆心角分别为三角形的三个内角，和为 180 度，这就是说，各阴影部分拼起来恰好是一个半圆。只要求出这个半径是 1 厘米的半圆的面积，就求出了阴影部分的面积和。这题可这样列式计算：

$$3.14\times12\div2=1.57\text{（平方厘米）}$$

例 2　科技小组制做飞机模型，机翼的平面图是由两个完全相同的梯形组成的。它的面积是多少？（单位：毫米）

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0084.bmp}

按“分一分——分析法”解，先求出一个梯形的面积，再乘以 2，得机翼的面积，列成算式较麻烦。

（100+48）×250÷2×2

=148×250÷2×2

=37000（平方毫米）

用“拼一拼——归纳法”解，把两个完全相同的梯开拼成一个平行四边形：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0084_2.bmp}

它的面积是：

（48+100）×250=37000（平方毫米）

这样做不是简便多了吗？

例 3　下图中 ABCD 是平行四边形，求阴影部分的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0085_1.bmp}

这题如果用“分一分——分析法”解，太麻烦了！而用“拼一拼——归纳法”解，将三个各自单独的图形拼成一个梯形：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0085_2.bmp}

阴影部分的面积就是：

（10+20）×10÷2=150（平方厘米）

练习六

1.把下面三个长方形拼在一块，能不能拼成一个正方形。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0086_1.bmp}

2.求下图中两个阴影部分面积的和（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0086_2.bmp}

3.下图两个圆的直径都是 4 厘米，圆心分别是等腰直角三角形的两个顶点。求阴影部分面积的和。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0086_3.bmp}

4.下图是以一个直角梯形的两个顶点作圆心，1 厘米长作半径所画的两个圆。求阴影部分的面积和。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0087_1.bmp}

5.下图三个圆的周长都是 25.12 厘米，并且它们的圆心分别在一个直角梯形的三个顶点上，求图中阴影部分的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0087_2.bmp}

6.下图是一个等边三角形，分别以三个角顶为圆心，在三角形内画出三个最大的扇形。求阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0088_1.bmp}

7.求下图等腰直角三角形内阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0088_2.bmp}

8.在一个长方形里，分别以两个对角的顶点为圆心，宽为半径，画两个扇形。（如下图）求图中阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0088_3.bmp}

9.求下面各图中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0089.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0090.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0091_1.bmp}

10.下图中，四个圆的半径都是 2 厘米，求阴影部分的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0091_2.bmp}

11.三个半径都相同的圆放置如下图所示，半径分 1 厘米，O’到 AB 的垂线 O’H 是 2.7 厘米。求阴影部分的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0091_3.bmp}

6.转一转——旋转

（求组合图形方法之四）

车辆的轮子转动了，车轮就会前进或后退；电扇的叶子旋转了，会给你带来阵阵凉风。可是，你想到过吗？一些图形通过“旋转”，还会变成新的图形，不规则的图形还会变成规则图形。因此，“转一转——旋转”，还是解组合图形题一种重要的解题方法呢！

用“转一转——旋转法”解组合图形题时，同样也要先对组合图形进行整体观察，再将组合图形中的某一部分图形，以一个点为旋转中心，按逆时针（或顺时针）方向旋转，使不规则的组合图形变成一个或几个规则图形，再求得其解。下面举例来说明。

例 1　下图中正方形的边长是 2 厘米，求阴影部分的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE，!16000090_0092.bmp}

整体观察这个图形后，我们可以看出：以圆心为旋转中心，将右下的扇形逆时针旋转 90 度，将左下的阴影部分顺时针旋转 90 度，这个不规则的组合图形，就变成规则的组合图形：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE，!16000090_0093_1.bmp}

阴影部分面积，只要这样算就行了：

2×2÷2=2（平方厘米）

例 2　求下面这个图形中的阴影部分面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE，!16000090_0093_2.bmp}

整体观察图形，我们可以看出：以圆心为旋转中心，将右上的阴影部分顺时针旋转 90 度，将左上的阴影部分逆时针旋转 90 度，这个图形就变成：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE，!16000090_0094_1.bmp}

再以两个直角三角形交点为旋转中心，将左边的直角三角形按顺时针方向旋转 90 度，这个图形又变成：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE，!16000090_0094_2.bmp}

求阴影部分的面积，变成只要算这个小正方形的面积就行了：

（10÷2）×（10÷2）=25（平方厘米）

例 3　下图中，大正方形的面积是 16 平方厘米，求阴影部分这个小正方形的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE，!16000090_0095_1.bmp}

先看这个图形，只告诉你“大正方形的面积是 16 平方厘米”这一个条件，而要求中间阴影部分这个小正方形的面积，正好比“老虎吃天——无处下口”。

但是，如果我们用“转一转——旋转”的方法，把这个图形中的小正方形“旋转”一下，变成下面这样，就方便了。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE，!16000090_0095_2.bmp}

从上图可以使我们清楚地看到：中间阴影部分这个小正方形的面积，实际是外面大正方形面积的一半。它的面积是：

16÷2=8（平方厘米）

练习七

1.看一看，想一想，下面各图中部分阴影部分适当旋转后，会各变成怎样一个容易求积的图形？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0096.bmp}

2.转一转，想一想，下面前三个图形中阴影部分的面积与图形（4）中阴影部分的面积相等吗？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0097.bmp}

3.求下面这些图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0098.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0099.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0100_1.bmp}

4.下图是一个正方形，A、B 是两边的中点，求图中阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0100_2.bmp}

7.补一补——割补
（求组合图形方法之五）

又来说个“国王聘老师”的故事吧！

从前，有一个国王要为自己的儿子聘一位数学老师。消息一传出，应聘的人很多。国王决定自己出题面试，谁首先做出的题目，就聘谁为王子的老师。

面试时，国王出的题目是这样的：

下图有四个圆，大小相等，半径都是 1 厘米。你能算出图中阴影部分（以下简称为“花瓶”）的面积吗？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0101.bmp}

应聘的人看了这个怪题之后，大眼瞪小眼，不知从何入手。好多人摇摇头，走了。

唯有一个十五岁的女孩，她找到了办法。她还一下想出了三种不同的算法：

她先用“割补法”，把“花瓶”变成正变形：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0102_1.bmp}

这个正方形的面积就是“花瓶”的面积。因为正方形的边长等于 2 厘米，所以，“花瓶”的面积=2×2=4（平方厘米）。

她又用“割补法”，把“花瓶”变成正方形：

这个正方形的面积，同样也是“花瓶”的面积。“花瓶”的面积=正方形的面积=2×2=4（平方厘米）。

她还用“割补法”，把“花瓶”变成一个梯形：

“花瓶”的面积=梯形的面积=（1+3）×2÷2=4（平方厘米）。

国王听了小女孩讲了算法，满意地点了点头。她被国王聘为小王子的数学老师。

从这个故事中，你又学到了解组合图形师的一种好方法——“补一补——割补法”。

用“补一补——割补法”解组合图形题，就是把原组合图形上的某一部分割下来，补到另一部分上去，正好形成一个基本图形，使计算简便。

例 1　求下图中，阴影部分的面积（单位：厘米）。{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0104_1.bmp}初看，阴影部分是不规则图形。运用“割补法”一割一补，就变成了规则图形：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0104_2.bmp}

这题只要这样计算就行了：

3.14×42÷2=25.12（平方厘米）

例 2　求下面这个图形的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0104_3.bmp}

这图形看起来很复杂，运用“割补法”就能另辟蹊径，化繁为简：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0105_1.bmp}

这题只要这样算就行了：

10×（4+2）=60（平方厘米）

例 3　求下图阴影部分的面积（单位：分米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0105_2.bmp}

这题用“割补法”来解，更显得巧妙了：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0105_3.bmp}

只要算出这个平行四边形的面积，就算出了原图形阴影部分的面积：

6×（6÷2）=18（平方分米）

从以上三例可见，“补一补——割补法”又是解组合图形题的好办法，你不妨去试一试吧！

练习八

一、看一看，想一想，运用“割补法”可将下面这些图开变成怎样简单的图形？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0106.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0107_1.bmp}

二、计算下面这些图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0107_2.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0108.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0109.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0110.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0111.bmp}

15.下图由五个边长是 4 厘米的正方形拼起来的，求图中阴影部分的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0112.bmp}

8.添一添——创造
（求组合图形方法之六）

再给大家说个《毛皮商的广告》的故事：

某城有一家皮货商店，地处偏僻小巷内，平日生意稀少，店主很焦急。

一天，他到朋友家串门，谈起生意的事。他的朋友帮他想个办法。

第二天，在店堂门口挂起一块皮料，上面一部分涂上颜色。旁边贴着一张醒目的广告，上面写着：“这块皮料面积是 36 平方分米，哪位高明的顾客一下说出，皮料上涂有颜色这部分的面积，可在本店任意选购名贵皮货一件，半价优惠。”（皮料如图示）

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0113.bmp}

消息一传出，轰运一时，很多顾客被吸引过来，皮货店热闹非凡，但是动没有人能说出这皮料上涂有颜色部分的面积。

后来，这难题想不到补一个小学生解决了。他巧妙地在这块毛皮上添画上两条线，难题便不难了：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0114.bmp}

看，现在这块皮料上的$\triangle_1$和$\triangle_2$，$\triangle_3$和$\triangle$，$\triangle_5$和$\triangle_6$分别都是等底等高的三角形，所以：$S\triangle_1=S\triangle_2$，$S\triangle_3=S\triangle_4$，$S\triangle_5=S\triangle_6$。因此，

这块皮料上涂有颜色的这部分，刚巧占这块皮料面积的$\frac{1}{2}$，则是：

$$36\div2=18\text{（平方分米）}$$

店主说：“小朋友，真不简单！你就选块毛皮吧！”这位小学生，却连声说：“不用，不用！”连蹦带跳地走了。

从这个故事可看出：巧添辅助线是解组合图形题的一个好方法。

数学解题是一项有趣的智力活动。“解题意味着发现一条摆脱疑难，绕过障碍的途径，以达到一个不能一蹴而就的目的。”巧添辅助线，给你创造新的条件，如同为你架起了思维的桥梁，帮你拨开“难”的表面现象，显露出“易”的本质。经常巧妙地运用这种办法解题，还能培养你思维的创造性。

用这种方法解组合图形题,就是在组合图形上添上一条或几条辅助线(辅助线一般用虚线来表示），使复杂的图形创造性地变成一个或几个简单的图形，然后直接求解。下面举例给大家说说：

例 1　求下面这个图形的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0115.bmp}

这个图形是不规则图形，添上一条辅助线，使组合图形添上一个简单的图形，构成一个简单图形（如下图）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0116_1.bmp}

这题就可这样计算了：

$$\begin{aligned}&12\times5-(12-6)\times2\div2\\=&60-6\\=&54\text{（平方厘米）}\end{aligned}$$

例 2　如下图，梯形中阴影部分的面积是 4 平方厘米，而且 AE=EB，CF=FG=GD，求梯形 ABCD 的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0116_2.bmp}

这道题，如果不添辅助线，会叫你一筹莫展。因为，根本无法知道这个梯形的上底、下底、和高。可是，当你经过一番思索，恰当地添上辅助线后，“柳暗花明又一村”的情景，就出现在你的眼前了：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0117_1.bmp}

从图中可明显地看出，阴影面积是这个梯形面积的$\frac{1}{5}$，梯形面积则是：

4×5=20（平方厘米）

例 3　求下图中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0117_2.bmp}

用“分一分——减一减”的方法解：

（5+8）×2.5÷2-5×2.5÷2

=16.25-6.25=10（平方厘米）

而添上一条辅助线，就简便多了：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0118_1.bmp}

因为△ACE 与△BCE 等底等高，所以 $S_{\triangle ACE}=S_{\triangle BCE}$。那么，原图上的阴影部分面积就等于现在图上阴影部分的面积，即可以这样算：

8×2.5÷2=10（平方厘米）

练习九

一、添上辅助线，再计算下列各图形的面积。（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0118_2.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0118_3.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0119_1.bmp}

二、添上辅助线，再计算下面图形中阴影部分的面积。（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0119_2.bmp}

三、计算。1.下图中 ABCD 是边长 6 厘米的正方形，已知 CE 的长度的 ED 的 2 倍。求三角形 CEF 的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0120_1.bmp}

2.如下图，在三角形 ABC 中，BD=DC，AE=2BE，如果三角形 BED 的面积为 20 平方厘米，求三角形 ABC 的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0120_2.bmp}

3.如下图，已知平行四边形 ABCD 的面积为 180 平方厘米，圆的周长为 62.8 厘米，求阴影部分面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0120_3.bmp}

4.如下图，已知平行四边形 ABCD 的面积为 50 平方厘米，M、N 分别是 AB、CD 的中点。求阴影部分的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0121_1.bmp}

5.已知三角形 ABC 是一个等边三角形，D 为 AB 的中点，△DBE 的面积是 5 平方厘米，求等边三角形 ABC 的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0121_2.bmp}

6.如图，ABCD 是一个长方形，AD 交 BD 于点 O，E、F 分别是 AC、BD 延长

线上的点，且 FB=OB，EC=OC，已知阴影部分的面积是 24 平方厘米，求三角形 OEF 的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0121_3.bmp}

7.如下图，正方形的面积是 50 平方厘米，三角形的两条直角边，长边是短边的 2.5 倍，求三角形的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0122.bmp}

9.代一代——假设
（求组合图形方法之七）

科学的发现离不开假设。波利亚说：“先猜，后证——这是大多数的发现之道。”这也是许多数学题的解题之道。

在解图形题时，我们也常用到“代一代——假设法”来解题。运用这种方法，可使题目中隐蔽着的条件变得很明显，便于让我们找到解题的关键。用“代一代——假设法”解图形题，有以下两种情况：

一、当图形中没有任何数据时，可考虑用假设法来求解。

例 1　如下图，长方形中，点 D、E 分别是两条边上的中点，阴影部分的面积占整上长方形面积的几分之几？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0123.bmp}

解：假设图中 CE 遥长为 2 个单位（亦可假设为任何数，但应以方便计算为佳，以下各题同），CD 为 3 个单位，则 CA 为 4 个单位，CB 为 6 个单位。由此，可分别求出△EDC 和△ABC 的面积：

$$2\times3\div2=3$$

$$4\times6\div2=12$$

从而，得知图中阴影部分的面积：

$$12-3=9$$

因而，得解：$9\div(12+12)=\frac{3}{8}$，即阴影部分的面积占整个长方形面积的$\frac{3}{8}$。

二、当题中两个平面几何图形的面积关系，有一个固定的常数时，则可用假设法求解。

例 2　在边长 10 厘米的正方形内，剪去一个尽可能大的圆后，剩下部分（就是下图阴影部分）的面积是多少？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0124.bmp}

通过对这个图形的观察思考，我们会发现图中的阴影部分的面积与正方形面积的比是一个“定值”。这个定值是多少呢？可以用“假设法”求出来：

设　这个尽可能大的圆的直径为 a，则这个圆的面积占正方形面积的：

$$\frac{\pi(\frac{a}{2})^2}{a^2}=\frac{\pi\frac{a^2}{4}}{a^2}=\frac{\pi a^2}{4}\times\frac{1}{a^2}=\frac{\pi}{4}\approx0.785=78.5\%$$

$$(\pi\text{的近似值取}3.14)$$

那么，剪去尽可能大的一个圆后，剩下部分的面积占这个正方形的：

$$1-78.5\%=21.5\%$$

知道了这个定值，就可用这个特殊数据直接计算一些图形的面积。如，这道题可这样列式计算：

$$10\times10\times21.5\%=21.5\text{（平方厘米）}$$

例 3　如图，有一块正方体的木料，它的棱长是 4 分米，把这块木料加工成最大的圆柱体，求削去的体积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0125.bmp}

根据上题得出“21.5%a^2”，直接进行计算，既快又好，可在到事半功倍的效果，看：

4×4×21.5×4=13.76（立方分米）

例 4　求下图中叶形的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0126.bmp}

通过对这个图形的观察思考，我们又会发现：叶形面积与正方形面积的比也有一个“定值”。运用“假设法”，假设上图扇形的半径为 r，则叶形的面积就是：

$$\frac{1}{4}\pi r^2+\frac{1}{4}\pi r^2-r^2$$

$$=\frac{1}{2}\pi r^2-r^2$$

$$=r^2(\frac{1}{2}\times 3.14-1)$$

$$=0.57r^2$$

掌握这个特殊数值，我们又能对求叶形面积这一类图形题进行巧算。

如，上题就可以这样列式计算：

10×10×0.57=57（平方厘米）

练习十

一、请你运用“假设法”，巧解下面没有数据的图形题。

1.如下图，长方形 ABDC 中，E 是 AB 边上的中点，求阴影部分面积是这个长方形面积的几分之几？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0127_1.bmp}

2.如下图,已知 A 是半径的中点,求阴影部分面积是圆面积的几分之几？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0127_2.bmp}

二、巧用“21.50%a^2”，解下列图形题。求下面各题阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0128.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0129_1.bmp}

三、巧用“0.57”这个特殊的数值，解下列图形题。求下面各题阴影部分的面积（单位：厘米）。1

.下面八个各种各关的图形，绚丽多彩，它们真有趣呀 !它们不但图形美，而且阴影部分的面积都有规律。

请你算一算阴影部分的面积，找出它们的规律（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0129_2.bmp}

大圆半径为 4 厘米大圆半径为 4 厘米

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0130_1.bmp}

2.计算下面这些图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0130_2.bmp}

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0131.bmp}

10.折一折——想象
（求组合图形方法之八）

对称

学校要开运动会，布置会场时，如果主席台的一边放五盆花，另一边放一盆花，一边插五面红旗，另一边插二面红旗，你一定感到很别扭，因为这种场面破坏了图形的对称，失去了一种美感。

天上的飞鸟，样子是对称的，人们根据飞鸟的原理制造的飞机，自然也是对称的。此外，就拿人的身上来说，人的双眼、两手、两脚、两耳也是对称的。再如，我们身边可看到的：钟面、两边对开的箱橱、衣服、裤、帽，就连冬天漫天飞舞的雪花，都是对称的。

我们生活在一个对称的世界里！

把下面的图形沿中间的虚线对折，看两边的图形是不是完全重合？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0133_1.bmp}

如果，一个平面图形沿着中间的一条直线对折后，直线两边的图形能够完全重合，那么这个图形叫做轴对称图形。这条直线就叫做对称轴。

下面把小学阶段学的平面图形，按：“对称性”归类整理如下表：（见134页）

轴对称图形的知识有着广泛的应用。它可用到解图形题上来。下面就给大家说说，怎样用“折一折——想象法”来解图形题。

用这种方法解图形题时，得根据对称图形的特征，将图形折一折，想象出另一半图形；或将原图添补，“完整”，使它成为对称图形，再从对称图形着眼，就能很快地找到解题的途径。

面图形的对称性

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0134.bmp}

例 1　已知对称轴所在的位置以及半个图形（如下图），你能很快地想象得出另一半图形吗？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0135_1.bmp}

根据对称图形的特征，想象出另一半图形，这是用这种方法解图形题的基本功，要加强训练。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0135_2.bmp}

例 2　如下图，已知等腰直角三角形 ABC 的斜边长 7 厘米，求这个三角形的面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0136_1.bmp}

分析：要求△ABC 的面积，必须知道这个三角形的底和高。但题中只知道斜边的长度，显然难以求得结果。

如果，能从对称图形的特征去思考：以 AB 为对称轴，想象出另一半图形，再画一个和△ABC 完全一样的△A1B1C1。那么得到的△A1C1C 的面积是△ABC 面积的 2 倍，只要求出△AC1C 的面积，就可算出△ABC 的面积。具体见下图：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0136_2.bmp}

因为，△AC1C 的面积：

7×7÷2=24.5（平方厘米）

所以，△ABC 的面积：

24.5÷2=12.25（平方厘米）

例 3　如下图，已知扇形的半径为 8 厘米，圆心角 45°；求阴影部分面积。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0137_1.bmp}

分析：用“分一分——减一减”的方法解，是将扇形面积减去三角形面积，但根据已知条件，三角形的底和高无法求得，此路不通。

我们不妨又利用对称图形的特征，以原图中的半径为对称轴，想象出另一半图形，补画上这一半图形，这样就成为对称图形。那么，原图上阴影部分的面积就等于这个对称图形中阴影部分的面积的一半，具体见下图：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0137_2.bmp}

因为，这个图形中阴影部分的面积：

$$3.14\times 82\times \frac{1}{4}-8\times 8\div 2$$

=50.24-32=18.24（平方厘米）

所以，原图中阴影部分的面积：

18.24÷2=9.12（平方厘米）

例 4　如图，已知 AO=10 厘米，求所示图形的面积。（此题，选自美国《数学教师》杂志 1990 年第 1 期。）

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0138.bmp}

分析：要求这样一个复杂的平面图形的面积，却只给出一个看来与图形无关系的数据，似乎很难解答。不过，这道难题是可以巧解。

“数学需要想象。”我们可以想象，只用一个数据就能求面积的平面图形，只能是正方形。我们不妨以 AO 为边长作一个正方形，看看怎样？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0139_1.bmp}

仔细观察上图，你会发现：后来得到的正方形 ABCD，实际与原图形的面积相等。你能看出吗？所以，原图面积：

10×10=100（平方厘米）

练习十一

一、下面这些图形都是轴对称图形，它们的对称轴分别有 1、2、3、4 条，请你画出来。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0139_2.bmp}

二、想一想，下图所示（1）、（2）的形状大小都一样，是不是轴对称图形？为什么？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0140_1.bmp}

三、画出下面图形的对称轴。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0140_2.bmp}

四、下图中，哪幅图不是轴对称图形？

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0141.bmp}

五、给你一把直尺，请你在纸上画出下面 AB 弧所对的圆心角。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0142_1.bmp}
六、计算下面各图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。
（1）如图，一个等腰直角三角形，边长 12 厘米，求它的面积。
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0142_3.bmp}
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0143.bmp}
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0144.bmp}

结束语

在这本书的篇末，还要送给大家四个字：多想，多练。

本书不是企图以书中的有限资料，来“填塞”读者的头脑。读了这本书，头脑中又多了一些解图形题的方法和图形题一类有趣的题目，固然又增长了一些知识，但这毕是有限的。本书的主要目的，是在于通过例题讲思考方法，通过习题思考方法，让大家在思考和练习中打开智慧的窗口。因此，大家在读这本书时，还要做到：多想，多练。

多想就是勤思考。伟大的科学家爱因斯坦说过：“学习知识要善于思考，思考，再思考。我是靠这个学习方法成为科学家的。”无数事实证明，数学喜欢跟爱动脑筋的孩子交朋友。发现自然的美靠眼睛，品味音乐的美靠耳朵，欣赏数学的美靠思考。面对一道数学的图形题，不要只满足于怎么做，更重要的是学会怎样想。想好了，再做；做好了，再想——总结解这道题的“一点点发现”。日积月累，就可培养出善于思考的能力。只有具备了这种能力，才算掌握了开启数学之门的钥匙，才会面对千变万化的数学的图形题应付自如。

多练就是多做题。一位数学家说得好：“学数学最好的办法是做数学。”须要牢记：解数学题是一项实践性活动，更是一个创造性过程。每一个问题的解决就意味着一次锻炼，一次成功，一次收获。本书在介绍图形题解法的同时，精选了一定数量的练习题，这些题都要自己做，做了才算懂了，做对了才算会了。会了，再另外找图形题做，达到熟练掌握这些思考分析方法。叶圣陶爷爷说过：“只有熟练成了习惯，好的方法才能随时地运用，好像出于本能，一辈子受用不尽。”

有人说：“数学题是智慧的磨刀石”，也有人说：“数学题也是意志的试金石”。说得真对！让我们来学它，做它，爱它，在思考和练习中，不断的鞭策自己、训练自己、砥砺自己……

参考答案

练习一

一、1.（1）长方形　（2）宽　（3）长
2.（1）三角形　（2）高　（3）底
3.（1）梯形　（2）上底　（3）下底　（4）腰　（5）高
4.（1）圆　（2）半径
5.（1）长方体　（2）长　（3）宽　（4）高
6.（1）圆柱体　（2）高　（3）半径

二、1.正方形　长方形
2.正方形　三角形
3.半圆　长方形
4.扇形　正方形
5.梯形　正方形
6.平行四边形　长方形
7.梯形　半圆
8.三角形　半圆
9.半圆　等边三角形
10.半圆　长方形　半圆

三、1.正方形　长方形
2.平行四边形　正方形
3.三角形　正方形
4.梯形　三角形
5.三角形　圆
6.梯形　半圆
7.圆　正方形
8.扇形　三角形
9.圆　圆
10.半圆　半圆

四、1.圆锥体　圆椎体
2.圆柱体　长方体

练习二

1.（1）正方形+三角形
（2）扇形+三角形+长方形
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0148.bmp}
（3）长方体+圆柱体
2.（1）长方形-扇形-扇形
（2）梯形-三角形
3.三角形，23 厘米，8 厘米。
4.三角形，3 厘米，2 厘米。
5.梯形，5 厘米，4 厘米，5 厘米。

6.圆的半径，梯形的高上和底。
7.（1）4㎝，4㎝，90°。
（2）扇形，2 厘米，300°。
（3）5㎝，5㎝，5㎝。
（4）直角三角形，4㎝，2㎝。
（5）三角形，4㎝，5㎝。
（6）4。
8.（1）A （2）√、×、√ （3）B
（4）A （5）D （6）C
9.（1）√ （2）× （3）√ （4）√
10.（1）6 条线段。
（2）8 个锐角，3 个直角，3 个钝角。
（3）91 个角。
（4）55 个正方形。
（5）A.17 个。B.9 个。C.1 个。

练习三

一、1.从甲出发，经过 O 到乙的这条最短。
2.南路和北路一样近。
3.三条路一样近。
4.虽然三角形的形状、方向、位置都已变化，但是“底×高”的积没变化，因此面积都相等。
5.甲、乙两个图形的周长，分别由 8 条线组成，除 5 条是公共线段外，另 3 条分别相等，可见两个图的周长相等。
6.这两个平行四边形等底等高，所以面积相等。
二、1.（5+8）×2=26（厘米）
（5+8）×2+2×2=30（厘米）
2.6×4=24（厘米）
3.（40-10）×10÷2=150（平方米）
4.10×6÷2=30（平方米）
5.要使剪去的三角形面积最大，必须以梯形的下底为底，顶点在上底上的三角形（如图）。有多种剪法。剩下的可能是 2 个三角形或一个三角形，它们的面积都是以梯形的上底为底，顶点在下底上的一个三角形的面积。
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0150.bmp}
剩下图形的面积：20×10÷2=100（平方厘米）。
6.340×20÷34=20（厘米）……高
（20+34）×20÷2=540（平方厘米）……梯形的面积。
7.5×4=20（分米）
5×5=25（平方分米）
5×5×5=125（立方分米）
三、1.A 2.（3） 3.（1）、（2、3）
4.C 5.B 6.B

练习四

一、1.

（1）（15+30）×15÷2+30×20

=337.5+600

=937.5（平方厘米）

（2）（10+18）×30÷2+18×10÷2

=420+90

=510（平方厘米）

（3）$4\times4\div2+3.14\times4^2\times\frac{180-45}{360}$

=8+18.84

=26.84（平方厘米）

2.（1）$3.14\times5^2\times\frac{360-90}{360}+5\times5\div2+7\times2$

$=58.875+12.5+14$

$=85.375$（平方分米）

（2）$3.14\times102^2\div2+10\times10+10\times10\div2$

$=39.25+100+50$

$=189.25$（平方分米）

3.不现的分解方法见“看一看——观察”这一节，面积是54平方厘米。

二、1.

（1）（$4+7$）$\times3\div2-3.14\times(\frac{4}{2})^2\div22$

$=16.5-6.28$

$=10.22$（平方厘米）

（2）$10\times5-3.14\times(\frac{10}{2})^2\div2$

$=50-39.25$

$=10.75$（平方厘米）

（3）$5\times5\div2-3.14\times5^2\times\frac{45}{360}$

$=12.5-9.9125$

$=2.6875$（平方厘米）

（4）$3.14\times5^2\times\frac{1}{4}-5\times5\div2$

$=19.625-12.5$

$=7.125$（平方厘米）

（5）$3.14\times6^2\times\frac{1}{4}-3.14\times(\frac{6}{2})^2\times\frac{1}{2}$

$=28.26-14.13$

$=14.13$**（平方厘米）**

（6）$20\times20\div2-3.14\times(\frac{20}{2})^2\times\frac{1}{2}$

$=200-157$

$=43$**（平方厘米）**

（7）（5+7）×2.5÷2-4×3÷2

=15-6

=9（平方厘米）

（8）$3.14\times6^2\times\frac{1}{4}-3.14\times(\frac{6}{2})^2\times\frac{1}{2}$

$=28.26-14.13$

$=14.13$**（平方厘米）**

（9）$3.14\times20^2-3.14\times15^2$

$=1256-706.5$

$=549.5$**（平方厘米）**

（10）$3.14\times25^2\times\frac{1}{4}-3.14\times20^2\times\frac{1}{4}$

$=490.625-314$

$=176.625$**（平方厘米）**

2．

（1）（$3\times2+3$）$\times3\div2-3.14\times3^2\times\frac{1}{4}-3.14\times3^2\times\frac{45}{360}$

$=13.5-7.065-3.5325$

$=2.9025$**（平方厘米）**

（2）$7\times4-3.14\times(\frac{4}{2})^2\div2-$（$7-4\div2$）$\times4\div2$

$=28-6.28-10$

$=11.72$**（平方厘米）**

（3）$7\times4-3.14\times(\frac{4}{2})^2\div2-4\times4\div2$

$=28-6.28-8$

$=13.72$**（平方厘米）**

（4）$3\times2\times3-3.14\times3^2\div4-3\times3\div2$

$=8-7.065-4.5$

$=6.435$**（平方厘米）**

三、

1. $3.14 \times 4^2 \times \frac{1}{4} \times -4 \times 2 + 3.14 \times 2^2 \times \frac{1}{4}$

$= 12.56 - 8 + 3.14$

$= 7.7$（平方分米）

2. $2 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 \div 2 - 3.14 \times 2^2 \div 2$

$= 8 + 4 - 6.28$

$= 5.72$（平方分米）

3. $3.14 \times 10^2 \times \frac{1}{4} + 10 \times 10 \div 2 - 10 \times 10 \div 2$

$= 39.25 + 50 - 50$

$= 39.25$（平方分米）

4. $7 \times 5 + 3.14 \times 5^2 \div 4 -$ （$7 + 5$）$\times 5 \div 2$

$= 35 + 16.625 - 30$

$= 24.625$（平方厘米）

5. （$5 + 6$）$\times$（$5 + 6$）$\div 2 -$ （$6 \times 6 \div 2 + 3.14 \times 5^2 \times \frac{1}{4}$）

$= 60.5 -$ （$18 + 19.625$）

$= 22.875$（平方厘米）

6. $3.14 \times (\frac{8}{2})^2 \times \frac{180 - 45}{360} -$ （$8 \div 2$）$\times$（$8 \div 2$）

$\div 2 - 3.14 \times (\frac{8}{2})^2 \times \frac{45}{360}$

$= 18.84 + 8 - 6.28$

=20.56(平方厘米)

7. （$4 + 6$）$\times 4 \div 2 - 3.14 \times 4^2 \div 4 + 3.14 \times (\frac{4}{2})^2 \div 2$

$= 24 - 12.56 + 6.28$

$= 17.72$（平方分米）

8. $3.14 \times (\frac{6}{2})^2 \div 2 + 3.14 \times (\frac{8}{2})^2 \div 2 + 6 \times 8 \div 2 + 3.14 \times (\frac{10}{2})^2 \div 2$

$= 14.13 + 25.12 + 24 - 39.25$

$= 24$（平方厘米）

四、1.8×8÷2=32（平方厘米）

2.（4+8）×8÷2+4×4÷2-（4+8）×8÷2

=48+8+48

=8（平方厘米）

3.8×8+4×4-[（4-3）+8]×（8+4）÷2

=64+16-54

=26（平方厘米）

五、1.　30×20×12-30×12×6

=7200-2160

=5040（立方厘米）

2. 3.14×22×1+3.14×42×1

=12.56+50.24

=62.8（立方厘米）

3. $10\times10\times2-3.14\times(\frac{4}{2})^2\times2$

$=200-25.12$

$=174.88$（立方厘米）

4. $3.14\times(\frac{20}{2})^2\times100+\frac{1}{3}\times3.14\times(\frac{20}{2})^2\times30$

$=31400+3140$

$=34540$（立方厘米）

练习五

1.（15-1）×6=84（平方米）

2.10×（10-1）=90（平方米）

3.[（60-2）+（86-2）]×（40-2）÷2=2698（平方米）

4.（11-1）×（11-1）=100（平方米）

5.（1）（20-5）×15=225（平方厘米）

（2）（20-2）×8=144（平方厘米）

（3）[（40-5）+（50-5）]×30÷2=1200（平方厘米）

（4）[3+（8-3）]×3÷2=12（平方厘米）

（5）

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0157_1.bmp}

将乙空白平移，使它与甲空白合拼成一个长方形。这样，就将阴影部分"挤"到右端，成为一个长 18 厘米，宽 3 厘米的小长方形。因此，阴影部分的面积是：

18×3=54（平方厘米）

（6）5×5÷2=12.5（平方厘米）

（7）（4+16）×4÷2=40（平方厘米）

（8）（10+20）×（20÷2）÷2=150（平方厘米）

练习六

1.能拼成正方形，拼法见图：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0157_2.bmp}

2. $3.14\times3^2\times\frac{1}{4}=7.056$（平方厘米）

3. $3.14\times(\frac{4}{2})^2\times\frac{1}{4}=3.14$ **（平方厘米）**

4. $3.14\times1^2\div2=1.57$ **（平方厘米）**

5. $3.14\times(\frac{25.12}{3.14\times2})^2\times\frac{270}{360}$

$=37.68$ **（平方厘米）**

6. $3.14\times4^2\div2=25.12$ **（平方分米）**

7. （$2+2$）×（$2+2$）÷ $-3.14\times2^2\div2$

$=8-6.28$

$=1.72$ **（平方分米）**

8. $4\times2-3.14\times2^2\div2$

$=8-6.28$

$=1.72$ **（平方分米）**

9.（1）（10÷2）×（10÷2）

=25（平方厘米）

（2）$3.14\times(\frac{8}{2})^2\times\frac{1}{4}$

$=12.56$ **（平方厘米）**

（3）（4+8）×4÷2=24（平方厘米）

（4）$10\times10-3.14\times10^2\times\frac{1}{4}$

$=100-78.5$

$=21.5$ **（平方厘米）**

（5）20×（20÷2）÷2=100（平方厘米）

（6）[（24÷2）+24]×（24÷2）×2

=216（平方厘米）

（7）两块阴影部分可看作，合并而成的一个平行四边形，面积是：

（40-15）×30=750（平方厘米）

（8）$10\times5-3.14\times(\frac{5}{2})^2$

$=50-19.625$

$=30.375$ **（平方厘米）**

（9）刚巧拼成一个扇形：

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0159.bmp}

$3.14\times8^2\times\frac{1}{4}=50.24$ **（平方厘米）**

10. [（2×2）×（2×2）]-3.14×2^2

$=16-12.56$

$=3.44$ **（平方厘米）**

11.[（1×2）×（2.7-1）]-3.14×1^2÷2

=3.4-1.57

=1.83（平方厘米）

练习七

1．{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0160.bmp}

2.前三个图形中，部分的阴影部分“旋转”后，都与图形（4）中阴影部分的面积相等。

3．（1）12×（12÷2）÷2=36（平方厘米）

（2）20×20÷2=200（平方厘米）

（3）$3.14\times4^2-3.14\times2^2$

=50.24-12.26

=37.68（平方厘米）

（4）6×3=18（平方厘米）

（5）（6÷2）×（6÷2）÷2

=4.5（平方厘米）

（6）8×（8÷2）=16（平方厘米）

（7）$3.14\times10^2\div2=157$（平方厘米）

（8）24×24÷2=288（平方厘米）

（9）

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0161.bmp}

$3.14\times10^2\div2-10\times10\div2$

=157-50

=107（平方厘米）

4.22×22÷2=242（平方分米）

练习八

一、

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0162.bmp}

二、1．12×5=60（平方厘米）

2．6×（6÷2）=18（平方厘米）

3．7×7=49（平方厘米）

4. $3.14\times(\frac{14}{2})^2\times14=38.465$（平方厘米）

5．8×4=32（平方厘米）

6. $8\times8-3.14\times(\frac{8}{2})2$

$=64-50.24$

$=13.76$（平方厘米）

7．20×10=200（平方厘米）

8．$3.14\times4^2\div2=25.12$（平方厘米）

9．2×4×4=32（平方厘米）
10．6×6÷2=18（平方厘米）
11.6×（6÷2）18（平方厘米）
12．$3.14\times(5+2)^2-3.14\times5^2$
=153.86-78.5
=75.36（平方厘米）
13．5×5=25（平方厘米）
14．4×4=16（平方厘米）
15．（4×3）×4÷2=24（平方厘米）

练习九

一、1．10×6-（10-4）×2÷2
=60-6=54（平方厘米）
2.（14+32）×22÷2-14×÷6÷2
=506-42
=434（平方厘米）
3.（10+10+3）×（3+3）÷2-3×3
=69-9
=60（平方厘米）
二、1．
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0164_1.bmp}
8×4÷2+4×4÷2=16+8=24（平方厘米）
2．
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0164_2.bmp}
（6+4+6）×7÷2=56（平方厘米）
三、1．
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0165_1.bmp}
添上辅助线后，可看出：△FBC 与△DBC 的面积相等（等底等高），则△DEB△与△FEC 的面积也相等。
因为△DEB 的面积：
[6÷（1+2）]×6÷2=6（平方厘米）
则△CEF 的面积也是 6 平方厘米。
2．
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0165_2.bmp}
添上辅助线后，可看出：△CEB 的面积是△DEB 的 2 倍，而△ABC△的面积又是△CEB 面积的 3 倍，则△ABC 的面积是：
20×2×3=120（平方厘米）
3．
{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0166_1.bmp}
添上辅助线后，可看出：△BDC 的面积是平行四边形 ABCD 面积的一半，而△BOC 面积又是△BDC 面积的一半，则△BOC 的面积是：
180÷2÷2=45（平方厘米）
4．

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0166_2.bmp}

添上辅助线后，可看出：阴影部分的面积是平行四边形 ABCD 的一半，即：

50÷2=25（平方厘米）

5.

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0167_1.bmp}

添上辅助线后，可看出：△ABC 的面积是△DBE 的 8 倍，即：

5×8=40（平方厘米）

6.

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0167_2.bmp}

添上辅助线后，可看出：△OEB 的面积是△OCB 面积的 2 倍，而△OEF 的面积又是△OEB 面积的 2 倍，所以△OEF 的面积是：

24×4=96（平方厘米）

7.

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0167_3.bmp}

添上辅助线后，可看出：三角形甲与三角形乙的高相等，甲的底长是乙的底长的 2.5 倍，那么，甲的面积也一定是乙的 2.5 倍，则乙的面积是：

50÷2÷2.5=10（平方厘米）

练习十一

1. $\frac{1}{4}$

2.设 AO=1，则 r=2

阴影面积是圆面积的：

$$(3.14\times2^2\times\frac{1}{4}-1\times2\div2)\div3.14\times2^2$$

$$=2.14\div12.56=\frac{107}{628}$$

二、1．6×6×21.5%=7.74（平方厘米）

2．8×8×21.%=13.76（平方厘米）

3．6×（3×2）×21.5%=3.87（平方厘米）

4．8×8×21.5%=13.76（平方厘米）

5．5×5×21.5%×2=10.75（平方厘米）

三、1.这八个图形的阴影部分的面积都是：

4×4×0.57=9.12（平方厘米）

2.（1）6×6×0.57÷2=20.52（平方厘米）

（2）6×6×0.57=20.52（平方厘米）

（3）20×10-10×10×0.57×2

=200-114-=86（平方厘米）

（4）10×10×0.57=57（平方厘米）

练习十一

一、

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0169_1.bmp}

二、不是轴对称图形。因为，沿中间对称轴对折，两边图形不能重合，所以不是轴对称图形。

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0169_2.bmp}

三、

{ewc MVIMAGE,MVIMAGE, !16000090_0169_3.bmp}

四、第（4）幅图不是轴对称图形。

五、最简便的方法，是根据对称图形的特点，把圆弧的 AB 两点重合，折出一条直线；再将 A 点与圆弧上任何一点重合，折出另一条直线。这两条直线的交点，便是圆心，连接圆心，就画出了孤 AB 所对的圆心角。

六、1．12×12÷2=36（平方厘米）

2．40×40×0.57÷2=456（平方厘米）

3．4×4÷2=8（平方厘米）

4．（8+12）×8÷2÷2=40（平方厘米）

5．3×3=9（平方厘米）

6．20×10÷2=100（平方厘米）